# ${\bf Trendbeseitigende\ Fluktuations analyse\ von} \\ {\bf Niederschlagszeitreihen}$

Diplomarbeit im Fach Physik

vorgelegt von Diego Rybski geb. in Curitiba (Brasilien)

Institut für Theoretische Physik Justus-Liebig-Universität Gießen

22. März 2002

# Inhaltsverzeichnis

1	Ein	leitung	1
2	Me	teorologische Daten und ihre Aufzeichnung	3
	2.1	Klimaelemente	3
	2.2	Niederschlagsmessung	4
	2.3	Gebietsniederschläge	7
	2.4	Datenprüfung- und Aufbereitung	8
		2.4.1 Vollständigkeitsprüfung	9
		2.4.2 Saisonbereinigung	11
	2.5	Typische Niederschlagsmuster	12
	2.6	Amplitudenreihe	16
	2.7	Übersicht über die Stationen, deren Zeitreihen untersucht wurden	18
3	Me	thoden der Zeitreihenanalyse	29
	3.1	Motivation	29
	3.2	Herkömmliche Methoden	30
		3.2.1 Autokorrelationsfunktion	30
		3.2.2 Fourier-Transformation	35
		3.2.3 Fluktuationsanalyse (FA)	39
	3.3	Trendeliminierende Fluktuationsanalyse (DFA)	48
	3.4	Multifraktalanalyse basierend auf der DFA (MFA)	52
	3.5	Tests der Methoden an künstlichen Daten	56
4	Ana	alyseergebnisse	63
	4.1	Korrelationsverhalten der Niederschläge	63
		4.1.1 Analysen exemplarischer Reihen	63

$\mathbf{A}$	Lite	raturv	verzeichnis	99
6	Zus	amme	nfassung und Ausblick	97
	5.4	Ampli	tudenreihe	94
	5.3	Multif	fraktalität	93
	5.2	Model	lierung einer Niederschlagsreihe	90
	5.1	Motiva	ation	89
5	Mo	dellier	ung	89
	4.4	Ergeb	nisübersicht	84
	4.3	Vergle	ich mit Temperaturreihen	81
		4.2.2	Klassifizierung nach Klimazonen bzw. Berglagen	78
		4.2.1	Multifraktalanalysen exemplarischer Reihen	76
	4.2	Multif	fraktalität	76
		4.1.4	Korrelationsverhalten bei Gebietsniederschlagsreihen	75
		4.1.3	Analysen der Amplitudenreihen	73
		4.1.2	Klassifizierung nach Geographie bzw. Klima	68

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Ein einfaches Modell eines selbstaffinen Fraktals (entnommen aus [BuHa 1994]).	2
2.1	Größen, die an einer meteorologischen Station bestimmt werden (entnommen aus [Hupf 1998])	5
2.2	Niederschlagsmesser nach Hellmann (nach DWD 1986) (entnommen aus [Hupf 1998]) H: Halter, A: Auffanggefäß, K: Sammelkanne und B: Behälter	6
2.3	Zwei beliebige Jahre der Niederschlagsreihen von Kizil-Arvat (arid), Ramat- David (semi-arid) und Darwin (semi-arid)	13
2.4	Zwei beliebige Jahre der Niederschlagsreihen der semi-humiden Standorte in Werhojansk, Jakutsk und Kunming.	14
2.5	Zwei beliebige Jahre der Niederschlagsreihen der humiden Standorte Akureyri, Yichang und Manaus.	15
2.6	Tagesmittel der gezeigten Beispiele aus den Abbildungen 2.3 bis 2.5	15
2.7	Erzeugung der Signum- und Amplitudenreihe am Beispiel der Niederschläge in Albany in den Jahren 1874 und 1875. Schritte von oben nach unten: Originalreihe, Differenzenreihe, Signumreihe und Amplitudenreihe	17
2.8	Einzugsgebiete in Süddeutschland, deren korrigierte Niederschlagsreihen zur Verfügung standen. Tatsächlich untersuchte sind grau unterlegt. Weiterhin sind die Einzelstationen Bamberg, Hohenpeißenberg, München und Zugspitze eingezeichnet	27
3.1	Autokorrelationsfunktionen künstlich erzeugter Zeitreihen bestehend aus 400040 Einträgen. Gestrichelt: Kurzzeitkorrelationen mit einer Korrelationszeit von 100. Durchgezogene Linie: Langzeitkorrelationen mit dem Exponenten $\gamma=0,6$	31
3.2	wie Abbildung 3.1, nur doppelt-logarithmische Skalierung	32
3.3	Autokorrelationsfunktion der Beispielreihe mit kurzreichweitigen Korrelationen. Gestrichelt: ohne Trend, durchgezogen: Trend gemäß (3.10)	33
3.4	wie Abbildung 3.3, nur doppelt-logarithmische Skalierung	33
3.5	Autokorrelationsfunktion der Beispielreihe mit Langzeitkorrelationen. Gestrichelt: ohne Trend, durchgezogen: Trend gemäß (3.10)	34

3.6	wie Abbildung 3.5, nur doppelt-logarithmische Skalierung. Zum Vergleich ist zusätzlich eine Gerade mit dem Exponenten $-0,7$ eingezeichnet	34
3.7	Spektralanalyse (FFT) einer 262144 Einträge langen Zeitreihe mit dem Korrelationskoeffizienten $\gamma=0,7$ (doppelt-logarithmische Skalierung). Zur Orientierung ist eine Gerade mit dem Exponenten $-0,3$ eingezeichnet	37
3.8	Spektralanalyse (FFT) einer kurzzeitkorrelierten Zeitreihe (ohne Trend) mit 262144 Einträgen (doppelt-logarithmische Skalierung)	37
3.9	Spektralanalyse der Reihe aus Abbildung 3.7 mit linearem Trend. Zur Orientierung ist eine Gerade mit dem Exponenten $-0,3$ eingezeichnet	38
3.10	Fluktuationsanalyse einer aus Zufallszahlen bestehenden Reihe, zu der ein linearer Trend der Stärke $A=1$ gemäß (3.10) addiert wurde. Das Kreis-Symbol steht für die Reihe ohne Trend und die x-Symbole für die mit Trend. Zur Orientierung ist außerdem eine Linie der Steigung 0,5 eingezeichnet	44
3.11	Fluktuationsanalysen einer unkorrelierten Reihe mit linearen Trends verschiedener Stärken.	44
3.12	Fluktuationsanalyse der kurzzeitkorrelierten Beispielreihe mit $(x)$ und ohne $(o)$ linearen Trend mit $A=1,\ldots,\ldots,\ldots$	45
3.13	Fluktuationsanalyse der langzeitkorrelierten Beispielreihe mit linearem Trend der Stärke $A=1$ (x) und ohne Trend (o)	45
3.14	Veranschaulichung der trendbeseitigenden Prozedur der DFA. Für die Segmentlängen $S=100$ (a) und $S=200$ (b) werden das Profil (gestrichelte Linie), beste quadratische Fits (durchgezogene Linie) und die trendbereinigten Profilsegmente $Y_i(S)$ (gepunktete Linie) gegen den Index $i$ aufgetragen (entnommen aus [Kant 2001])	49
3.15	DFA der künstlich erzeugten langzeitkorrelierten Reihe ( $\alpha=0,7$ ), bestehend aus 400040 Einträgen. Von oben: Referenzlinie mit Steigung 0,7, DFA1,, DFA5 und Referenzlinie mit Steigung 0,5	50
3.16	DFA der künstlich erzeugten kurzzeitkorrelierten Reihe, bestehend aus 400040 Einträgen. Von oben: Referenzlinie mit Steigung 0,5, DFA1,, DFA5	51
3.17	Multifraktalität der Niederschlagsreihe von Fergana (im Uhrzeigersinn): a) MFA-Fluktuationsfunktionen mit dem Approximationsgrad $n=3$ für die Momente $q=20;\ 10;\ 6;\ 4;\ 2;\ 1;\ 0,2;\ -0,2;\ -1;\ -2;\ -4;\ -6;\ -10;\ -20$ (von oben nach unten). b) Zugehörige Skalenexponenten $\alpha(q)$ . c) Entsprechende klassische Multifraktalskalenexponenten $\tau(q)$ . d) Singularitätsspektrum $f(\omega)$	55
3.18	Auf eine Reihe der Länge 40150 (=365Jahre) bestehend aus unkorrelierten $\pm 1$ wurden polynomiale Trends des Grades $\eta$ und der Stärke $A$ gemäß (3.89) addiert. Die Unterteilungen a) bis f) zeigen jeweils die FA und DFA1 bis DFA5 sowie eine Referenzlinie der Steigung $\frac{1}{2}$ . Die obere Reihe a)-c) zeigt das Ergebnis für den linearen Trend mit von links nach rechts zunehmender Stärke. Auf den Teilbildern d) und e) ist das Resultat für den quadratischen Trend bei zwei $A$ -Werten zu sehen, und auf f) das eines kubischen Trends	56

3.19	Untersuchungsergebnis einer künstlichen Reihe mit N=40150 zufälligen Werten $\pm 1$ auf die eine Periodizität gemäß (3.90) addiert wurde. Teil a) zeigt einen Jahresgang der Stärke $A=0,5$ . Auf b) ist die DFA3 zu sehen, wenn $A=0,5$ konstant gelassen und die Schwingungsdauer $T$ zwischen den Werten 10 und 3162 variiert wird. Zur Orientierung ist in beide eine Gerade mit der Steigung 0,5 eingetragen	58
3.20	Modifizierte (korrigierte) DFA3 einer langzeitkorrelierten Zufallsreihe ( $\alpha=0,65$ , normierte Varianz) mit additiven Periodizitäten (3.90) mit verschiedenen Frequenzen $f$ , (a) $f=0,1$ ( $T=10$ ) und (b) $f=0,001$ ( $T=1000$ ) bei Intensitäten im Bereich von $A=0,02$ bis $A=2,56$ . Für jede Kurve wurden die Ergebnisse von 100 Reihen der Länge $N=200000$ gemittelt (entnommen aus [Kant 2001])	59
3.21	MFA $(n=3)$ zweier Beispielreihen. a) Monofraktale Reihe bestehend aus 400040 korrelierten Zufallszahlen mit dem Skalenexponenten $\alpha(2)=0,7$ . Als Momente wurden wieder die $q$ -Werte $-20$ bis 20 (von oben, andersherum als in Abbildung 3.17) gewählt. b) wie gehabt, jedoch für die Momente $q=10,2,-10$ (von oben, andersherum als in a))und Division der Fluktuationsfunktionen durch $S^{\frac{1}{2}}$ . c) Unkorrelierte multifraktale Reihe mit Potenzgesetz-Verteilungsfunktion der Länge 400040 und den Parametern $\varphi=2,t_{max}\approx 1000$ . d) Konfiguration aus b)	60
3.22	MFA $(n=3)$ einer binomialen multifraktalen Reihe der Länge 65536 mit dem Parameter $a=0,6$ : a)+b) ungemischte Reihe, c)+d) gemischte Reihe, mit den $q$ -Werten aus Abbildung 3.21. In b) sind zusätzlich die theoretischen Werte $(3.98)$ $\alpha(10) \approx 0.83$ , $\alpha(2) \approx 0.97$ und $\alpha(-10) \approx 1.22$ gestrichelt eingezeichnet.	61
4.1	Arbeitsschritte der DFA am Beispiel zweier Jahre von Pusan (links) und der gemischten Reihe (rechts). Von oben: Saisonbereinigung (Abschnitt 2.4.2), Profilbildung (3.29) und Fluktuationsfunktion der FA (x-Symbol) und der DFA (o-Symbole) für die Approximationsordnungen $n=1,\ldots,5$	64
4.2	Fluktuationsfunktionen der FA und DFA1 bis DFA5 von vier schwach kurzzeitkorrelierten Niederschlagsreihen.	65
4.3	Fluktuationsfunktionen der FA und DFA1 bis DFA5 von vier stärker kurzreichweitig korrelierten Niederschlagsreihen	65
4.4	Fluktuationsfunktionen der FA und DFA1 bis DFA5 von vier weiteren stärker kurzreichweitig korrelierten Niederschlagsreihen	66
4.5	Fluktuationsfunktionen der FA und DFA1 bis DFA5 von vier langzeitkorrelierten Niederschlagsreihen	67
4.6	Fluktuationsfunktionen der FA und DFA1 bis DFA5 von vier weiteren langzeitkorrelierten Niederschlagsreihen.	67
4.7	Histogramm des Exponenten $\alpha$ , erhalten aus DFA3, nach geographischer Lage unterschieden	68
4.8	Histogramm des Exponenten $\alpha$ , erhalten aus DFA3, nach geographischer Berglage unterschieden	69

4.9	Histogramm des Exponenten $\alpha$ , erhalten aus DFA3, nach Klimaregionen unterschieden				
4.10	Histogramm des Exponenten $\alpha$ , erhalten aus DFA3, nach Klimazonen unterschieden				
4.11	Histogramm des Exponenten $\alpha$ , erhalten aus DFA3, nach der Art des Wasserhaushalts unterschieden				
4.12	2 Fluktuationsfunktionen der DFA1 bis DFA5 von vier Amplitudenreihen verschiedener Stationen				
4.13	Histogramm für die DFA3 der Amplitudenreihen				
4.14	Zusammenhang der Exponenten von Amplituden- und Originalreihe				
4.15	Histogramm für die DFA3 für die untersuchten Gebietsreihen. Außerdem Einzelstationen in den Gebieten.				
4.16	Fluktuationsfunktionen der MFA3 für die Momente $q=10,2,-10$ (von oben) von vier Niederschlagsreihen. Kreissymbole: Originalreihe, x-Symbole: gemischte Reihe				
4.17	Fluktuationsfunktionen der MFA3 für die Momente $q=10,2,-10$ (von oben) von weiteren vier Niederschlagsreihen. Kreissymbole: Originalreihe, x-Symbole: gemischte Reihe.				
4.18	Oben: Fluktuationsfunktionen der MFA3 für die Momente $q=-10,\ldots,10$ (von oben) von drei Beispielen, unten: zugehörige Standardformalismus- $\tau(q)$ -Darstellung				
4.19	Histogramm für die Ausprägung der Multifraktalität der Originalreihen. Der $M$ -Wert wurde aus den Exponenten der DFA3 bestimmt.				
4.20	Histogramm für die Ergebnisse der MFA3 der gemischten Reihen				
4.21	MFA3 der gemischten Niederschlagsreihe von Cheyenne. a) Fluktuationsfunktion der verschiedenen Momente zwischen $q=-20$ und $q=20$ (von oben). b) Verlauf Skalenexponenten $\alpha(q)$				
4.22	Histogramm für die Ergebnisse der MFA3 der gemischten Reihen. Klassifikation der hoch gelegenen Stationen nach Gipfel oder Hochland.				
4.23	Histogramm für die Ergebnisse der DFA von Temperaturreihen. Klassifikation nach Klimaregionen.				
4.24	Histogramm für die Ergebnisse der DFA von Amplitudenreihen von Temperaturen.				
4.25	Histogramm für die Ergebnisse der MFA von ungemischten Temperaturreihen.				
5.1	Vergleich der Niederschlagsreihe von Pusan mit einer Temperaturreihe, vor und nach der Saisonbereinigung				
5.2	Zwei Jahre der Modellreihe mit den im Text angegebenen Parametern. Links: Originalreihe, rechts: Amplitudenreihe, oben: unbereinigt, unten: mit Saisonbereinigung				

	٠	٠
<b>T</b> 7	1	1

5.3	Zwei Jahre der Modellreihe mit gleichverteiltem Wertebereich. Links: Originalreihe, rechts: mit Saisonbereinigung.	92
5.4	MFA3 mit den Momenten $q=10,2,-10$ für eine Modellreihe mit Potenzgesetz-Verteilungsfunktion (o-Symbol) und eine gleichverteilte (x-Symbol). Links: original, rechts: gemischt	93
5.5	DFA1 bis DFA5 der Amplitudenreihe, die aus der Modellreihe mit Potenzgesetz- Verteilungsfunktion erzeugt wurde. Links: Saisonbereinigung vor Amplituden- bildung (2.11), rechts: umgekehrt	94
5.6	DFA1 bis DFA5 von Amplitudenreihen, wenn die Amplituden nach der Saisonbereinigung gebildet werden.	94

# **Tabellenverzeichnis**

2.1	Klassifikation nach humiden Monaten an einem Ort	13
2.2	Geographische Informationen zu den Stationen, deren Zeitreihen untersucht wurden	18
2.3	Informationen zur Datenintegrität der untersuchten Niederschlagsreihen	24
2.4	Untersuchte Gebietsniederschlagsreihen	27
4.1	Analyseergebnisse für die ungemischte Reihe, also FA, DFA3 mit $q = 10, 2, -10$ , Amplitudenreihe mit DFA3, und die gemischte Reihe, also DFA3 mit $q = 10, -10$ , sowie die berechneten $M$ -Werte	84

## Kapitel 1

## Einleitung

Immer dann, wenn man eine Meßgröße in bestimmten Intervallen aufnimmt, entsteht eine Zeitreihe. Man kann sich also gut vorstellen, daß sie in den verschiedensten Bereichen auftreten. Dies reicht von klimatischen Reihen über Herzrhythmen bis zu Aktienkursen. Da es sich um dynamische Systeme handelt, beinhalten sie stets statistische Schwankungen, für die man sich aus verschiedenen Gründen interessiert. Während hinter der Erforschung von Herzreihen medizinische Beweggründe liegen, versucht man mit der Untersuchung der klimatischen Reihen, ein besseres Verständnis der klimabestimmenden Prozesse zu erlangen.

Die klassische Zeitreihenanalyse mit den herkömmlichen Methoden wird schon seit etlichen Jahren betrieben, hat aber gewisse Schwierigkeiten mit systematischen Änderungen in der Meßgröße. Neuen Aufschwung erlangt die Zeitreihenanalyse von Seiten der Statistischen Physik. Seit der Veröffentlichung von [Peng 1994] wird eine neue Herangehensweise praktiziert, die es ermöglicht, langfristige Aussagen über das statistische Verhalten von Zeitreihen zu treffen.

Nicht nur Zeitreihen lassen sich mit den erwähnten Methoden analysieren. Auch an anderen Strukturen besteht Interesse. Es ist sogar so, daß die neue Methode in Zusammenhang mit DNA-Sequenzen entwickelt wurde. Dabei wurde eine Struktur erzeugt, die einer Gebirgslandschaft ähnelt. Je nach Nukleotid der Sequenz wird eine Steigung oder ein Gefälle angehängt. Die Analogie zu den Zeitreihen besteht in der Selbstaffinität.

Selbstähnliche Strukturen bezeichnet man als Fraktale. Sie werden über ihre fraktale Dimension charakterisiert und gliedern sich in deterministische Fraktale, wie zum Beispiel das Sierpinski-Dreieck, und zufällige fraktale Modelle, die zum Beispiel mit dem Verfahren des Irrläufers erzeugt werden können. Im Gegensatz zur Selbstähnlichkeit, bei der eine Vergrößerung der Struktur dem ursprünglichen Bild sehr ähnelt, ist die Selbstaffinität durch ihre Anisotropie ausgezeichnet. Selbstaffine Strukturen müssen entlang der verschiedenen Richtungen unterschiedlich vergrößert werden, um sich selbst ähnlich zu sehen. Abbildung 1.1 zeigt ein einfaches Modell eines selbstaffinen Fraktals. Bei der Zeitreihenanalyse, wie sie im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt wird, bedient man sich also Konzepten der fraktalen Geometrie.

Mit der Veröffentlichung von [EKBu 1998] wurde gezeigt, daß sich das neue Verfahren erfolgreich von DNA-Squenzen auf Klimazeitreihen übertragen läßt, und zwar geschah dies anhand von Temperaturreihen. Es ist also naheliegend, auch Reihen anderer Klimaelemente zu analysieren. Gegenstand dieser Arbeit sind Niederschlagsreihen, die auf Langzeitkorrelationen und Multifraktalität hin untersucht werden.

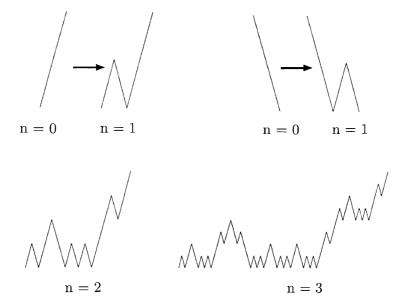


Abbildung 1.1: Ein einfaches Modell eines selbstaffinen Fraktals (entnommen aus [BuHa 1994]).

In Kapitel 2 werden zunächst die Klimaelemente kurz eingeführt. Es wird beschrieben, wie Niederschlag gemessen wird und welche Probleme dabei auftreten. Da auch Gebietsniederschlagsreihen ausgewertet wurden, wird anschließend ihre Berechnung geschildert. Weiterhin wird die Datenaufbereitung erklärt, deren Durchführung vor den eigentlichen Analysen notwendig ist. Als nächstes wird eine kurze Übersicht über die auftretenden Niederschlagsmuster gegeben. Aus den Zeitreihen läßt sich die sogenannte Amplitudenreihe ableiten, was im Anschluß erläutert wird. Das Kapitel abschließend, wird ein Überblick aller Stationen, deren Niederschlagsreihen untersucht wurden, gegeben.

Inhalt des 3. Kapitels sind die Methoden der Zeitreihenanalyse. Nach der Motivation werden die Methoden beschrieben, wobei zwischen herkömmlichen, bestehend aus Autokorrelationsfunktion, Fourier-Transformation, Hurst R/S-Analyse sowie Fluktuationsanalyse, und den moderneren Methoden, nämlich trendbeseitigende Fluktuationsanalyse sowie die auf ihr basierende Multifraktalanalyse, unterschieden wird. Tests zu letzteren werden anschließend dargelegt.

Die Ergebnisse der Untersuchungen finden sich im 4. Kapitel. Dies sind das Korrelationsverhalten der Niederschlagsreihen von Einzelstationen und Gebieten, sowie das von abgeleiteten Amplitudenreihen. Außerdem werden die Resultate der Multifraktalanalyse dargelegt. Anschließend werden Ergebnisse von Temperaturreihen zum Vergleich herangezogen. Eine Übersicht aller Resultate wird am Ende des Abschnitts gegeben.

In Kapitel 5 wird versucht, eine Niederschlagsreihe zu modellieren. Darin werden die Auswirkungen verschiedener Eigenschaften der Niederschlagsreihen auf die Multifraktalität und auf das Korrelationsverhalten der Amplitudenreihe behandelt.

Zum Schluß wird im 6. Abschnitt eine Zusammenfassung der Ergebnisse und ein Ausblick möglicher Fortführungen gegeben.

## Kapitel 2

# Meteorologische Daten und ihre Aufzeichnung

#### 2.1 Klimaelemente

Man unterscheidet die Begriffe Wetter, Witterung und Klima. Während bei der Betrachtung der schnell ablaufenden Prozesse und variablen Zustände in der Atmosphäre, bezogen auf einen bestimmten Zeitpunkt, die Rede vom Wetter ist, wird es jedoch von der Wetterlage geprägt. Der Ablauf des Wetters über einen vergleichsweise längeren Zeitraum (Tage, Wochen, sogar Jahreszeiten) wird mit dem Begriff Witterung benannt. Sie geht mit charakteristischen Abfolgen von Großwetterlagen einher.

Das Klima hingegen wird durch die variablen momentanen Atmosphärenzustände in einem längeren Zeitintervall bestimmt und stellt somit eine Zusammenfassung der Augenblickszustände der Atmosphäre dar. Man definiert das Klima als die Synthese des Wetters über einen Zeitraum, der lang genug (in der Größenordnung von dreißig Jahren) ist, um dessen statistische Eigenschaften bestimmen zu können. Der Klimabegriff bezieht sich in der Regel auf den unmittelbaren Lebensraum des Menschen, das heißt die Klimadaten werden meist in der Nähe der Erdoberfläche gemessen.

Wetter und Klima unterscheiden sich also in der Betrachtungsweise der meteorologischen beziehungsweise klimatologischen Elemente. Dies äußert sich in der Größe der untersuchten Zeiträume. Jedoch sind die Elemente an sich im wesentlichen identisch. Die wichtigsten sind:

- Temperatur
- Luftdruck
- Windrichtung und -stärke
- Niederschlag
- Luftfeuchtigkeit
- Bewölkung und Sonnenscheindauer

#### • Strahlung

Hierbei ist die Verdunstung nicht aufgeführt. Sie ist keine direkte Meßgröße, sondern wird aus den anderen errechnet.

Die Tabelle in Abbildung 2.1 enthält Details zu den Klimaelementen.

Bei der Messung der Temperatur will man die der Luft erfassen. Folglich wird das Thermometer vor Strahlungseinflüssen geschützt. Das heißt man verbirgt es entweder in einer strahlungsgeschützten Hütte oder umgibt es mit einer hochglänzenden Metallhülle, die die Wärmestrahlung reflektiert. Man spricht deshalb auch von der Schattentemperatur.

International wurde vereinbart, daß die Lufttemperatur immer in 2m Höhe (mindestens 1,5m) über dem Boden gemessen wird. Schließlich wird der Wärmezustand der Luft im wesentlichen durch die Wärmeabgabe der Erdoberfläche bestimmt. Unter Ausnutzung verschiedener physikalischer Effekte kommen diverse Thermometer zum Einsatz, wie etwa Flüssigkeits-, Bimetall-, Widerstands- und Gasthermometer. In der allgemeinen Wetterkunde ist die Celsius-Skala (°C) vorteilhaft, da sie an die Zustände des Wassers anknüpft. Weiterhin ist heute noch in englischsprachigen Regionen die Fahrenheit-Skala (°F) in Gebrauch, aber amtlich nicht mehr in Verwendung. Sie beginnt bei der einst in Königsberg beobachteten tiefsten Temperatur und endet bei der Körpertemperatur des Menschen, die man als 100°F festsetzte. Die Umrechung erfolgt gemäß  $T_C = 5/9 \cdot (T_F - 32)$ .

Eine gemessene Temperatur gibt stets einen Wert zu einem bestimmten Zeitpunkt. Klimatologisch sind jedoch Mittelwerte interessant. Ein Tagesmittel läßt sich etwa aus dem arithmetischen Mittel von 24-Stunden-Werten ermitteln. In Deutschland sind die Mannheimer-Meßzeiten üblich. Es wird die Summe der Meßwerte zu 7:00 Uhr, 14:00 Uhr und zweimal 21:00 Uhr durch vier geteilt, was als hinreichende Näherung des täglichen Mittelwertes angesehen wird. Die Mittelung der Minimum- und Maximum-Ablesung führt zu ungenauen täglichen Mittelwerten, mit, vor allem in den Tropen, Abweichungen bis zu zwei Grad.

Über die Klimaelemente und die Temperaturerfassung geben [Heye 1975], [Hupf 1998] und [Laue 1995] einen guten Überblick.

Der Temperatur kommt eine besondere Bedeutung zu, da ihre Zeitreihen ein globales Persistenzverhalten aufweisen, wie in [EKBu 1998] gezeigt wurde. Im Rahmen dieser Arbeit werden diese Ergebnisse mit den Analysen an Niederschlagszeitreihen verglichen (siehe Abschnitt 4.3).

#### 2.2 Niederschlagsmessung

Als Maß für den Niederschlag dient die Niederschlagshöhe in Millimetern (mm). Sie entspricht dem Wasservolumen, das auf einen Quadratmeter Bodenfläche fällt. Weiterhin bezieht sich der Niederschlag auf ein Zeitintervall. Somit trägt er die Einheit  $\frac{m^3}{t \cdot m^2}$ . Man spricht dann auch von einer Niederschlagsspende. Es werden flüssige und feste (also Schnee, Hagel usw.) Niederschläge erfaßt, wobei bei letzteren die Schmelzwassermenge gemessen wird. Beschlag, Tau, Nebel etc. bleiben unberücksichtigt, was besonders bei wolkenreichen Höhenzonen zum Teil zu großen Abweichungen führt.

Der Regenmesser nach Hellmann (siehe Abbildung 2.2) hat sich als Standardtyp etabliert. Er besteht aus einer 200cm<sup>2</sup> großen runden Auffangfläche, die scharfgratig und konisch begrenzt

Größe	Bemerkungen zur Messung/Beobachtung	Genauigkeit
Standardprogramm:		
Lufttemperatur Extremtemperaturen	2 m Höhe in der Wetterhütte	0,2-0,3 K
Relative Luftfeuchte		≤3 %
Wind	10 m Höhe ü. Grund	Geschw. < 1 m s <sup>-1</sup> Richtung 5°
Niederschlagshöhe	1 m Höhe ü. Grund	≤0,1 mm
Luftdruck	Reduktionen erforderlich	< 0,2 hPa
Bodentemperatur	2 cm bis ≥1 m	0,3 K
Bedeckungsgrad	Achtel des scheinbaren Himmelsgewölbes	1/8
Wolkenart und -höhe	Internationale Wolkenklassifikation	<100 m (abhängig von der Wolkenhöhe)
Sichtweite	horizontal	100 m (abhängig von der Sichtweite)
Besondere Erscheinungen	Luftelektrische Erscheinungen, bes. Gewitter, optische Erscheinungen, bes. Niederschlagsformen	
Erdbodenzustand	nach Wetterschlüssel	
Wetterentwicklung	nach Wetterschlüssel	
Zusätzliche Messungen an ausgewählten Stationen:		
Strahlungsgrößen	Globalstrahlung Strahlungsbilanz	<5% 5–10%
Bodenfeuchte		5 Gew. % (in Abh. von Bodenstruktur)
Verdunstung	Kessel	0,2 mm
Sonnenscheindauer	Campbell-Stokes	$\leq$ 0,5 h d <sup>-1</sup>
Atmosphärische Beimengungen	verschiedene Bestimmungsmethoden	$1~\mu g~m^{-3}$ (kann in Abh. von Art und Meßverfahren um Größenordnungen schwanken)
Wolkenhöhe, Höhe d. Wolkenuntergrenze	Messung oder Schätzung	100 m (schwankend)
Trockene und nasse Ablagerungen		0,2 mg (Variation ähnlich wie bei Beimengungen)
Radioaktivität der Luft	Filtermethode	

Abbildung 2.1: Größen, die an einer meteorologischen Station bestimmt werden (entnommen aus [Hupf 1998])

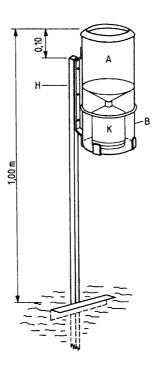


Abbildung 2.2: Niederschlagsmesser nach Hellmann (nach DWD 1986) (entnommen aus  $[\mathrm{Hupf}\ 1998])$ 

H: Halter, A: Auffanggefäß, K: Sammelkanne und B: Behälter

ist. Über einen Trichter, der die Verdunstung minimieren soll, gelangt der Niederschlag in das Sammelgefäß. Um Verfälschungen zu vermeiden, werden die Auffanggefäße einheitlich 1m über Grund mit hinreichendem Abstand von Hindernissen, wie etwa Bäume oder Gebäude, im Freiland aufgestellt. Andererseits soll er auch nicht völlig dem Wind ausgesetzt sein. Im englischsprachigen Bereich werden die Auffangflächen 1foot (0,305m) über der Bodenfläche angebracht.

Die Registrierung an sich läßt sich in Schwimmer-, Wäge- und Wippentyp gliedern. Bei ersterem wird der Wasserstand über einen Schwimmer erfaßt. Das Wasser wird selbsttätig mit einem Heber abgesaugt. Mittels einer empfindlichen Waage wird beim Wägesystem die Gewichtszunahme registiert und eignet sich somit auch für festen Niederschlag. Bei der Hornschen Wippe wird der Niederschlag in Gefäßen mit 5cm³ (1mm) gesammelt, was bei vollständiger Füllung den Schwebebalken kippen läßt, wodurch ein elektrischer Kontakt hervorgerufen wird. Weiterhin kann der Niederschlag mittels seiner optischen Störung gemessen werden. Hier modifizieren die Tropfen einen Infrarotstrahl in charakteristischer Weise, derart daß die Niederschlagsrate daraus hervorgeht.

Die Erfassung der Niederschläge erfolgt in diskreten 0,1-mm Schritten Niederschlagshöhe. In der Bundesrepublik Deutschland wird morgens um 7 Uhr MEZ abgelesen. An den Klimahauptstationen wird zusätzlich um 14 Uhr und um 21 Uhr gemessen.

Unter natürlichen Bedingungen gestaltet sich die im Prinzip einfache Niederschlagsmessung als schwierig. Neben den bereits erwähnten nicht erfaßten Niederschlägen aus Wolken- und Nebelnässe macht sich hauptsächlich der Einfluß des Windes bei der Niederschlagsmessung bemerkbar. Die Störung des Windfeldes kann bereits eingefangenen Niederschlag wieder aus dem Gefäß wirbeln. Ungenauigkeiten kommen weiterhin aufgrund von Verdunstung zustande. Hierbei überwiegt die Benetzungsverdunstung im Auffangteil gegenüber der Vorratsverdunstung aus dem Auffanggefäß. Bei Schnee sind sie verschwindend gering. Die Gesamtverluste hängen stark von den Bedingungen, insbesondere Wind und Temperatur, am Standort ab. Als Richtlinie für die Verluste lassen sich rund 25% nennen. Es zeigt sich weiterhin, daß der Meßfehler besonders bei Schnee mit steigender Niederschlagshöhe zunimmt.

Details zur Niederschlagsmessung finden sich in [Hupf 1998], [Laue 1995] und besonders in [Wilh 1997].

#### 2.3 Gebietsniederschläge

Die Niederschlagshöhe an einer Meßstation stellt zunächst nur einen punktuellen Meßwert dar. Besonders in der Hydrologie interessiert man sich jedoch für die Gebietsniederschläge. Es gilt also die verschiedenen Niederschlagsmessungen einer repräsentativen Fläche zuzuordnen. In der Regel sind dies oberirdische Einzugsgebiete von Flüssen.

Allerdings ist es so, daß das Repräsentativgebiet für die Niederschlagshöhe in der Regel kleiner ausfällt als das für die Lufttemperatur. Das heißt die Beobachtung an einem Punkt von Niederschlägen ist für das umliegende Gebiet weniger repräsentativ als bei der Lufttemperatur. Dadurch gestaltet sich die Berechung der Gebietsniederschläge schwierig und die wichtigste Voraussetzung ist eine ausreichende Dichte der Meßstationen.

Ein subjektives Verfahren stellt die Isohyetenmethode dar. Unter Verwendung der vorliegenden Meßstationen werden Isolinien gleichen Niederschags (Isohyeten) unter Berücksichtigung

von Einflüssen wie etwa des Reliefs gezeichnet. Zwischen zwei Linien wird als Niederschlagsmenge das arithmetische Mittel angenommen. Man geht also von einer linearen Interpolation aus. Jede von Isohyeten begrenzte Fläche erhält so eine Niederschlagshöhe. Der Gebietsniederschlag wird dann über die gewichteten Flächen bestimmt.

Eine objektivere Methode sind die Thiessen-Polygone. Über Mittelsenkrechten zwischen den Stationen wird jeder eine polygonförmige Fläche zugeordnet. Die Meßwerte werden mit dieser gewichtet und ergeben ähnlich wie schon beschrieben die Gebietsniederschläge. Bei diesem Verfahren ist jedoch eine hinreichende Stationsdichte empfehlenswert.

Beim Rasterpunkte-Verfahren wird ein Raster über das Gebiet gelegt. Jeder Punkt erhält dann einen Mittelwert der umliegenden Stationen, wobei hier die Entfernung als Wichtung dient.

Mehr Informationen zu den Gebietsniederschlägen lassen sich in [Hupf 1998] und [Wilh 1997] finden.

#### 2.4 Datenprüfung- und Aufbereitung

Niederschlagszeitreihen werden schon sehr lange Zeit gemessen. Im Fall von Prag sind es bereits über 189 Jahre in denen tagtäglich der Niederschlag ermittelt wird. Es ist also nicht weiter verwunderlich, wenn hin und wieder kein Meßwert vorliegt, schließlich handelt es sich um mehrere Generationen, die bei Wind und Wetter an zum Teil unwirtlichen Standorten Klima-Werte ermitteln.

Für die Zeitreihenanalyse ist es jedoch von essentieller Bedeutung das Gefüge der Reihen zu kennen. Hierzu müssen die Daten folglich auf ihre Vollständigkeit geprüft werden. Es war also notwendig, ein Programm zu erstellen, das prüft, ob zu der betreffenden Zeitspanne täglich ein Wert vorliegt. Gegebenenfalls müssen Lücken gefüllt oder die Reihe zerteilt werden. Eine weitere Maßnahme der Aufbereitung ist dann die Saisonbereinigung, die in Abschnitt 2.4.2 beschrieben wird

Das erstellte Programm zur Prüfung und Aufbereitung vollzieht folgende Schritte:

- 1. Prüfung auf Gültigkeit des Datums (Sortierung)
- 2. Aussparung der Schalttage und Prüfung auf Redundanz
- 3. Überprüfung des Wertebereichs
- 4. lineare Interpolation kleiner fehlender Stücke
- 5. Aussparung zu kurzer Stücke
- 6. Saisonbereinigung
- 7. Zerteilung, falls eine Lücke zu groß ist
- 8. Zusammenfassung der Fehlstellen und Maßnahmen

Die zu untersuchenden Daten lagen in dem Format

Jahr Monat Tag Wert

vor. Zur eigentlichen Analyse ist die Datumsinformation nicht nötig und die Programme lesen die Daten in einem Format, bei dem die Werte, lediglich durch Zeilenvorschübe getrennt, einfach aneinandergereiht sind. Eine weitere Aufgabe besteht also darin, das Format zu konvertieren.

#### 2.4.1 Vollständigkeitsprüfung

Der 1. Schritt, den das Programm vollzieht, ist die Prüfung auf Gültigkeit der Datumsangaben. Dazu werden alle Werte in ein Feld, das die Struktur des Kalenders aufweist, übertragen. Beim Schreiben in dieses wird das Datum, also der behandelte Eintrag, als vorliegend und gültig gekennzeichnet. Ist die Datumsangabe nicht korrekt, so führt dies zu einer Fehlermeldung und der Wert wird übergangen. Ein positiver Nebeneffekt bei diesem Vorgehen ist, daß die Daten gleichzeitig sortiert werden.

Bei den geprüften Zeitreihen traten keine ungültigen Datumsangaben auf, jedoch waren sie nicht immer chronologisch sortiert.

Als 2. Schritt werden die Schalttage ausgelassen, was sich im beschriebenen Verfahren einfach realisieren ließ. Zwar verliert man durch den Verzicht auf Schalttage Information, jedoch war dieser Kompromiß naheliegend. Der Verlust beträgt nämlich weniger als 3‰ und ist somit minimal<sup>1</sup> [Chen 2001] und der eingesparte Arbeitsaufwand beträchtlich.

Das Übertragen der Werte in die kalenderartige Datenstruktur läßt auch in einfacher Weise doppelt auftretende Einträge abfangen. Wurde in ein Datum bereits ein Wert geschrieben, so ist dieses gekennzeichnet. Tritt dieses Datum erneut auf, so wird eine Fehlermeldung ausgegeben und der zuletzt aufgetretene Wert wird ausgelassen.

Auch dieser Fall kam bei den untersuchten Zeitreihen nicht vor.

Als nächstes (3.) werden die Einträge auf ihren Wertebereich geprüft. Dabei ist eine Besonderheit zu berücksichtigen. Fällt an einem Tag weniger als 0,1mm Niederschlag, so wird dies in den Zeitreihen als -0.1 gekennzeichnet. Dieser Fall wird durch den Wert 0,05 ersetzt. Andere negative Einträge führen zu einer Fehlermeldung. Werte, die zu groß sind, größer als ein Schwellenwert<sup>2</sup>, führen zu einer Fehlermeldung. Somit wird man veranlaßt, die Plausibilität des Eintrages abzuwägen.

Bei der Aufbereitung der Niederschlagsreihen diente als Schwelle der Wert 499. In seltenen Einzelfällen mußten aus den Zeitreihen Einträge, die unvermittelt viel zu große Werte trugen, von Hand entfernt werden.

In korrelierten Zeitreihen können sogenannte Spikes (zufällig eingestreute Nadelimpulse) zu einem Crossover führen. Und zwar ergibt die DFA dann auf kleinen Skalen unkorreliertes Verhalten und korreliertes bei großen Skalen, mit einem ähnlichen Exponenten, wie wenn es keine Spikes gäbe [Chen 2001].

Bisher wurden nur vorhandene Datumseinträge registriert. Im 4. Schritt werden nun zunächst die Lücken erfaßt, indem nach nicht (als vorhanden) gekennzeichneten Daten gesucht wird.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Laut [Chen 2001] lassen sich bei  $1,5 \ge \alpha > 0,5$  bis zu 50% der Datenpunkte auslassen, ohne daß sich das Skalenverhalten signifikant ändert.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Laut [Hupf 1998] wurden in Cilaos (Réunion) am 15./16.3.1952 1870mm gemessen.

Gleichzeitig bestimmt das Programm die Länge eventueller Lücken. Bis zu einer vorgegebenen Schwellenlänge werden fehlende Einträge gemäß

$$a_1 = \frac{t_{i+l} - t_i}{l}$$
 (2.1)  
 $a_0 = t_i$  (2.2)  
 $\hat{t}_{i+m} = a_1 \cdot m + a_0$  0 < m < l (2.3)

$$a_0 = t_i (2.2)$$

$$\hat{t}_{i+m} = a_1 \cdot m + a_0 \qquad 0 < m < l \tag{2.3}$$

linear interpoliert, wobei nur die unmittelbar angrenzenden Werte berücksichtigt werden. In (2.1) ist l die Länge der Lücke und  $t_i$  bzw.  $t_{i+l}$  sind die vorhandenen Randwerte. m in (2.3)ist der ganzzahlige Index des zu interpolierenden Wertes.

Überschreitet die Lückengröße besagten Schwellenwert, so wird die Zeitreihe, wie untenstehend (zu 7.), zerteilt. Die Teilstücke werden dann separat analysiert.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden nur Lücken bis zu inklusive zwei Werten interpoliert. Man beachte, daß es sich um Niederschlagsreihen handelt. Niederschlagsereignisse sind oft (je nach Standort) kurz und kräftig. Sie stellen an sich also schon eine Art Spitze (peak) dar (mehr dazu in Abschnitt 2.5). Würde man zu große Zeitspannen ergänzen, dann ginge diese Charakteristik verloren, schließlich werden Korrelationen und Trends erzeugt. Auf ganz kleinen Skalen kann man sich dies erlauben, da die DFA hier sowieso dazu tendiert, Korrelationen anzuzeigen [Kant 2001]. Trotzdem wurde versucht, die Reihe möglichst wenig zu manipulieren.

Eine weitere Maßnahme (5.), die das Programm durchführt, ist das Aussparen zu kurzer Teilstücke. Wenn zwei Lücken, die nicht interpoliert werden, ein Segment der Zeitreihe abgrenzen, das sehr klein ist, dann wird es gänzlich ausgelassen und als nicht vorhanden angesehen. Somit wird bei sehr unvollständigen Reihen vermieden, zu viele Teilstücke analysieren zu müssen. Der Aufwand wird eingespart, da die Analyse sowieso nur Information über das Skalenverhalten des Segements bis zur Zeitskala ihrer Länge liefert. Auf kurzen Skalen hat man in der Regel eine gute Statistik, weshalb man besagte Stücke entbehren kann.

Verschiedene Niederschlagsreihen fielen in die Kategorie, bei der in dieser Weise Daten eines oder mehrerer Teilstücke ignoriert wurden. Und zwar wurden nur die Segmente berücksichtigt, die aus mindestens fünzig echten oder interpolierten Einträgen bestehen.

Die Saisonbereinigung (6.) muß auch in dem Programm der Aufbereitung stattfinden, da hier noch die Datumsinformation vorliegt. Bei den Teilstücken ist das nicht mehr möglich, schließlich können sie mitten im Jahr beginnen und ihre Länge muß kein Vielfaches von 365 sein. Hat man jedoch die Kalenderinformation, so läßt sich einfach über die gültigen Einträge mitteln. Mehr dazu im Abschnitt 2.4.2.

Als 7. Maßnahme werden die aufbereiteten Daten rausgeschrieben. Dabei wird jedes der verbleibenden Teilstücke in eine separate Datei gespeichert, die dann einzeln analysiert werden. Anschließend ist ein weiteres Programm nötig, das die Ergebnisse der Reihenstücke zusammensetzt. Zu jeder ermittelten Skala werden die Resultate aus allen Dateien (einer Station) gemittelt. Als Wichtung dient hierbei, wieviele DFA-Segmente (vgl. Abschnitt 3.2.3 bzw. 3.3) innerhalb eines Teilstücks möglich waren. Weiterhin wurde implementiert, daß beim Schreiben des Gesamtergebnisses zur größten Längenskala mindestens vier DFA-Segmente vorliegen müssen, um eine zu schlechte Statistik auf großen Skalen zu vermeiden.

Der 8. und letzte Schritt besteht darin, eine Zusammenfassung der Fehlstellen und Maßnahmen auszugeben. Dies sind:

- Anzahl der Einträge, die zu Beginn der Aufbereitung fehlen, und Gesamtzahl, die zwischen dem ersten und letzten vorhandenen Eintrag liegen sollten, sowie prozentualer Anteil der fehlenden an der Gesamtzahl
- Anzahl der ausgelassenen Schalttage und deren Prozentsatz an der Gesamtheit
- Anzahl der interpolierten Einträge und deren prozentualer Anteil an der Gesamtzahl
- Anzahl der, aufgrund zu kurzer Teilstücke, eingesparten Einträge und deren Prozentsatz an der Gesamtheit
- Anzahl der Einträge, die als fehlend verbleiben, die zur Verfügung stehende Gesamtzahl, prozentualer Anteil und die Anzahl der Lücken.

Als Beispiel ist im Folgenden ein Teil des log-Files der Niederschlagsreihe von Moskau aufgeführt.

```
191 of 44002 entries (0.434%) overall missing in Moskva-276120.prc
29 entries (0.066%) cut (leap days)
35 entries (0.080%) patched (linear interpolation)
0 entries (0.000%) wiped out
remaining 156 (0.354%) missing entries of 44008 in 8 gap(s)
transforms Moskva-276120.prc -> Moskva-276120.prc.dat
lmax=2 pmax=50
amount: 44002
```

first: 276120 1879 1 2 1.0 last: 276120 1999 12 19 4.3

Außerdem werden alle Schritte der Aufbereitung im Detail mit Datumsangaben ausgegeben. Es sei darauf hingewiesen, daß das in Punkt 7. beschriebene Verfahren es ermöglicht, selbst Reihen mit großen Lücken sinnvoll mit der FA und DFA (Abschnitte 3.2.3 und 3.3) zu untersuchen.

#### 2.4.2Saisonbereinigung

Wie in Kapitel 3 ausgeführt wird, beinhalten viele Zeitreihen Trends. Die Beseitigung dieser erfordert geeignete Methoden, die in Abschnitt 3.3 beschrieben werden. Weiterhin kann in einer Zeitreihe aber auch ein saisonaler Gang enthalten sein. Man denkt sich das Signal einer Zeitreihe also als Zusammensetzung aus den verschiedenen Komponenten. Dieser Idee legt man das klassische Zerlegungsmodell [Broc 1996]

$$t_i = m_i + s_i + y_i \qquad i = 1, \dots, N \tag{2.4}$$

zugrunde. Hierbei sind  $t_i$  eine gemessene Zeitreihe und  $m_i$  die in ihr enthaltene Trendkomponente. Außerdem ist  $y_i$  die stochastische Komponente, die laut (2.5) gleichverteilt sein soll. Zudem zeichnen die Bedingungen in (2.5)  $s_i$  als saisonale Komponente aus, die eine Periode von T Einträgen hat.

Setzt man die Richtigkeit von (2.4) voraus, dann läßt sich die Zeitreihe saisonbereinigen [EKBu 1998]

$$\tau_i = t_i - \langle t_i \rangle. \tag{2.6}$$

Man bestimmt den täglichen Mittelwert  $\langle t_i \rangle$  für jeden Kalendertag k, z.B. 1.Mai, indem man über alle Jahre mittelt. Also gibt es für die ganze Zeitreihe nur T verschiedene Mittelwerte, die sich in der Reihe periodisch  $\frac{N}{T}$  mal wiederholen:  $\langle t_i \rangle = \langle t_{i+k\cdot T} \rangle$ .

Zieht man diesen Gang gemäß (2.6) ab, dann bleiben die entsprechenden Abweichugen von den Mittelwerten

$$t_i - \langle t_i \rangle = y_i + (m_i - \langle m_i \rangle)$$
 übrig, wobei  $s_i - \langle s_i \rangle \approx 0$  (2.7)

ist. Zusätzlich verschiebt man also die Zeitreihe um den Summanden  $-\langle m_i \rangle \approx const. \quad \forall i$ , was außerdem zur Gleichverteilung  $\langle \tau_i \rangle = 0$  führt. Voraussetzung ist, daß der Trend linear ist oder in T vernachlässigbar bleibt.

Eine weitere Möglichkeit, eine Zeitreihe von einem saisonalen Gang zu befreien, bietet die Fourier-Transformation. Periodizitäten lassen sich in der Transformierten erkennen und beseitigen, in dem man unter Verwendung der umliegenden Amplituden die entsprechenden Peaks entfernt. Mit diesem Verfahren filtert man die unerwünschte Frequenz heraus. Vorteilhaft ist, daß die Schwingungsdauer T im Vorfeld nicht bekannt sein muß.

Wie in Abschnitt 3.5 zu lesen ist, erfordert eine korrekte Korrelationsanalyse mittels der DFA, daß die zu untersuchende Zeitreihe keine Saisonkomponenten mehr enthält.

In Abschnitt 2.5 wird man erkennen, daß viele Niederschlagsreihen einen deutlichen Jahresgang tragen. Als Periode hat man  $T=365\mathrm{Tage}$ , wobei Schalttage ausgelassen werden. Dementsprechend wurden alle Reihen gemäß (2.6) vorbehandelt. Zwei Jahre eines Beispiels sind in Abbildung 4.1 zu sehen.

Weiterhin zeigt sich bei den Niederschlagsreihen vieler Stationen, daß die Intensität der Ereignisse auch mit einem Jahresgang behaftet ist. Diese Nichtstationarität sieht man besonders deutlich bei der Analyse der Amplitudenreihe (vgl. Abschnitt 5.4) oder auch beim einfachen Plotten der Reihen (Abschnitt 2.5). Es kann also auch sinnvoll sein, zusätzlich diese Eigenschaft zu glätten. Dazu ermittelt man analog zu (2.6) die mittlere Standardabweichung  $\langle \sigma_i \rangle$  und teilt die  $\tau_i$  aus (2.6) durch sie

$$\tau_i' = \frac{\tau_i}{\langle \sigma_i \rangle} = \frac{t_i - \langle t_i \rangle}{\langle \sigma_i \rangle} \quad . \tag{2.8}$$

#### 2.5 Typische Niederschlagsmuster

W. Lauer und P. Frankenberg charakterisieren das Klima unter anderem nach dem Wasserhaushalt an einem Standort [Dier 1996]. Diesen klassifizieren sie über die Anzahl der humiden Monate eines Jahres. Dabei werden jene Monate als humid bezeichnet, bei denen der Niederschlag größer oder gleich der Verdunstung in der realen Landschaft ist, also unter Berücksichtigung der Vegetation u.s.w. In Tabelle 2.5 sind die vier Unterteilungen aufgeführt.

Im folgenden werden die Niederschlagsmuster verschiedener Stationen zunächst anhand zweier beliebiger Jahre gezeigt und dann die zugehörigen mittleren Tagesniederschläge. Geographische Informationen zu den Stationen finden sich in Tabelle 2.2.

humide Monate	Klasse
0 - 2	arid
3 - 5	$\operatorname{semi-arid}$
6 - 9	$\operatorname{semi-humid}$
10 - 12	$\operatorname{humid}$

Tabelle 2.1: Klassifikation nach humiden Monaten an einem Ort

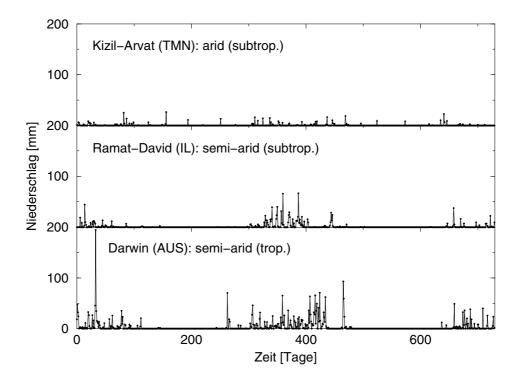


Abbildung 2.3: Zwei beliebige Jahre der Niederschlagsreihen von Kizil-Arvat (arid), Ramat-David (semi-arid) und Darwin (semi-arid).

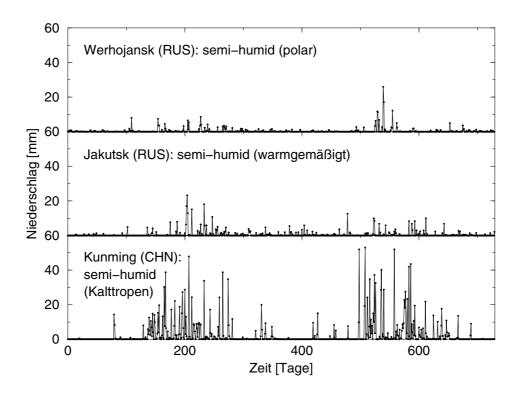


Abbildung 2.4: Zwei beliebige Jahre der Niederschlagsreihen der semi-humiden Standorte in Werhojansk, Jakutsk und Kunming.

Während das subtropische Kizil-Arvat (Abbildung 2.3) das ganze Jahr über nach längeren Zeiten hin und wieder ein schwaches Niederschlagsereignis hat, sind im Gegensatz dazu bei Ramat-David und Darwin ausgeprägte Regen- bzw. Trockenzeiten zu erkennen. Das tropische Darwin ist zudem von sehr starken Regenereignissen gekennzeichnet, wie gleich zu Beginn des ersten Jahres. Bei dem semi-humiden Werhojansk (Abbildung 2.4), welches in einer Polarregion liegt, wird schon deutlich häufiger Niederschlag registriert. Das ganze Jahr fällt ohne lange Trockenzeiten Niederschlag. Andererseits sind in Kunming ausgeprägte Regenzeiten offensichtlich. Die humiden Beispiele in Abbildung 2.5 sind durch starken Niederschlag das ganze Jahr hindurch geprägt. Man beachte, daß in Akureyri zwar im Verhältnis zu Manaus und Yichang weniger Niederschlag fällt, daß aber aufgrund der polaren Klimazone auch die Verdunstung geringer ist.

Deutlicher wird der Jahresgang des Niederschlags bei den gezeigten Meßstationen, wenn man die über alle Jahre gemittelten Werte betrachtet. Üblicherweise dient hierzu das Monatsmittel. Da im Rahmen der Saisonbereinigung (Abschnitt 2.4.2) ohnehin der mittlere Tagesniederschlag ermittelt wurde, ist dieser für die neun Stationen in Abbildung 2.6 gezeigt.

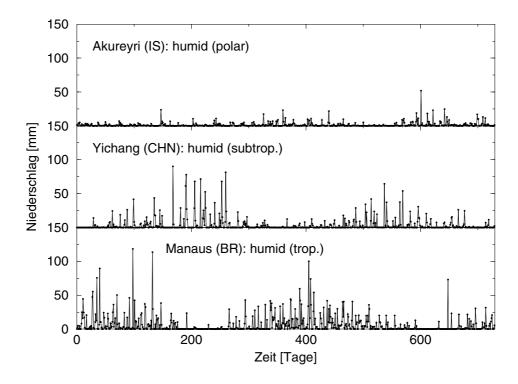


Abbildung 2.5: Zwei beliebige Jahre der Niederschlagsreihen der humiden Standorte Akureyri, Yichang und Manaus.

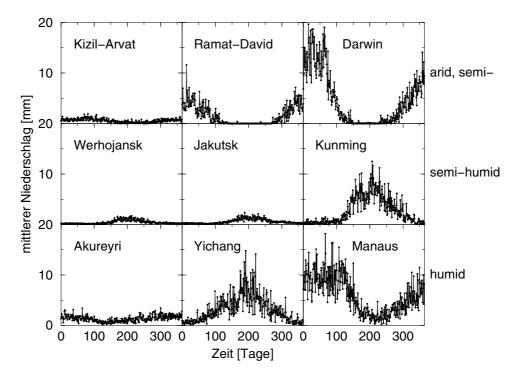


Abbildung 2.6: Tagesmittel der gezeigten Beispiele aus den Abbildungen 2.3 bis 2.5.

#### 2.6 Amplitudenreihe

Eine Zeitreihe kann man in zwei abgeleitete unterschiedliche Reihen zerlegen. Hierzu betrachtet man die Reihe der Inkremente

$$\Delta \tau_i \equiv \tau_i - \tau_{i-1} \tag{2.9}$$

aufeinanderfolgender Werte der ursprünglichen Reihe. Daraus definiert man die Signum- oder Vorzeichenreihe

$$v_i^s = \operatorname{sgn}(\Delta \tau_i) \tag{2.10}$$

und die Amplituden- oder Volatilitätsreihe<sup>3</sup>

$$v_i^a = |\Delta \tau_i| \quad , \tag{2.11}$$

so daß das Produkt aus beiden die Inkremente ergibt. Es sei angemerkt, daß die Reihen  $v_i^s$ und  $v_i^a$  aufgrund der Differenzenbildung in (2.9) im Gegensatz zur Originalreihe für i=1nicht definiert sind. Um wie bei der  $\tau_i$ -Reihe auch N Werte zu erhalten, nimmt man

$$\tau_0 := 0 \tag{2.12}$$

$$\tau_0 := 0$$

$$\Rightarrow \Delta \tau_1 = \tau_1 .$$
(2.12)
$$(2.13)$$

Weiterhin ist es nötig, bei der Signumreihe auch den Wert 0 zu erlauben:

$$\operatorname{sgn}(\Delta \tau_i) = \begin{cases} +1 & \operatorname{für } \Delta \tau_i > 0 \\ 0 & \operatorname{für } \Delta \tau_i = 0 \\ -1 & \operatorname{für } \Delta \tau_i < 0 \end{cases}$$
 (2.14)

Mit Abbildung 2.7 soll die Erzeugung der Unterreihen veranschaulicht werden.

Während die Signumreihe (2.10) die Richtung der Schwankungen angibt, stellt die Amplitudenreihe (2.11) den Absolutwert der Schwankungen dar. Sie beschreibt die Unbeständigkeit und ist ein Maß für die Stärke der Schwankungen. Betrachtet man das zugrundeliegende System, so beschreibt die Volatilität dessen Aktivität. Dabei deuten große Werte in der Amplitudenreihe auf Instabilität und kleine Werte auf Stabilität des Systems hin.

Man kann beide als eigenständige Reihen betrachten und mit den Methoden der Korrelationsanalyse untersuchen, wobei auch sie zentriert und gegebenenfalls von ihrem Jahresgang befreit werden müssen.

Besonders interessant ist die Analyse der Amplitudenreihe, da sie Auskunft darüber gibt, ob die Stärke der Schwankungen beständigen Charakter hat oder nicht. Mit anderen Worten interessiert man sich dafür, ob starke oder schwache Schwankungen in der Meßgröße erhalten bleiben, bzw. ob die Standardabweichung einen Memory-Effekt zeigt. Man erhält also einen Skalenexponenten und kann so Aussagen über das Korrelationsverhalten machen.

In dieser Arbeit wurden die Amplitudenreihen aller Stationen untersucht.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Der Begriff ist im Finanzwesen etwas anders definiert, nämlich  $v_i^a := |\ln \tau_i - \ln \tau_{i-1}|$ , siehe [LiuY 1999].

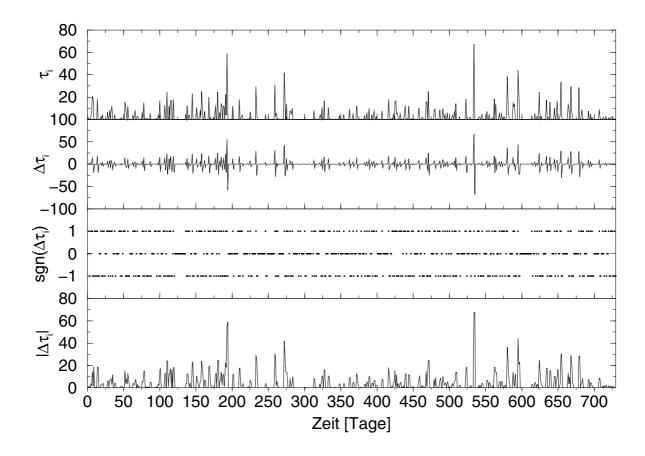
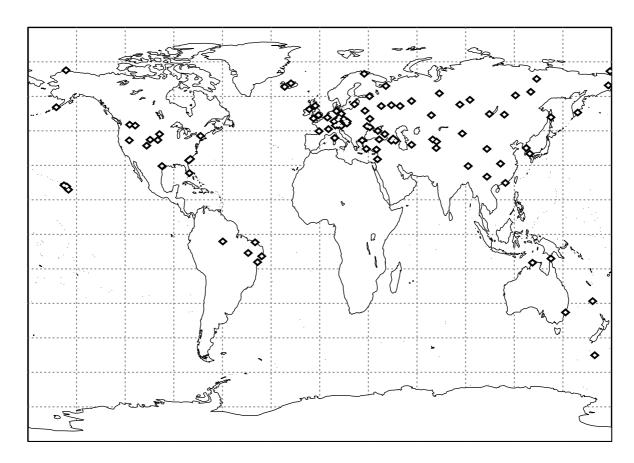


Abbildung 2.7: Erzeugung der Signum- und Amplitudenreihe am Beispiel der Niederschläge in Albany in den Jahren 1874 und 1875. Schritte von oben nach unten: Originalreihe, Differenzenreihe, Signumreihe und Amplitudenreihe.



# 2.7 Übersicht über die Stationen, deren Zeitreihen untersucht wurden

Um einen Überblick über die Stationen, deren Zeitreihen untersucht wurden, zu verschaffen, wurden sie in eine Weltkarte (Abbildung 2.7) eingezeichnet und ihre Daten in den folgenden Tabellen zusammengestellt.

Tabelle 2.2 enthält geographische Informationen der Stationen. Dies sind der Name der Station, das Land in dem sie sich befindet, die Höhe, die Position über Länge und Breite, sowie das Klima nach W. Lauer und P. Frankenberg (1987), entnommen aus [Dier 1996].

Des weiteren gibt Tabelle 2.3 Informationen zur Integrität der Zeitreihen wieder. Es steht zuerst der Name, gefolgt von den Jahreszahlen zu denen die Messung begonnen wurde und bis wann Daten vorlagen. Als nächstes ist die Anzahl der interpolierten Einträge, sowie die der ausgelassenen aufgeführt. Mit fehlenden sind die gemeint, die zwischen dem ersten und letzten Eintrag nach allen Maßnahmen als Lücken verbleiben. Die Gesamtzahl gibt an, wie viele Einträge effektiv genutzt wurden. Zu guter Letzt ist die Anzahl der Lücken aufgeführt.

Tabelle 2.2: Geographische Informationen zu den Stationen, deren Zeitreihen untersucht wurden

## 2.7. ÜBERSICHT ÜBER DIE STATIONEN, DEREN ZEITREIHEN UNTERSUCHT WURDEN19

Name	Land	Höhe	Breite	Länge	Klima
		üNN	[Grad]	[Grad]	
		[m]			
Academy	USA	512	43,5	-99,06	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
	_				kontinental, semi-arid
Ajaccio	F	9	41,92	8,8	Subtropen, maritim, semi-
	T-0			10.00	humid, Winterregengebiet
Akureyri	IS	27	65,69	-18,08	Polarregion, maritim, humid
Albany WSFOAP	USA	83	42,75	-73,8	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
					maritim bis kontinental, semi-
411 1 1	DILA	0.1	F0.0	140.15	humid
Aleksandrovsk	RUA	31	50,9	142,17	Mittelbreiten, kühlgemäßigt,
A 1 1 1'		4	40.05	05.00	kontinental, humid
Alexandroupolis	GR	4	40,85	25,92	Subtropen, kontinental, semi-
A 1'	DIIG	0.4	04.0	155.0	humid, Winterregengebiet
Anadir	RUS	64	64,8	177,6	Polarregion, kontinental, hu-
A 1 1 1	DIIG	0	0.4.5	40.45	mid
Arhangelsk	RUS	3	64,5	40,47	Mittelbreiten, kühlgemäßigt,
Α 1	(D	CO	F 4 9F	0.05	kontinental, humid
Arwagh	GB	62	54,35	-6,65	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
A + =1 = :	DD	F 4	0.50	26.00	maritim, semi-humid bis humid
Atalai	BR	54	-9,52	-36,02	Tropen, Warmtropen, semi-
Athogon	RUA	308	F1 00	69.27	arid bis semihumi
Atbasar	I KUA	308	51,82	68,37	Mittelbreiten, warmgemäßigt, kontinental, semi-humid
Bamberg S	D	282	49,88	10,92	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
Damberg 5	۵ ا	202	49,00	10,92	kontinental, semi-humid
Bamberg W	D	239	49,89	10,94	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
Damberg W		209	43,03	10,34	kontinental, semi-humid
Barrow w Post	USA	9	71,3	-156,78	Polarregion, maritim, humid
Belle Glade E	USA	$\frac{3}{4}$	26,65	-80,63	Subtropen bis Tropen, maritim
Belie Glade B		1	20,00	00,00	bis Warmtropen, semi-humid
Bordeaux	$_{ m F}$	61	44,83	-0,7	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
Bordoddi	-	01	11,00	,,,	maritim, semi-humid
$\mathrm{Brno}$	CZ	241	49,15	16,7	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
		=	_======================================	,.	kontinental, semi-humid
Campbell Isl.	NZ	15	-52,6	169,2	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
1			,-	,	maritim, semi-humid
Ceske Budejv	CZ	388	49,05	15,6	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
			,	ĺ	kontinental, semi-humid
Charleston	USA	3	32,78	-79,93	Subtropen, maritim, semi-
			,	,	humid
Cheyenne WSFO	USA	1867	41,15	-104,81	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
					kontinental, semi-arid

Name	Land	Höhe	Breite	Länge	Klima
		üNN	[Grad]	[Grad]	
		[m]			
Chita	RUS	662	52,1	113,5	Mittelbreiten, kühl- warm-
			·		gemäßigt, kontinental, semi-
					humid bis humid
Cicero	BR	310	-8,13	-44,41	Tropen, Warmtropen, semi-
					humid
Cold Bay AP	USA	30	55,2	-162,71	Tropen, Kalttropen, semi-
					humid
Darwin Airport	AUS	30	-12,4	130,87	Tropen, Warmtropen, semi-
T7.11: 1.	C D	194	FF 00	9.10	arid
Edinburg	GB	134	55,92	-3,18	Mittelbreiten, warmgemäßigt, maritim, humid
Enisejsk	RUA	78	58,45	92,15	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
Emsejsk	NOA	10	30,43	92,10	hoch-kontinental, semi-humid
Feodosija	UA	22	45,03	35,39	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
1000001100	011		10,00	00,00	kontinental, semi-arid
Fergana	USB	578	40,36	71,75	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
- 0100000	0.52		-5,55	. 1, . 5	kontinental, semi-arid
Gorkij	RUS	161	56,22	43,82	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
			,	,	kontinental, semi-humid
Gothenburgh	USA	787	40,93	-100,16	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
_					kontinental, semi-arid
Gunnison	USA	2335	$38,\!53$	-106,93	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
					kontinental, semi-arid
Haleakalaran	USA	564	20,83	-156,31	Warmtropen
Hamburg	D	13	$53,\!63$	10	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
			40.40		kontinental, semi-humid
Hawaii VLC NP	USA	1210	19,43	-155,26	Warmtropen
Hohenpeißenberg	D	986	47,8	11,02	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
Hongkong Obs	HK	62	22.2	11/117	maritim, semi-humid Tropen, Warmtropen, semi-
nongkong Obs	III	02	22,3	114,17	Tropen, Warmtropen, semi- humid
Honolulu Intl	USA	12	21,35	-157,93	Warmtropen
Horog	TAD	$\frac{12}{2077}$	$\begin{vmatrix} 21,35\\ 37,5 \end{vmatrix}$	71,5	Subtropen, hochkontinental,
110108		2011	01,0	11,0	semi-arid
Ipagua	BR	75	-3,5	-40,27	Tropen, Warmtropen, semi-
1 0			, .	, .	arid bis semi-humid
Irara	BR	283	-12,02	-38,75	Tropen, Warmtropen, semi-
					humid
Irkutsk	RUS	467	52,3	104,3	Mittelbreiten, kühlgemäßigt,
					kontinental, semi-humid
Jakutsk	RUS	102	62	129,7	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
					hoch-kontinental, semi-humid

## 2.7. ÜBERSICHT ÜBER DIE STATIONEN, DEREN ZEITREIHEN UNTERSUCHT WURDEN21

Name	Land	Höhe	Breite	Länge	Klima				
		üNN	[Grad]	[Grad]					
		[m]							
Jena	D	155	50,93	11,58	Mittelbreiten, warmgemäßigt				
					maritim bis kontinental, semi				
T7 1 1		110	40.00	0.05	humid				
Karlsruhe	D	112	49,03	8,37	Mittelbreiten, warmgemäßigt,				
Kasan	RUS	116	55,78	49,18	maritim, semi-humid				
Ixasan	1005	110	30,10	49,10	Mittelbreiten, warmgemäßigt, kontinental, semi-humid				
Kevo	FIN	101	69,75	27,03	Polarregion, maritim, humid				
Kiev	UA	167	50,3	$\begin{vmatrix} 21,05\\ 30,45 \end{vmatrix}$	Mittelbreiten, kontinental,				
11107		101	00,0	00,10	semi-humid				
Kirovabad	ARM	308	40,72	46,42	Subtropen, kontinental, semi-				
			,	,	arid				
Kisinjow	MOL	173	47,02	28,86	Mittelbreiten, warmgemäßigt,				
· ·			,	,	kontinental, semi-arid				
Kizil-Arvat	TMN	97	38,99	$56,\!29$	Subtropen, kontinental bis				
					hochkontinental, arid				
Kunming W	CHN	1892	25	102,69	Tropen, Kalttropen, semi-				
					humid				
Leninakan	ARM	1523	40,79	43,83	Subtropen, kontinental, semi-				
	DIIG				arid bis semi-humid				
Leningrad	RUS	4	59,97	30,3	Tropen, Kaltropen, semi-				
Thoso	CHN	3650	20.69	01 14	humid				
Lhasa	CHN	3000	29,68	91,14	Subtropen, kontinental, semi- humid				
Liepaja	LT	4	56,55	21,02	Mittelbreiten, warmgemäßigt,				
n n n n n n n n n n n n n n n n n n n		•	00,00	21,02	maritim, semi-humid				
Luiz Correira	$_{ m BR}$	10	-2,88	-41,66	Tropen, Warmtropen, semi-				
			,	,	humid				
Luling	USA	121	29,66	-97,65	Subtropen, kontinental, semi-				
_					arid				
Lyon bron	F	201	45,72	4,95	Mittelbreiten, warmgemäßigt,				
					kontinental, semi-humid				
Manaus	BR	60	-3,11	-60,02	Tropen, Warmtropen, humid				
Mersin	$\mathrm{TR}$	3	$36,\!82$	34,6	Subtropen, kontinental, semi-				
3.61	****	222	F0 F0	0 - 50	arid				
Minsk	WY	222	53,76	27,53	Mittelbreiten, warmgemäßigt,				
Moskva	RUS	147	   55 75	27 61	kontinental, semi-humid				
MINIOSKVA	ILOS	147	55,75	37,64	Mittelbreiten, warmgemäßigt, kontinental, semi-humid				
Muenchen B	D	515	48,17	11,5	Mittelbreiten, warmgemäßigt,				
MICHOHEH D	'	010	10,11	11,0	kontinental, semi-humid				
Muenchen n	D	515	48,17	11,51	Mittelbreiten, warmgemäßigt,				
	-			,	kontinental, semi-humid				
	<u></u>	l	1						

Name	Land	Höhe	Breite	Länge	Klima
		üNN	[Grad]	[Grad]	
		[m]			
Mulga	TR	646	37,2	28,35	Subtropen, kontinental, semi-
					humid
Norfolk Isl.	AUS	109	-29,03	167,93	Subtropen, maritim, semi-
		_			humid
O.Wrangelja	RUS	2	71	178,6	Polarregion, kontinental, semi- humid
Odessa	UA	42	46,48	30,63	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
Odessa		12	10,10	30,03	kontinental, semi-arid
Olekminsk	RUA	226	60,4	120,42	Mittelbreiten, kühlgemäßigt,
			,	,	hoch-kontinental, semi-humid
Oxford	GB	63	51,77	-1,27	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
					maritim, semi-humid
Perm	RUS	169	58,02	56,3	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
	D. I.	0.4	F0.05	450 =5	kontinental, semi-humid
Petropavlovsk	RUA	24	52,97	158,75	Mittelbreiten, kühlgemäßigt,
Plymouth	GB	50	50,35	-4,12	maritim, humid Mittelbreiten, warmgemäßigt,
1 lymouth	В	30	00,00	-4,12	maritim, semi-humid
Potsdam	$_{ m D}$	81	52,38	13,07	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
1 Othami		01	02,00	10,01	maritim, semi-humid
Prag	CZ	191	50,1	14,41	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
					kontinental, semi-humid
Pusan	KOR	71	35,1	129,03	Tropen, Kalt- bis Warmtropen,
					semi-humid
Ramat-David	$\parallel  ext{IL}$	49	32,67	35,18	Subtropen, kontinental, semi-
					arid (Subtropisches Winterre-
Doord Isl	NZ	20	20.2	177.0	gengebiet)
Raoul Isl.	INZ.	38	-29,3	177,9	Subtropen, maritim, semi- humid
Reykjavik	IS	16	64,12	-21,9	Polarregion, maritim, humid
Saint Ignatiu	USA	883	47,31	-114,1	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
0			,	,	kontinental, semi-arid bis semi-
					humid
Samsun	$\mathrm{TR}$	4	41,28	36,33	Subtropen, kontinental, semi-
					humid, subtropisches Winter-
G		0.46.5	45 0		regengebiet
Säntis	СН	2496	47,3	9,3	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
Cayannah WCO	TICA	14	29 19	21.9	kontinental, semi-humid Subtropen, maritim, semi-
Savannah WSO	USA	14	$32,\!13$	-81,2	Subtropen, maritim, semi- humid
Seoul	KOR	87	37,57	126,97	Subtropen, kontinental, humid
	<u> </u>		1 ,	- , - ,	

## 2.7. ÜBERSICHT ÜBER DIE STATIONEN, DEREN ZEITREIHEN UNTERSUCHT WURDEN23

Name	Land	Höhe	Breite	Länge	Klima
		üNN	[Grad]	[Grad]	
		[m]			
Soci	RUS	57	43,58	39,76	Mittelbreiten bis Subtropen,
					kontinental, semi-arid bis semi-
					humid
Sonnblick	Α	3107	47,1	13	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
					kontinental, semi-humid
Spokane WSOA	USA	718	47,63	-117,53	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
~	D. T. T.				hochkontinental, semi-arid
Surgut	RUA	44	$61,\!25$	73,5	Mittelbreiten, kühlgemäßigt,
					kontinental, semi-humid bis
C d	AUS	66	22.07	151.0	humid
Sydney	AUS	00	-33,87	151,2	Subtropen, maritim, semi- humid bis humid
Taschkent	USB	477	41,26	69,26	Subtropen, kontinental, semi-
Taschkent		II.	11,20	05,20	arid
Tbilisi	GEO	427	41,69	44,95	Subtropen, kontinental, semi-
_ 55-	0.0		,	,	arid bis semi-humid
Thursday Isl.	AUS	61	-10,58	142,22	Tropen, Warmtropen, semi-
			,	,	arid bis semi-humid
Tomsk	RUS	137	56,4	85,97	Mittelbreiten, warm- bis kühl-
					gemäßigt, kontinental, semi-
					humid
Uccle	В	104	50,80	4,40	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
					maritim, semi-humid
Werhojansk	RUS	135	67,6	133,4	Polarregion, kontinental, semi-
XX7: II -1:		010	40.0	10.4	humid
Wien Hohenwarte	A	212	48,2	16,4	Mittelbreiten, warmgemäßigt, kontinental, semi-humid
Winnemucca WS	USA	1309	$ _{40,9}$	-117,8	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
Willinemucca WS	UDA	1503	40,5	-111,0	kontinental, semi-arid
Wulumuqi	CHN	919	43,79	87,62	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
1	,		-,	,	hoch-kontinental, semi-arid
Wuxqiaoling	CHN	3043	37,2	102,67	Subtropen, hoch-kontinental,
					semi-arid
Yiching	CHN	131	30,7	111,09	Subtropen, kontinental, humid
Zugspitze	D	2960	47,42	10,98	Mittelbreiten, warmgemäßigt,
					maritim bis kontinental, semi-
					humid

Tabelle 2.3: Informationen zur Datenintegrität der untersuchten Niederschlagsreihen

Name	Beginn	Ende	inter-	gelö.	fehl.	G	Lücken
	J		pol.			zahl	
	1898	1994	15	20	188	35016	10
Academy		400-					
Ajaccio	1949	1997	0	0	0	17581	0
Akureyri	1949	1997	0	0	0	17885	0
Albany WSFOAP	1874	1994	3	0	0	44165	0
Aleksandrovsk	1881	1985	8	0	7727	35703	9
Alexandroupolis	1951	1990	2	0	0	14600	0
Anadir	1898	1994	47	275	5527	31185	17
${ m Arhangelsk}$	1881	1994	285	223	3144	38090	12
Arwagh	1863	1997	18	0	3	48452	1
Atalai	1921	1980	0	0	217	21683	7
Atbasar	1936	1995	3	0	0	23360	0
Bamberg S	1891	1958	0	0	0	24820	0
Bamberg W	1959	1998	0	0	0	14600	0
Barrow w Post	1959	1993	1	0	72	12703	3
Belle Glade E	1924	1993	4	0	122	25308	3
Bordeaux	1949	1997	0	0	0	17885	0
$\operatorname{Brno}$	1871	1998	0	0	188	46532	3
Campbell Isl.	1941	1997	11	0	0	20624	0
Ceske Budejv	1888	1998	0	0	14600	25915	1
Charleston	1871	1994	13	1	61	45198	6
Cheyenne WSFO	1871	1987	2	0	133	42572	1
Chita	1890	1999	11	0	1338	38678	6
Cicero	1921	1980	0	0	337	21563	4
Cold Bay AP	1950	1993	65	36	265	15699	8
Darwin Airport	1941	1997	14	0	0	20774	0
Edinburg	1896	1997	12	213	1043	35974	11
Enisejsk	1884	1988	14	31	3353	38956	4
Feodosija	1881	1994	48	61	4992	36131	7
Fergana	1881	1999	24	98	3013	40234	15
Gorkij	1881	1999	29	63	1384	41988	17
Gothenburgh	1894	1994	6	0	191	36431	6
Gunnison	1893	1994	50	196	2285	34568	23
Haleakalaran	1949	1993	63	504	3906	11711	1
Hamburg	1891	1998	0	0	92	39328	1
Hawaii VLC NP	1951	1993	71	0	56	15638	8
Hohenpeißenberg	1879	1999	0	0	92	44073	1
Hongkong Obs	1885	1995	0	0	2920	37595	2
Honolulu Intl	1951	1993	20	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	34	15661	$\stackrel{-}{2}$
Horog	1946	1990	$\frac{1}{4}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	0	15968	0
Ipagua	1921	1980	0	0	31	21869	1

# 2.7. ÜBERSICHT ÜBER DIE STATIONEN, DEREN ZEITREIHEN UNTERSUCHT WURDEN25

Name	Beginn	Ende	inter-	gelö.	fehl.	G	Lücken
	U		pol.			zahl	
Irara	1921	1980	0	0	243	21657	6
Irkutsk	1882	1994	17	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	35	41210	$\stackrel{\circ}{2}$
Jakutsk	1888	1994	41	36	1159	39626	$\overline{12}$
Jena	1827	2000	0	0	3235	60275	6
Karlsruhe	1876	1999	0	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	426	44834	$\stackrel{\circ}{2}$
Kasan	1881	1999	20	30	898	42507	6
Kevo	1959	1997	1	0	730	12410	1
Kiev	1881	1993	43	1	425	40758	7
Kirovabad	1882	1991	77	239	6388	33523	25
Kisinjow	1886	1994	28	0	9946	28956	$\frac{1}{2}$
Kizil-Arvat	1883	1994	36	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	4214	35936	10
Kunming W	1951	1999	0	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	0	14600	0
Leninakan	1895	1992	18	43	3679	31560	16
Leningrad	1881	1994	13	0	31	41579	1
Lhasa	1951	1999	1	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	184	12956	$\frac{1}{2}$
Liepaja	1881	1992	79	39	6317	34218	16
Luiz Correira	1921	1980	0	123	1640	20137	12
Luling	1901	1994	1	0	41	33935	1
Lyon bron	1949	1997	1	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	0	17885	0
Manaus	1961	1999	$\frac{-}{152}$	58	255	13922	13
Mersin	1950	1994	5	0	$\frac{295}{395}$	16030	2
Minsk	1891	1994	23	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	5247	32258	8
Moskva	1879	1999	35	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	156	44008	8
Muenchen B	1955	1998	0	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	0	16060	$\stackrel{\circ}{0}$
Muenchen n	1891	1954	0	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	880	22480	$\frac{3}{4}$
Mulga	1950	1994	13	0	0	16425	0
Norfolk Isl.	1939	1997	0	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	0	21439	$\stackrel{\circ}{0}$
O.Wrangelja	1926	1999	10	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	111	26626	6
Odessa	1808	1994	19	0	1825	36834	5
Olekminsk	1882	1987	18	45	9034	33767	19
Oxford	1853	1997	$\frac{1}{4}$	0	0	52925	0
Perm	1882	1994	7	0	253	40749	3
Petropavlovsk	1894	1993	9	51	1790	36637	16
Plymouth	1874	1997	4	0	304	44165	1
Potsdam	1893	1999	0	0	0	39055	0
Prag	1810	1998	0	0	61	68924	2
Pusan	1904	1994	8	0	0	33076	0
Ramat-David	1963	1997	16	31	155	12408	3
Raoul Isl.	1937	1997	12	0	14	22070	1
Reykjavik	1949	1997	0	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	0	17885	0
Saint Ignatiu	1896	1994	127	3	3591	32505	10

Name	Beginn	Ende	inter-	gelö.	fehl.	G	Lücken
			pol.			zahl	
Samsun	1950	1994	5	27	26	16372	2
Säntis	1901	1997	0	0	0	35405	0
Savannah WSO	1871	1987	0	0	1095	41610	1
Seoul	1907	1994	0	0	1186	30620	1
Soci	1874	1999	14	30	1928	43747	9
Sonnblick	1890	1997	1	0	4	39204	1
Spokane WSOA	1881	1994	1	0	0	41579	0
Surgut	1884	1984	4	0	730	32393	2
Sydney	1885	1997	0	0	0	41245	0
Taschkent	1881	1999	67	23	1425	41980	10
Tbilisi	1881	1992	17	0	1552	39328	3
Thursday Isl.	1950	1993	33	0	3	15505	1
Tomsk	1881	1994	21	27	152	43256	9
Uccle	1901	1993	1120	497	209	33239	37
Werhojansk	1885	1994	92	131	3410	34784	21
Wien Hohenwarte	1873	1997	86	11	14	45600	2
Winnemucca WS	1877	1994	1	0	533	42356	1
Wulumuqi	1951	1999	0	0	0	14600	0
Wuxqiaoling	1951	1999	0	0	0	14600	0
Yiching	1951	1999	0	0	0	14388	0
Zugspitze	1901	2000	0	0	106	36394	1

Neben den Reihen von Einzelstationen standen auch korrigierte Gebietsniederschlagsreihen aus Süddeutschland zur Verfügung. Sie erstrecken sich alle über den Zeitraum vom 1.1.1931 bis 31.12.1997 und haben nach Abzug der siebzehn Schalttage die Länge N=24455. Es handelt sich um Einzugsgebiete der Flüsse Donau, Elbe, Main, Neckar und Rhein. in Abbildung 2.8 sind die Gebiete dargestellt. Untersucht wurden die Reihen der in Tabelle 2.3 angebenen Gebiete.

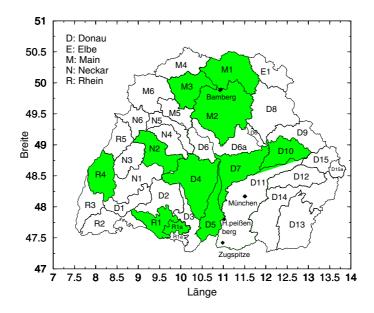


Abbildung 2.8: Einzugsgebiete in Süddeutschland, deren korrigierte Niederschlagsreihen zur Verfügung standen. Tatsächlich untersuchte sind grau unterlegt. Weiterhin sind die Einzelstationen Bamberg, Hohenpeißenberg, München und Zugspitze eingezeichnet.

Abkürzung	Bezeichnung
D4	Donau uh. Iller oh. Wörnitz/Lech
D5	Lech
D6	Wörnitz, Altmühl, Schwarzer Laber
D7	Donau uh. Lech oh. Naab
D10	Donau uh. Naab oh. Isar
D11	Isar
M1	Main oh. Regnitz
M2	Regnitz
M2	Main uh. Regnitz b oh. Fränkische Saale
N2	Necker v. Fils oh. Kocher (ohne Enz)
R1	Hochrhein / Bodensee
R4	Rhein v. Kinzig b. Murg

Tabelle 2.4: Untersuchte Gebietsniederschlagsreihen

# Kapitel 3

# Methoden der Zeitreihenanalyse

#### 3.1 Motivation

In der Zeitreihenanalyse stellt die Untersuchung auf Korrelationen einen wichtigen Ansatzpunkt dar. Man interessiert sich dafür, ob zwischen den einzelnen Meßwerten eine Abhängigkeit besteht, denn ein solches Verhalten gibt wesentliche Hinweise auf den zugrunde liegenden Prozeß einer Zeitreihe.

Besteht ein erhaltender Charakter, so spricht man von Persistenz. Die wirkenden Prozesse beinhalten eine Art Gedächtnis (Memory-Effekt). Dies äußert sich in einer Kopplung der Schwankungen, die sich über längere Zeitspannen unterhalb oder oderhalb des Mittelwertes aufhalten. Auf besonders große (kleine) Werte folgen mit erhöhter Wahrscheinlichkeit weitere große (kleine) Werte.

Schwanken die Elemente der Zeitreihe stark um den Mittelwert, so daß auf kleine Werte eher große und auf große eher kleine folgen, dann spricht man von Antikorrelationen. Unkorreliert ist eine Zeitreihe dann, wenn ihre Werte unabhängig voneinander sind.

Eine besondere Bedeutung erlangt die Trendbeseitigende Fluktuationsanalyse (DFA¹), da sie Trends systematisch eliminiert ([EKBu 1998], vgl. Kapitel 3.3). Betrachtet man eine Zeitreihe rein optisch, so kann man langzeitkorrelierte Fluktuationen fälschlicherweise für Trends halten ([BuKa 2001] und Abb. 4 darin). Im Gegensatz zu Fluktuationen sind Trends systematische Abweichungen vom Mittelwert. Aufgrund des erhaltenden Charakters langzeitkorrelierter Fluktuationen lassen sich diese mit den herkömmlichen Methoden (siehe Kapitel 3.2) schlecht von Trends unterscheiden. Mittels der DFA ist man jedoch in der Lage, Trends aufzuzeigen [Kant 2001] und bei der Korrelationsanalyse außer Acht zu lassen [Peng 1994], [Taqq 1995], [Kant 2001], [HuKu 2001].

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Detrended Fluctuation Analysis

#### 3.2 Herkömmliche Methoden

#### 3.2.1 Autokorrelationsfunktion

Korrelationen in einer stationären Zeitreihe  $\tau_i$ , i = 1, ..., N, lassen sich quantifizieren, indem man das Skalenverhalten der (Auto-)Korrelationsfunktion untersucht. Diese wird definiert als

$$C(S) = \langle \tau_i \tau_{i+S} \rangle = \frac{1}{N-S} \sum_{i=1}^{N-S} \tau_i \tau_{i+S} \quad . \tag{3.1}$$

Dabei gibt S die betrachtete Zeitskala an. Man normiert sie, indem man durch C(0) teilt. Eine wichtige Voraussetzung zur Definition von C(S) ist dabei, daß der Mittelwert der  $\tau_i$  verschwindet. Dies erreicht man praktisch, indem man den Mittelwert abzieht (mehr dazu im Abschnitt 2.4.2). Es sei also zuvor der Schritt

$$\tau_i = t_i - \langle t_i \rangle \tag{3.2}$$

vollzogen worden, um die  $\tau_i$  zu erhalten. Dann ist

$$\langle \tau_i \rangle = \langle (t_i - \langle t_i \rangle) \rangle \tag{3.3}$$

$$= \langle t_i \rangle - \langle \langle t_i \rangle \rangle \tag{3.4}$$

$$= 0. (3.5)$$

Mathematisch gesprochen ist die (Auto-)Korrelationsfunktion gleich dem Quotienten aus der Kovarianzfunktion und der Varianzfunktion. Für den Fall stationärer Zeitreihen, also Zeitreihen mit konstanter Erwartungswert- und Varianzfunktion folgt, daß die Korrelationsfunktion im Wesentlichen nur proportional zur Kovarianzfunktion ist.

Man unterscheidet folgende Skalenverhalten, die charakteristisch für verschiedene Dynamik der Prozesse sind, welche die Zeitreihen erzeugen:

• Unabhängige Elemente

$$\langle \tau_i \tau_{i+S} \rangle = 0 \qquad \forall \quad S > 0,$$
 (3.6)

wenn die  $\tau_i$  unkorreliert sind.

• Kurzreichweitige Korrelationen

$$C(S) \sim e^{-\frac{S}{S_{\times}}} \tag{3.7}$$

mit der charakteristischen Korrelationszeit

$$S_{\times} = \lim_{N \to \infty} \int_{0}^{N} C(S) ds. \tag{3.8}$$

Der Abfall von C(S) muß dabei nicht notwendigerweise genau der Exponentialfunktion folgen. Es ist vielmehr für kurzreichweitige Korrelationen wesentlich, daß eine charakteristische Korrelationszeit existiert, die die Reichweite der Korrelationen beschreibt.

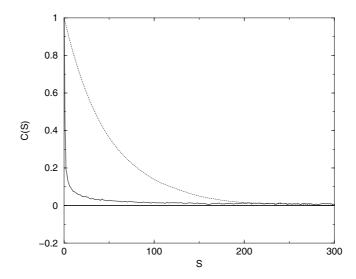


Abbildung 3.1: Autokorrelationsfunktionen künstlich erzeugter Zeitreihen bestehend aus 400040 Einträgen. Gestrichelt: Kurzzeitkorrelationen mit einer Korrelationszeit von 100. Durchgezogene Linie: Langzeitkorrelationen mit dem Exponenten  $\gamma = 0,6$ 

#### • Langreichweitige Korrelationen

$$C(S) \sim S^{-\gamma}, \qquad 0 < \gamma < 1, \tag{3.9}$$

für die die Korrelationszeit  $S_{\times}$  divergiert. Langreichweitige Korrelationen werden also nicht durch eine charakteristische Zeit, sondern durch ein Skalengesetz mit Korrelationsexponenten  $\gamma$  charakterisiert.

Die Abbildungen 3.1 und 3.2 zeigen die Autokorrelationsfunktionen an den Beispielen je einer künstlich erzeugten kurzzeit- und langzeitkorrelierten Reihe.

Die Korrelationszeit, eingeführt in (3.8), beträgt bei ersterer 100, und man sieht deutlich, daß bis zu dem  $S_{\times} = 100$  sehr starke Korrelationen vorliegen, die bei großen S verschwinden, weshalb man sie auch als endliche Korrelationen bezeichnet.

Im Gegensatz dazu zeigt die Autokorrelationsfunktion der langzeitkorrelierten Reihe (3.9) Potenzverhalten mit einem Exponeneten  $\gamma = 0, 6$ , so daß auch bei großen Skalen noch Korrelationen vorliegen.

Bei diesen Beispielen handelt es sich um recht lange künstliche Reihen, weshalb die Statistik verhältnismäßig gut ist. In der Praxis hat man es oft mit weit kürzeren Reihen zu tun, die von sich aus keine so glatte Autokorrelationsfunktion liefern. Man erhält also in der Regel ein mehr oder weniger verrauschtes Bild. Für den Fall von Langzeitkorrelationen ist es nötig, C(S) doppelt-logarithmisch aufzutragen, um den Exponenten  $\gamma$  zu ermittel. Wenn C(S) schon sehr klein geworden ist, treten auch negative Werte auf und es schwankt um 0 herum [BuKa 2001]. Diese Punkte können dann jedoch nicht berücksichtigt werden, was zu Schwierigkeiten bei der Bestimmung von  $\gamma$  führt. Bereits bei dem gezeigten Beispiel treten auf großen Skalen starke Fluktuationen auf. In der Praxis läßt sich das Langzeitverhalten so gut wie nicht bestimmen.

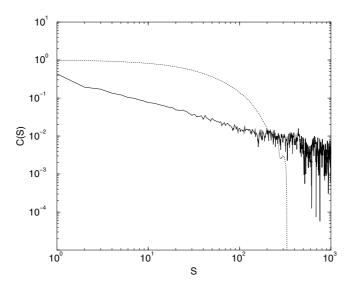


Abbildung 3.2: wie Abbildung 3.1, nur doppelt-logarithmische Skalierung

Ein anderes Problem stellen Trends dar, denn durch sie können Langzeitkorrelationen vorgetäuscht werden. Um dies zu verdeutlichen, wurde auf die Beispielreihen ein linearer Trend der Form

$$\hat{t_i} = t_i + A \cdot \left(\frac{i}{N}\right)^1 \tag{3.10}$$

addiert. Dabei ist A die Stärke des Trends und N die Länge der Zeitreihen. In den Beispielen wurde A=1, also in der Größe der Amplitude gewählt  $^2$ . Der Exponent  $^1$  soll an den linearen Charakter erinnern.

Die Abbildungen 3.3 und 3.4 zeigen die Autokorrelationsfunktionen der kurzreichweitig korrelierten Reihe mit und ohne Trend.

Man sieht, daß in Abbildung 3.4 eine etwas mehr verrauschte Korrelationsfunktion zu der falschen Annahme von Langzeitkorrelationen führen könnte. Sicherlich läßt sich die Korrelationszeit nur schwer bestimmen.

Die Autokorrelationsfunktion des langzeitkorrelierten Beispiels ist mit und ohne Trend auf den Abbildungen 3.5 und 3.6 zu sehen.

Auch hier wirkt der Trend irreführend. Insbesondere wird die sinnvolle Bestimmung des Exponenten anhand der trendbehafteten Reihe (durchgezogene Linie in Abbildung 3.6) unmöglich.

Man könnte annehmen, der Trend ließe sich einfach mittels einer linearen Regression herausziehen. Das mag in diesem Beispiel stimmen, aber auch nur deshalb, weil man weiß, daß ein linearer Trend vorliegt. In der Praxis kann man Trends von Korrelationen jedoch nicht ohne weiteres unterscheiden.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>die kurzzeitkorrelierte Reihe besteht nur aus  $\pm 1$ , folglich wurde A=1 gewählt, ebenso wie die langzeitkorrelierte Reihe, welche eine Standardabweichung  $\sigma \approx 1$  aufweist.

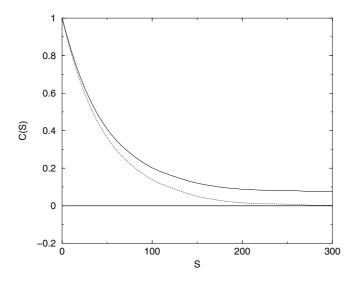


Abbildung 3.3: Autokorrelationsfunktion der Beispielreihe mit kurzreichweitigen Korrelationen. Gestrichelt: ohne Trend, durchgezogen: Trend gemäß (3.10)

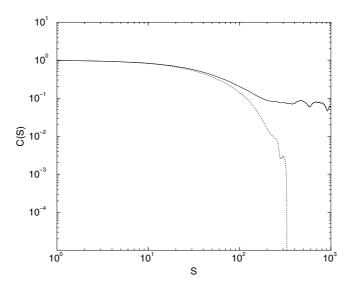


Abbildung 3.4: wie Abbildung 3.3, nur doppelt-logarithmische Skalierung

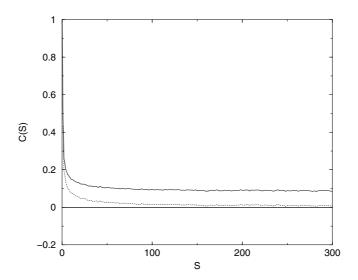


Abbildung 3.5: Autokorrelationsfunktion der Beispielreihe mit Langzeitkorrelationen. Gestrichelt: ohne Trend, durchgezogen: Trend gemäß (3.10)

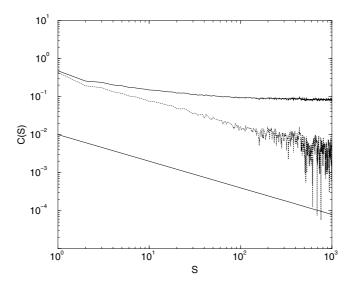


Abbildung 3.6: wie Abbildung 3.5, nur doppelt-logarithmische Skalierung. Zum Vergleich ist zusätzlich eine Gerade mit dem Exponenten -0,7 eingezeichnet.

#### 3.2.2 Fourier-Transformation

Eine weitere Möglichkeit, etwas über das Korrelationsverhalten einer Zeitreihe zu erfahren, ist die Fourier-Transformation. Mit ihr erhält man das Frequenzspektrum der untersuchten Reihe. Eine nichtperiodische Funktion wird als Summe unendlich vieler harmonischer Schwingungen mit stetig variierender Frequenz f dargestellt. Verbirgt sich in einem stochastischen Prozeß eine Periodizität, so zeigt sie sich im Spektrum anhand eines Peaks (Spitze).

Um den Zusammenhang mit dem Korrelationsverhalten zu erkennen, betrachtet man einen stationären stochastischen Prozeß  $\tau_i$  der Länge N (später  $N \to \infty$ ), der neben  $\langle \tau_i \rangle = 0$  auch  $\langle \tau_i^2 \rangle = \sigma^2$  erfüllen soll. Die Fourier-Reihe von  $\tau_i$  läßt sich schreiben als

$$F(f) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{j=1}^{N} \tau_j e^{-2\pi i f j} \quad . \tag{3.11}$$

Das Spektrum ist durch das Betragsquadrat der Fourier-Reihe gegeben, das in den folgenden Schritten umgeschrieben wird:

$$P(f) = F(f) \cdot F^*(f) \tag{3.12}$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \sum_{k=1}^{N} \tau_j \tau_k e^{2\pi i f(j-k)}$$
 (3.13)

$$= \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \tau_j^2 + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \sum_{k=1}^{j-1} \tau_j \tau_k \left( e^{2\pi i f(j-k)} + e^{2\pi i f(k-j)} \right)$$
(3.14)

$$=(N-S)\cdot C(S)$$
 mit  $S=j-k$ 

$$= C(0) + \frac{1}{N} \sum_{S=1}^{N} (N - S)C(S) \left( e^{2\pi i f S} + e^{-2\pi i f S} \right)$$
 (3.15)

$$= C(0) + \frac{2}{N} \sum_{S=1}^{N} (N - S)C(S) \cos(2\pi f S)$$
 (3.16)

$$\stackrel{N \to \infty}{\longrightarrow} C(0) + 2 \sum_{S=1}^{\infty} C(S) \cos(2\pi f S) \quad . \tag{3.17}$$

Somit ist das Spektrum die Fourier-Transformierte der Autokorrelationsfunktion [Chat 1982]<sup>3</sup>. Für den Fall von Langzeitkorrelationen, also wenn die Autokorrelationsfunktion C(S) dem Potenzgesetz aus (3.9) folgt, kann man näherungsweise

$$P(f) \sim 2 \sum_{S=1}^{\infty} S^{-\gamma} \cos(2\pi f S)$$
 (3.18)

schreiben [Rang 2000]. Um dies handlicher zu machen, nimmt man sich die Taylor-Entwicklung von  $(1-y)^{-\delta-1}$  zu Hilfe

$$(1-y)^{-\delta-1} = \sum_{S=0}^{\infty} A_S^{\delta} y^S \quad . \tag{3.19}$$

 $<sup>^{3}</sup>$ darin (6.12)

Dabei ist

$$A_S^{\delta} \begin{cases} := 1 & \text{für } S = 0 \\ = \frac{(\delta+1)(\delta+2)\dots(\delta+S)}{S!} \approx \frac{S^{\delta}}{\Gamma(\delta+1)} & \text{für } S \ge 1 \end{cases},$$

$$(3.20)$$

was zu

$$\sum_{S=1}^{\infty} S^{\delta} y^{S} \approx \Gamma(\delta + 1)[(1 - y)^{-\delta - 1} - 1]$$
 (3.21)

führt. Man ersetzt nun  $\delta=-\gamma,\,y=r\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\pi f},$ mit  $0\leq r<1,$ so daß man

$$\sum_{S=1}^{\infty} S^{-\gamma} r^S e^{i2\pi Sf} \approx \Gamma(1-\gamma) [(1-re^{i2\pi f})^{\gamma-1} - 1]$$
 (3.22)

erhält. Läßt man  $r \to 1$  und für den Fall von Langzeitkorrelationen  $f \to 0$  gehen, so verschwindet der Imaginärteil, und nach [Rang 2000] gelangt man zu

$$\sum_{S=1}^{\infty} S^{-\gamma} \cos(2\pi S f) \approx \Gamma(1-\gamma)(2\pi f)^{\gamma-1} \cos[\pi(1-\gamma)/2] \quad . \tag{3.23}$$

Einsetzen in (3.18) liefert

$$P(f) \sim 2\Gamma(1-\gamma)(2\pi f)^{\gamma-1}\cos[\pi(1-\gamma)/2]$$
 (3.24)  
 $P(f) \sim f^{\gamma-1}$  . (3.25)

$$P(f) \sim f^{\gamma - 1} (3.25)$$

Somit beobachtet man bei der Spektralanalyse im besprochenen Fall in doppeltlogarithmischer Darstellung eine abfallende Gerade. Ihre Steigung wird üblicherweise mit  $-\beta$  bezeichnet [Havl 1988],

$$P(f) \sim f^{-\beta} \quad . \tag{3.26}$$

Der Vergleich von (3.25) mit (3.26) zeigt den Zusammenhang

$$\beta = 1 - \gamma \tag{3.27}$$

auf. Das Potenzverhalten der Langzeitkorrelationen, wie man es in der Autokorrelationsfunktion mit dem Exponenten  $\gamma$  hat, ist also mit dem Potenzverhalten der Spektralanalyse und dessen Exponenten  $\beta$  über die Gleichung (3.27) verknüpft.

Anschaulich läßt sich dies verstehen, wenn man sich vorstellt, daß die Werte bei Langzeitkorrelationen über große Bereiche auf einer Seite der Zeitachse laufen und diese statistisch gelegentlich wechseln. Es müssen also große Wellenlängen (kleine Frequenzen) stark vertreten sein. Als Beispiel zeigt Abbildung 3.7 die Fast-Fourier-Transformation (FFT) der auf 262144 Einträge verkürzten langzeitkorrelierten Reihe, die auch schon für Abbildung 3.5 und 3.6 benutzt wurde.

Das FFT-Ergebnis des Beispiels der kurzreichweitig korrelierten Reihe von Abbildung 3.3 und 3.4 ist in Abbildung 3.8 zu sehen. Man erkennt deutlich, wie das Frequenzspektrum bei kleinen Frequenzen flach wird ( $\beta = 0$ ), weil die Korrelationen auf große Skalen abbrechen.

Genauso wie die Autokorrelationsfunktion, reagiert die Spektralanalyse empfindlich auf Trends. Um dies zu illustrieren, wurde die langzeitkorrelierte Reihe mit linearem Trend aus Abschnitt 3.2.1 mittels der FFT untersucht (Abbildung 3.9). Man sieht einen deutlichen Unterschied zu Abbildung 3.7 und die Bestimmung eines Exponenten würde sicher nicht das gleiche Ergebnis liefern, obwohl an dem Korrelationsverhalten der Reihe nichts verändert wurde.

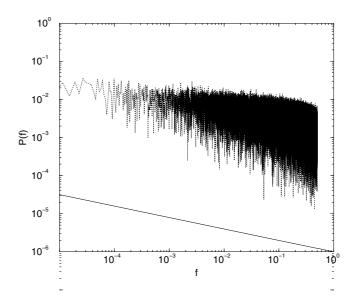


Abbildung 3.7: Spektralanalyse (FFT) einer 262144 Einträge langen Zeitreihe mit dem Korrelationskoeffizienten  $\gamma=0,7$  (doppelt-logarithmische Skalierung). Zur Orientierung ist eine Gerade mit dem Exponenten -0,3 eingezeichnet.

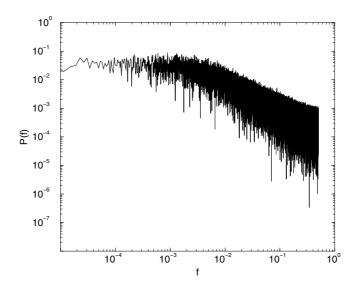


Abbildung 3.8: Spektralanalyse (FFT) einer kurzzeitkorrelierten Zeitreihe (ohne Trend) mit 262144 Einträgen (doppelt-logarithmische Skalierung).

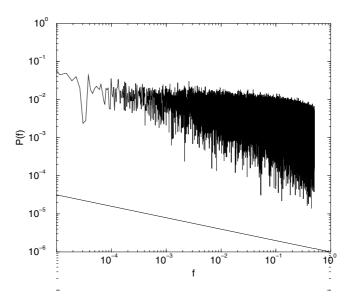


Abbildung 3.9: Spektralanalyse der Reihe aus Abbildung 3.7 mit linearem Trend. Zur Orientierung ist eine Gerade mit dem Exponenten -0,3 eingezeichnet.

#### 3.2.3 Fluktuationsanalyse (FA)

Die Fluktuationsanalyse (FA) ist eine einfache Analysemethode, bei der Trends nicht eleminiert werden, und deren Ergebnisse sich leicht mit der Autokorrelationsfunktion in Verbindung bringen lassen. Bei ihr bestimmt man zu verschiedenen Skalen die mittleren Fluktuationsquadrate und erhält so das Skalenverhalten.

Zunächst handelt es sich wieder um eine Zeitreihe

$$\tau_i \quad \text{mit} \quad i = 1, \dots, N \quad \text{und} \quad \langle \tau_i \rangle = 0.$$
 (3.28)

Um das Rauschen in der Zeitreihe zu schwächen, wird das Profil gebildet, indem man die Reihe kumuliert

$$Y_n = \sum_{i=1}^n \tau_i. {(3.29)}$$

Diese Maßnahme ist zum einen nötig, um die Fluktuationen in der Form von starken Antikorrelationen zu verkleinern und zu glätten. Weiterhin können sich Fehler in der Zeitreihe wegheben. Untersucht man etwa Zeitintervalle zwischen Herzschlägen und der Zeitpunkt vereinzelter Schläge wurde fehlerhaft gemessen, dann können sich das vorhergehende z.B. zu kurze Zeitintervall mit dem folgenden zu langen kompensieren. Man beachte, daß bei um Null gleichverteilte  $\tau_i$  das Profil mit dem Wert endet mit dem es beginnt, just wegen der Bedingung aus (3.28).

Die kumulierte Reihe wird als nächstes in gleichgroße Segmente der Größe S zerteilt. Dazu beginnt man am Anfang der Reihe und zählt die Segmente derart ab, daß sie auf jeder Seite genau um einen Randwert überlappen. Auf diese Weise erhält man  $K_S$  Segmente. Ebenso geht man vom Ende der Reihe vor, da in den meisten Fällen bei einem Weg Werte übrig bleiben würden, nämlich der Rest der Division.

Man betrachtet dann die Quadrate der Differenzen der Endpunkte jedes Segments

$$F_{\nu}^{2}(S) = (Y_{\nu \cdot S} - Y_{(\nu-1)\cdot S})^{2}. \tag{3.30}$$

Da  $\nu=1,\cdots,K_S$  ist, nimmt man zum Profil den Wert  $Y_0:=0$  hinzu. Dann mittelt man über alle Segmente beider Wege  $(2\cdot K_S)$ 

$$\langle F^2(S) \rangle = \frac{1}{K_S} \sum_{\nu=1}^{K_S} F_{\nu}^2(S),$$
 (3.31)

was der Einfachheit halber nur in eine Richtung dargestellt ist. Hätte man in (3.30) nicht die Quadrate der Differenzen, so würde die Teleskopsumme dazu führen, daß man nur den ersten und letzten Wert summieren würde.

Die sogenannte FA-Fluktuationsfunktion

$$F(S) := \sqrt{\langle F^2(S) \rangle} \sim S^{\alpha}$$
 (3.32)

läßt sich auch als mittlere Entfernung eines Irrläufers (Random-Walker) nach S Schritten ansehen, dessen Schrittweiten die Fluktuationen sind. Um das Skalenverhalten zu beschreiben, macht man hier den Ansatz mit dem Fluktuationsexponenten  $\alpha$ .

Mit Random-Walkern lassen sich Zufallsfraktale modellieren. Den einfachsten Fall hat man bei einer Dimension. Dann ist jeder Einzelschritt

$$\tau_i = \tau \cdot e_i \quad . \tag{3.33}$$

Dabei ist  $e_i = \pm 1$  zufällig und  $\tau$  die konstante Länge jedes einzelnen Schrittes. Der Irrläufer geht also zufällig entweder in die eine oder in die andere Richtung. Nach n Einzelschritten befindet er sich dann an der Stelle

$$Y_n = \sum_{i=1}^n \tau_i = \tau \cdot \sum_{i=1}^n e_i \quad . \tag{3.34}$$

Um auf ein statistisches Mittel zu kommen, betrachtet man einen Mittelwert für m Random-Walker:

$$\langle Y_n \rangle = \frac{1}{m} \sum_{\nu=1}^m Y_n^{(\nu)} = \tau \cdot \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{m} \sum_{\nu=1}^m e_i^{(\nu)} \right) = 0.$$
 (3.35)

Jeder einzelne wird sich nach n Schritten in der Regel nicht bei 0 befinden, im statistischen Mittel jedoch schon. Es stellt sich also die Frage nach der mittleren Entfernung, die ein Irrläufer zurücklegt. Dazu bildet man das mittlere Entfernungsquadrat

$$\langle Y_n^2 \rangle = \tau^2 \frac{1}{m} \sum_{\nu=1}^m \underbrace{\left( \sum_{i,j=1}^n e_i^{(\nu)} e_j^{(\nu)} \right)}_{\sum_{i=1}^n e_i^{(\nu)^2} + \sum_{\substack{i,j=1 \ i \neq j}}^n e_i^{(\nu)} e_j^{(\nu)}}_{(i\neq j)}$$
(3.36)

$$= \tau^{2} \cdot \sum_{i=1}^{n} \left( \frac{1}{m} \sum_{\nu=1}^{m} e_{i}^{(\nu)^{2}} \right) + \tau^{2} \cdot \sum_{\substack{i,j=1\\i \neq j}}^{n} \left( \frac{1}{m} \sum_{\nu=1}^{m} e_{i}^{(\nu)} e_{j}^{(\nu)} \right). \tag{3.37}$$

Unter der Annahme, daß  $e_i^{(\nu)}$  und  $e_j^{(\nu)}$  für  $i \neq j$  unabhängig sind, konvergiert die zweite Summe in (3.37) für große m gegen 0, denn es gibt genauso viele Kombinationen aus -1 und +1, deren Produkte -1 oder +1 ergeben. Da  $e_i^{(\nu)^2}$  stets gleich 1 ist, ist die erste Summe gleich  $\tau^2 \cdot n$ . Nimmt man weiterhin  $n = \frac{t}{T}$ , wobei T die Zeit für einen Schritt und diskret ist, so erhält man

$$\langle Y_t^2 \rangle = \frac{\tau^2}{T} \cdot t. \tag{3.38}$$

Den Proportionalitätsfaktor  $\frac{\tau^2}{T}$ nennt man Diffusionskonstante und

$$d = \sqrt{\langle Y_t^2 \rangle} = \sqrt{\frac{\tau^2}{T}} \cdot \sqrt{t} \sim \sqrt{t}$$
 (3.39)

Diffusionsgesetz, denn es gibt die mittlere Entfernung nach der Zeit t an. Entsprechend erwartet man auch für unkorrelierte Zeitreihen  $F(S) \sim \sqrt{S}$  (vgl. Seite 43), was das Diffusionsgesetz ausmacht und in Analogie zu (3.39) steht.

Die Fluktuationsfunktion (3.32) läßt sich unter Verwendung von (3.1), (3.28) und (3.29) umschreiben:

$$F^{2}(S) = \langle F_{\nu}^{2}(S) \rangle = \langle (Y_{\nu \cdot S} - Y_{(\nu-1) \cdot S})^{2} \rangle$$
 (3.40)

$$= \left\langle \left( \sum_{i=1}^{S} \tau_{i+(\nu-1)\cdot S} \right)^{2} \right\rangle \tag{3.41}$$

$$= \langle \sum_{i=1}^{S} \tau_{i+(\nu-1)\cdot S} \sum_{j=1}^{S} \tau_{j+(\nu-1)\cdot S} \rangle$$
 (3.42)

$$= \sum_{i=1}^{S} \sum_{j=1}^{S} \langle \tau_{i+(\nu-1)\cdot S} \tau_{j+(\nu-1)\cdot S} \rangle$$
 (3.43)

$$= \sum_{i=1}^{S} \sum_{j=1}^{S} C(j-i) \quad , \tag{3.44}$$

wodurch die Beziehung zur Korrelationsfunktion klar wird. Die nachstehende Herleitung beruht auf Teilen aus [Eich 2002].

Zunächst schreibt man die Fluktuationsquadrate als Funktion der Skalenlänge S (3.44) um. Wegen (3.37) bzw. (3.1) ist C(S) = C(-S) und man kann

$$F^{2}(S) = \sum_{i=1}^{S} C(0) + 2 \cdot \sum_{i=1}^{S} \sum_{j=1}^{i-1} C(j-i)$$
(3.45)

schreiben. Mit der Transformation m = j - i wird daraus

$$F^{2}(S) = S \cdot C(0) + 2 \cdot \sum_{m=1}^{S-1} (S - m) \cdot C(m) \quad . \tag{3.46}$$

Hier lassen sich nun verschiedene Korrelationsfunktionen einsetzen, wie etwa ein exponentielles Abfallen der Kurzeitkorrelationen (siehe (3.7)), oder die Heaviside-Funktion [Eich 2002]. An dieser Stelle sollen langreichweitige Korrelationen (3.9) behandelt werden. Man nimmt also  $C(m) = m^{-\gamma}$ ,  $\gamma \in (0, ..., 1)$  und erhält

$$F^{2}(S) = S \cdot c_{0} + 2 \cdot \sum_{m=1}^{S-1} (S - m) \cdot m^{-\gamma} \quad c_{0} \in \mathbf{R}.$$
 (3.47)

Um eine Abschätzung zu erhalten, ist es sinnvoll eine Majorante und eine Minorante zu ermitteln. Diese müssen ähnliches oder gleiches asymptotisches Verhalten zeigen, damit man eine Aussage über die Summe aus (3.47) machen kann.

Hierzu bieten sich zunächst folgende triviale Integrale an, mit denen man Schranken für die Summandenfunktion  $(S-m) \cdot m^{-\gamma}$  finden kann:

$$1 \cdot (S - m) \cdot m^{-\gamma} = \int_{m}^{m+1} (S - m) \cdot m^{-\gamma} dx$$
 (3.48)

$$1 \cdot (S - m) \cdot m^{-\gamma} = \int_{m-1}^{m} (S - m) \cdot m^{-\gamma} dx.$$
 (3.49)

Nutzt man das streng monotone Verhalten von  $m^{-\gamma}$  aus, dann lassen sich die Ungleichungen

$$\int_{m}^{m+1} (S-m) \cdot m^{-\gamma} dx \ge \int_{m}^{m+1} (S-x) \cdot x^{-\gamma} dx$$
 (3.50)

$$\int_{m}^{m+1} (S-m) \cdot m^{-\gamma} dx \leq \int_{m-1}^{m} (S-x) \cdot x^{-\gamma} dx$$
 (3.51)

aufstellen. Mit ihnen lassen sich die untere und die obere Schranke der zu untersuchenden Summe bilden (Minorante und Majorante):

$$S \cdot c_0 + 2 \cdot \sum_{m=1}^{S-1} (S-m) \cdot m^{-\gamma} \ge S \cdot c_0 + 2 \cdot \int_1^S (S-x) \cdot x^{-\gamma} dx$$
 (3.52)

$$S \cdot c_0 + 2 \cdot \sum_{m=1}^{S-1} (S-m) \cdot m^{-\gamma} \leq S \cdot c_0 + 2 \cdot \int_0^{S-1} (S-x) \cdot x^{-\gamma} dx. \tag{3.53}$$

Für die Minorante (3.52) erhält man:

$$S \cdot c_0 + 2 \int_{1}^{S} (S - x) \cdot x^{-\gamma} dx =$$
 (3.54)

$$= S \cdot c_0 + 2\left(\frac{S^{2-\gamma}}{1-\gamma} - \frac{S}{1-\gamma} - \frac{S^{2-\gamma}}{2-\gamma} + \frac{1}{2-\gamma}\right)$$
(3.55)

$$= S^{2-\gamma} \cdot \frac{2}{2-3\gamma+\gamma^2} - S \cdot \frac{2+c_0}{1-\gamma} + \frac{2}{2-\gamma}. \tag{3.56}$$

Das Resultat für die Majorante (3.53) bekommt man in analoger Weise:

$$S \cdot c_0 + 2 \int_0^{S-1} (S-x) \cdot x^{-\gamma} dx = \tag{3.57}$$

$$= S \cdot c_0 + 2\left(\frac{S \cdot (S-1)^{1-\gamma}}{1-\gamma} - \frac{(S-1)^{2-\gamma}}{2-\gamma}\right)$$
 (3.58)

$$= S(S-1)^{1-\gamma} \cdot \frac{2}{2-3\gamma+\gamma^2} + (S-1)^{1-\gamma} \cdot \frac{2}{2-\gamma} + S \cdot c_0.$$
 (3.59)

Bei beiden Ergebnissen ((3.56) und (3.59)) dominiert für große S-Werte der Term mit der höchsten Potenz in S, also

$$F^2(S) \stackrel{S \text{ groß}}{\longrightarrow} S^{2-\gamma}$$
 (3.60)

Der gesuchte Wert der FA-Fluktuationsfunktion für Langzeitkorrelationen (3.47) liegt stets zwischen den aufgestellten Schranken, also verhält sich die zu untersuchende Summe in gleicher Weise asymptotisch.

Langreichweitige Korrelationen, die man mit der FA quantifiziert, zeigen somit ein Potenzverhalten, dessen Exponenten  $\alpha$  man im doppelt-logarithmischen Graphen bestimmt. Er steht mit  $\gamma$  aus (3.9) über

$$\alpha = 1 - \frac{\gamma}{2} \tag{3.61}$$

in Beziehung. Weiterhin ist bereits aus (3.27)

$$\beta = 1 - \gamma \tag{3.62}$$

bekannt, weshalb man

$$\alpha = \frac{1}{2}(1+\beta) \tag{3.63}$$

schreiben kann [BuHa 1994]<sup>4</sup>. Die erläuterten Analysemethoden stellen folglich konsistente Werkzeuge zur Bestimmung des Korrelationsverhaltens einer Zeitreihe dar. Bei  $\alpha=0,5$  liegt ein unkorreliertes Skalenverhalten vor. Dies läßt sich leicht verstehen, wenn man (3.6) in (3.46) einsetzt, dann bleibt nämlich

$$F^2(S) = S \cdot C(0) \quad , \tag{3.64}$$

was

$$F(S) \sim S^{0.5}$$
 (3.65)

bedeutet.

Um Antikorrelationen handelt es sich, falls  $\alpha < 0, 5$  ist. Für  $\alpha > 0, 5$  ist die untersuchte Zeitreihe auf der gegebenen Zeitskala korreliert. Hier in einer Übersicht:

$$\alpha = 0,5$$
 unkorreliert  
 $\alpha > 0,5$  Korrelationen (3.66)  
 $\alpha < 0,5$  Antikorrelationen .

Fluktuationen können zu großen Skalen hin nicht abnehmen, weshalb die FA nur positive Exponenten bestimmen kann. Die Profilbildung (3.29) erhöht den Exponenten um 1, so daß  $\alpha$  überhaupt erst positiv wird, wenn man von  $\alpha \approx 0,5$  ausgeht. Unter Umständen kann es sogar nötig sein, mehrfach zu kumulieren.

Auch die FA reagiert auf Trends und führt in die Irre, wenn man keine weiteren Methoden zur Identifikation beziehungsweise Klassifikation von Korrelationen verwendet.

Abbildung 3.10 zeigt das Ergebnis der Fluktuationsanalyse einer unkorrelierten Reihe mit Trend und das derselben ohne Trend. Erwartungsgemäß zeigt letztere die Steigung 0,5. Wie oben gezeigt wurde, bedeutet eine Steigung größer 0,5, daß die Reihe korreliert ist. Ohne die Kenntnis eines Trends, könnte man bei der trendbehafteten Reihe in Abbildung 3.10 denken, es lägen ab dem Crossover<sup>5</sup> bei  $S \approx 5$  Korrelationen vor. Weiterhin ist in Abbildung 3.11 zu sehen, wie der Crossover in Abhängigkeit von der Stärke des Trends seine Position ändert. Es läßt sich auch erkennen, wie empfindlich die FA auf Trends reagiert. Bereits bei A=0,005 schlägt die Methode an.

Trends verfälschen auch die Fluktuationsanalyse von korrelierten Zeitreihen. Es wurden wieder die mit Trends versehenen Beispielreihen aus den vorhergehenden Abschnitten dieses Kapitels untersucht. Bei Abbildung 3.12 handelt es sich um die Ergebnisse zu den kurzreichweitigen Korrelationen. Man sieht, daß die FA natürlich auch hier fälschlicherweise auf großen Skalen Korrelationen andeutet. Ebenso verursacht der Trend bei der Fluktuationsanalyse von Langzeitkorrelationen ab einem Crossover eine zu große Steigung (Abbildung 3.13).

Die Fluktuationsanalyse wurde bei den Untersuchungen der Niederschlagsreihen bis zu einer maximalen Zeitskala  $S_{max} < \frac{N}{4}$  benutzt. Wirklich zuverlässige Werte liefert sie jedoch nur bis zu Skalen, die kleiner sind als ein Zehntel der Gesamtlänge der Zeitreihe.

 $<sup>^{4}(3.5) \,</sup> darin$ 

 $<sup>^5</sup>$ Übergang zwischen zwei verschiedenen Skalen<br/>exponenten  $\alpha.$ 

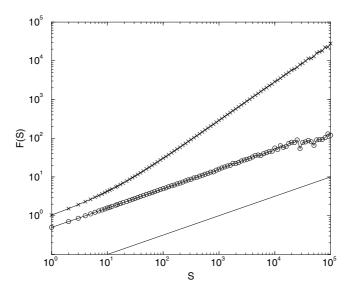


Abbildung 3.10: Fluktuationsanalyse einer aus Zufallszahlen bestehenden Reihe, zu der ein linearer Trend der Stärke A=1 gemäß (3.10) addiert wurde. Das Kreis-Symbol steht für die Reihe ohne Trend und die x-Symbole für die mit Trend. Zur Orientierung ist außerdem eine Linie der Steigung 0,5 eingezeichnet.

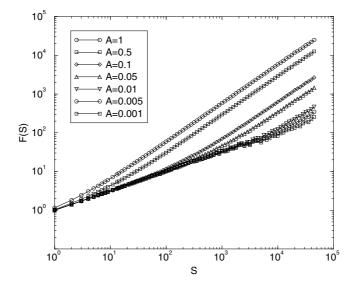


Abbildung 3.11: Fluktuationsanalysen einer unkorrelierten Reihe mit linearen Trends verschiedener Stärken.

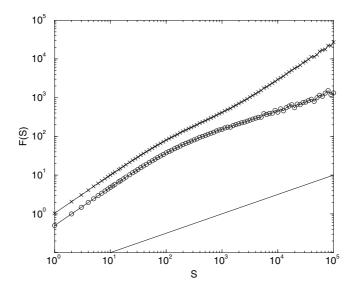


Abbildung 3.12: Fluktuationsanalyse der kurzzeitkorrelierten Beispielreihe mit (x) und ohne (0) linearen Trend mit A=1.

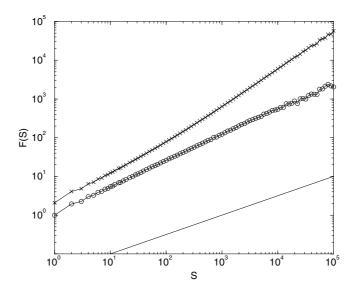


Abbildung 3.13: Fluktuationsanalyse der langzeitkorrelierten Beispielreihe mit linearem Trend der Stärke A=1 (x) und ohne Trend (o).

Eine Methode, die ähnliche Ergebnisse wie die FA liefert, ist die sogenannte Hurst R/S-Analyse. Schon im Jahre 1965 veröffentlichte H.E. Hurst ein detaillertes Buch<sup>6</sup> indem er die von ihm entwickelte Hurst "Rescaled Range Analysis" beschreibt [Fede 1988]. Er untersuchte verschiedene jährliche Zeitreihen  $t_i$ , wie etwa Durchflüsse, Niederschläge und andere. Sein empirisches Gesetz stellte er in Zusammenhang mit der Untersuchung der Planungen des Assuan-Staudammes auf [Mand 1987].

Ihm ging es darum, eine Vorstellung der minimalen und maximalen Werte einer Zeitreihe zu bekommen, etwa um eine Staumauer optimal zu konstruieren. In dem betrachteten Intervall wird der Mittelwert (3.67) bestimmt. Das mittelwertbereinigte Intervall wird kumuliert, so daß diese neue Reihe Y(m,n) bei Null beginnt und endet. Allerdings unterscheiden sich die Mittelwerte und die kumulierten Intervalle für verschiedene Größen n.

$$\langle t \rangle_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i \tag{3.67}$$

$$Y(m,n) = \sum_{i=1}^{m} (t_i - \langle t \rangle_n) , \qquad (3.68)$$

wobei m die Funktion eines Laufindex hat und in  $1 \le m \le n$  eingeschränkt ist. Weiterhin sei R die Differenz zwischen dem größten und kleinsten Wert von Y im Intervall bis n (welches die Bedeutung einer Art Skalenlänge hat mit  $n \le N$ ),

$$R(n) = \max_{1 \le m \le n} Y(m, n) - \min_{1 \le m \le n} Y(m, n).$$
 (3.69)

Dieser Bereich entspricht also im Fall des Stausees der Speicherkapazität, die nötig ist, um in dem Zeitraum n einen mittleren Durchfluß zu erhalten, ohne daß er austrocknet oder überläuft. Dabei ist m ein diskreter Zeitpunkt im Bereich des betrachteten Zeitraums n. Man wird erwarten, daß R mit wachsender Zeitspanne zunimmt.

Um die R(n) verschiedener Medien vergleichen zu können, dividierte Hurst zusätzlich durch die Standardabweichung

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (t_i - \langle t \rangle_n)^2} \quad , \tag{3.70}$$

wodurch die Größe R/S, die seiner Analyse den Namen gibt, dimensionslos wird (er benutzte für  $\sigma$  den Buchstaben S, nicht zu verwechseln mit der Skalenlänge).

Hurst kam zu dem Ergebnis, daß der reskalierte Bereich R/S dem empirischen Zusammenhang

$$R/S = \left(\frac{n}{2}\right)^H \tag{3.71}$$

folgt [Fede 1988]. Mandelbrot benannte den Exponenten nach Hurst und gab ihm den Buchstaben H, wie er auch heute als Hurst-Exponent üblich ist. Außerdem zeigten Hurst und Feller  $1951^7$ , daß  $R/S = \left(\pi \cdot \frac{n}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$ , also H = 0, 5, für unabhängige zufällige Prozesse ist [Fede 1988].

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Long-Term Storage: An Experimental Study, H.E. Hurst, R.P. Black, Y.M. Simaika, Constable, London (1965)

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>H.E. Hurst, Trans. Am. Soc. Civ. Eng. **116**, 770-808 (1951)

Weiterhin sei Hurst zufolge der Exponent (für verschiedene Medien) einigermaßen symmetrisch um den Wert 0,73 mit einer Standardabweichung von 0,09 verteilt [Fede 1988]. Aus heutiger Sicht, ist ein solch universelles Verhalten nicht mehr zu halten, da schon zum Beispiel bei Durchflüssen der Abstand der Meßstation von der Quelle, also die Größe des Einzugsgebietes, und andere Faktoren eine wichtige Rolle spielen [BuKa 2001]. Dennoch bleiben Hursts Ergebnisse bemerkenswert, da ein H > 0,5 auf langreichweitige Korrelationen hindeutet (vgl. Seite 39).

Eine Zeit lang waren seine Analysemethoden und Ergebnisse starken Zweifeln ausgesetzt. Zur Überprüfung mittels vergleichbarer künstlicher Zeitreihen schuf er Daten unter Verwendung eines stochastischen Modells, das unglücklicherweise nur Trends und kurzreichweitige Korrelationen liefert, dessen er sich jedoch nicht bewußt war. Heutige Erkenntnisse bestätigen teilweise seine Vorstellungen von Langzeitkorrelationen bei Pegelständen und Durchflüssen [BuKa 2001].

Für stationäre Zeitreihen ist der Hurst-Exponente H mit dem Skalenexponenten  $\alpha$  der FA identisch. Wegen möglicher Trends lassen jedoch beide Methoden kein zweifelsfreies Urteil über das Korrelationsverhalten zu, wenn man ausschließlich sie verwendet.

## 3.3 Trendeliminierende Fluktuationsanalyse (DFA)

In den vorhergehenden Kapiteln wurde klar, daß Trends die Bestimmung des Korrelationsverhaltens einer Zeitreihe mit den herkömmlichen Methoden erschweren oder das Ergebnis verfälschen.

Diese Problematik löst man mit der Trendbeseitigenden Fluktuationsanalyse (DFA - aus dem Englischen "detrended fluctuation analysis"), welche zunächst in [Peng 1994], [Buld 1995] in ihrer einfachsten Form eingeführt und dann in [Bund 2000] verallgemeinert wurde. Ursprünglich dient sie der Analyse von DNA-Sequenzen, wird aber seitdem auf die verschiedensten Bereiche, wie etwa Temperaturzeitreihen [EKBu 1998] oder Herzrhythmen [Bund 2000], angewendet.

Trends sind systematische globale oder lokale Änderungen des Abstands eines Random-Walkers oder einer Meßgröße zum Mittelwert. Der Hintergedanke der DFA ist es, mögliche Trends auf allen Zeitskalen zu beseitigen. Dies geschieht, indem man in die Segmente Approximationskurven (beste Fits) legt und dann die Fluktuationen zu diesen bestimmt.

Man beginnt also wieder damit, die zu untersuchende Reihe mittels (3.29) zu kumulieren. Mit dieser Maßnahme wird das Rauschen in der Zeitreihe geschwächt, so daß sich sinnvoll Approximationskurven legen lassen.

Das Profil wird dann in nichtüberlappende Segmente der Länge S eingeteilt. Dies erfolgt wieder in der Weise, daß am Beginn der kumulierten Reihe angefangen und vor dem Überschreiten des Endes aufgehört wird. Um eventuell verbleibende Werte zu berücksichtigen, führt man die gesamte Prozedur auch am Ende der Reihe beginnend, in umgekehrter Richtung, durch. So erhält man  $2 \cdot K_S = 2 \cdot \left[\frac{N}{S}\right]$  Segmente, ebensoviele wie bei der herkömmlichen Fluktuationsanalyse. Zur besseren Übersicht soll hier wieder nur ein Weg beschrieben werden, wobei bei der Mittelung natürlich beide zur Geltung kommen.

In jedes der  $K_S$  Segmente (Index  $\nu$ ) legt man einen besten polynomialen Fit  $p_{\nu}(i)$  und bestimmt so den lokalen Trend. In Abbildung 3.14 wird dieser Vorgang für den Fall von Polynomen zweiter Ordnung skizziert.

Innerhalb jedes einzelnen Segments bestimmt man dann die Differenz der Orignalreihe zur Approximationskurve

$$Y_i(S) = Y_i - p_{\nu}(i). \tag{3.72}$$

 $Y_i(S)$  stellt also eine neue Reihe dar, die in den Segmentlängen S trendbereinigt ist. Der nächste Schritt sieht vor, innerhalb aller Segmente die Fluktuationsquadrate zu berechnen und über alle Datenpunkte des Segments zu mitteln

$$F_{\nu}^{2}(S) = \langle Y_{i}^{2}(S) \rangle = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^{S} [Y_{(\nu-1)\cdot S+i}(S)]^{2}.$$
 (3.73)

Zu guter Letzt bildet man die Standardabweichung aus den Fluktuationsquadraten aller Segmente

$$F(S) = \sqrt{\frac{1}{K_S} \sum_{\nu=1}^{K_S} F_{\nu}^2(S)}$$
 (3.74)

und erhält die DFA-Fluktuationsfunktion. Sie ist für  $S \ge n+2$  definiert, mit der Ordnung des Approximationspolynoms n, die man bei der Benennung an "DFA" anhängt, also DFA0, DFA1 (linear), DFA2 (quadratisch), . . . .

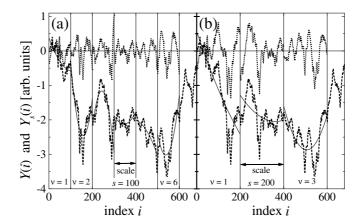


Abbildung 3.14: Veranschaulichung der trendbeseitigenden Prozedur der DFA. Für die Segmentlängen S = 100 (a) und S = 200 (b) werden das Profil (gestrichelte Linie), beste quadratische Fits (durchgezogene Linie) und die trendbereinigten Profilsegmente  $Y_i(S)$  (gepunktete Linie) gegen den Index i aufgetragen (entnommen aus [Kant 2001]).

Die DFA0 kann man so interpretieren, daß sie angibt, wie die mittlere Standardabweichung (zu den lokalen Mittelwerten) skaliert  $^8$ . Sie ist äquivalent zur in Abschnitt 3.2.3 beschriebenen FA, nur daß letztere auch für S=1 definiert ist, was auf die Segmentbildung zurückzuführen ist. Weiterhin sei angemerkt, daß zur Berechung der DFA0 in einem Segment mehr Werte verwendet werden, als bei der FA, was zu einer besseren Statistik führt.

DFA nter Ordnung eliminiert im Profil Trends bis zur Ordnung n, während es in der Originalreihe die Ordnung n-1 ist, schließlich ist die Kumulation eine Art Integration. Wenn man also das Integral behandelt, so zeigen sich die Auswirkungen bei der Ableitung des Integrals in der um eins niedrigeren Ordnung. Vergleicht man die DFA-Ergebnisse verschiedener Ordnungen, dann kann man die Stärke eines Trends schätzen [Kant 2001]. Tests diesbezüglich werden in Abschnitt 3.5 beschrieben.

Im Zusammenhang mit der Autokorrelationsfunktion (Abschnitt 3.2.1) wurde bei der zu untersuchenden Zeitreihe Stationarität vorausgesetzt. Nichtstationaritäten in der Form von polynomialen Trends werden von der DFA hinreichend hoher Ordnung systematisch beseitigt. Periodische Schwankungen machen sich bei der DFA hingegen deutlich bemerkbar (vgl. Abschnitt 3.5) und müssen, wie zum Beispiel in Abschnitt 2.4.2 beschrieben, heraussubstrahiert werden. Gegen systematische Änderungen in der Varianz ist die DFA zumindest bei korrelierten Reihen weitestgehend resistent [HuKu 2001], [Kant 2001]. Für die vorliegende Arbeit ist dies besonders wichtig, da Niederschlagsreihen in vielen Fällen nichtstationär sind, wie in Abschnitt 2.5 und 5 zu lesen ist.

Was das Skalenverhalten

$$F(S) \sim S^{\alpha} \tag{3.75}$$

und die Interpretation der Exponenten  $\alpha$  betrifft, ist die DFA äquivalent zur FA. Ihr wesentlicher Vorteil liegt in der Beseitigung von Trends. Ein Beispiel für das Ergebnis einer korrelierten Reihe ist in Abbildung 3.15 zu sehen. Fast auf vier Dekaden läßt sich der Exponent  $\alpha = 0,7$ 

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Hier ist die herkömmliche Standardabweichung gemeint, wie man sie üblicherweise verwendet.

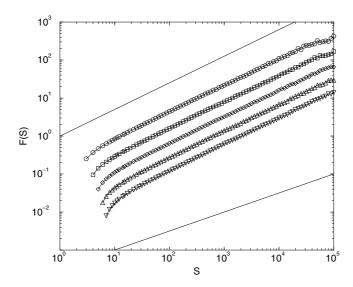


Abbildung 3.15: DFA der künstlich erzeugten langzeitkorrelierten Reihe ( $\alpha = 0, 7$ ), bestehend aus 400040 Einträgen. Von oben: Referenzlinie mit Steigung 0,7, DFA1, ..., DFA5 und Referenzlinie mit Steigung 0,5.

bestätigen. Auf kleinen Skalen tendiert die DFA dazu, zu große Steigungen anzuzeigen. Dies läßt sich auf die anderen S-Terme in den Minoranten und Majoranten, die nicht mit  $S^{2-\gamma}$  gehen, zurückführen. In [Kant 2001] wird eine Korrekturfunktion vorgeschlagen, die dieses Verhalten der DFA behebt.

Für die Korrektur hängt man die ursprüngliche Reihe  $\tau_i$  viermal aneinander und mischt sie gründlich, so daß Korrelationen zerstört werden, das charakteristische Abknicken auf kleinen Skalen in der Flukuationsfunktion allerdings erhalten bleibt. Teilt man die Fluktuationsfunktiuon der Originalreihe durch die der gemischten, dann verschwindet die zu große Steigung auf kleinen Skalen, jedoch erniedrigt sich auch die Steigung auf großen Skalen um den Exponenten  $\alpha_{shuff} = 0,5$ . Man muß also zusätzlich mit einer konstanten Fluktuationsfunktuion mit  $\alpha' = 0,5$  multiplizieren:

$$F_{mod}(S) = F(S) \cdot \frac{F_{shuff}(S') \cdot S^{1/2}}{F_{shuff}(S) \cdot S'^{1/2}}$$
 (3.76)

Für den Anteil  $\frac{F_{shuff}(S')}{S'^{1/2}}$  nimmt man ein Gebiet, das weder im Bereich des Abknickens auf kleinen Skalen, noch im Bereich von Fluktuationen auf großen Skalen liegt, also  $S' \approx \frac{N}{20}$ . Um eine bessere Statistik zu erhalten mittelt man über mehrere Werte um  $\frac{N}{20}$ .

Auf großen Skalen beginnt die Statistik schlechter zu werden und das Ergebnis der DFA fluktuiert. Deshalb darf man höchstens die Resultate bis zu einem Viertel der Gesamtlänge berücksichtigen, also  $S_{max} \leq \frac{N}{4}$ , so daß man zu jedem S-Wert mindestens acht Segmente auswertet.

Kurzzeitkorrelationen zeigen sich bei der DFA als solche. Die Fluktuationsfunktionen derart korrelierter Daten weisen bis zu einem Crossover eine Steigung entschieden größer als  $\frac{1}{2}$  auf, die aber oberhalb der charakteristischen Korrelationszeit  $\alpha = 0, 5$  wird. In Abbildung 3.16 ist

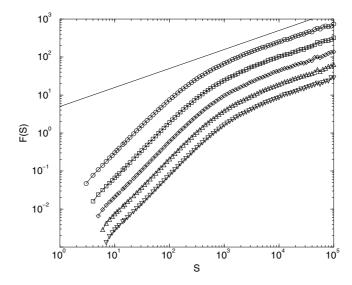


Abbildung 3.16: DFA der künstlich erzeugten kurzzeitkorrelierten Reihe, bestehend aus 400040 Einträgen. Von oben: Referenzlinie mit Steigung 0,5, DFA1,..., DFA5.

das Ergebnis der DFA der künstlichen kurzzeitkorrelierten Beispielreihe zu sehen. Vor dem Crossover erhält man einen Exponenten  $\alpha_{kurz} \approx 1,46$  und auf großen Skalen  $\alpha_{lang} = 0,5$ .

## 3.4 Multifraktalanalyse basierend auf der DFA (MFA)

Viele Zeitreihen weisen nicht nur einen einzelnen Fluktuationsexponenten auf. In einigen Fällen hat man bis zu einem Crossover einen Exponenten und danach einen anderen [Kant 2001], [HuKu 2001]. Oder verschiedene Teile der Reihe haben ein unterschiedliches Korrelationsverhalten [Chen 2001], etwa wenn sich das Skalenverhalten in der ersten Hälfte von dem der zweiten unterschiedet. Komplizierter wird es, wenn ein unterschiedliches Skalenverhalten bei vielen ineinander verflochtenen Unterreihen auftritt. Dann genügt ein einzelner Korrelationsexponent nicht und eine Vielfalt an Exponenten ist nötig, um das Skalenverhalten vollständig zu beschreiben. In diesen Fällen muß eine Multifraktalanalyse angewendet werden [Kant 2002].

Multifraktalität kann zwei Ursachen haben. Zum einen aufgrund einer breiten Wahrscheinlichkeitsdichte (-funktion) der Werte der Zeitreihe und zum anderen wegen der unterschiedlichen langreichweitigen Korrelationen von kleinen und großen Fluktuationen [Kant 2002]. Mischt man eine Zeitreihe, so werden die Korrelationen zerstört, die Verteilung der auftretenden Werte bleibt jedoch unberührt. Im ersten Fall ändert sich dann nichts an der Multifraktalität, im zweiten Fall wird die Multifraktalität zerstört. Weiterhin ist auch eine Mischform beider möglich und die Zerstörung der Korrelationen führt lediglich zu einer Schwächung der Multifraktalität.

Mit der DFA lassen sich Fehldeutungen von Korrelationen, welche von Nichtstationaritäten in den Zeitreihen vorgetäuscht werden, vermeiden (vgl. Abschnitt 3.3 und 3.5). Deshalb wird in [Kant 2002] eine Verallgemeinerung der DFA für multifraktale Eigenschaften nichtstationärer Zeitreihen vorgeschlagen, die im Folgenden einfach "Multifraktalanalyse" (MFA) genannt wird. Im Gegensatz zur "wavelet transform modulus maxima"- Methode (WTMM) erfordert sie nur geringfügig mehr Programmieraufwand als die normale DFA und liefert dennoch zuverlässige Ergebnisse des multifraktalen Skalenverhaltens.

Es wird ein kompakter Träger vorausgesetzt, bei dem nur unwesentlich viele Werte der Zeitreihe  $\tau_i = 0$  sind. Man führt hauptsächlich die gleichen Schritte wie bei der DFA durch, nur daß man bei der Mittelung über die Segmente anstatt von (3.75) die gten Momente nimmt, also

$$F_q(S) = \left(\frac{1}{K_S} \sum_{\nu=1}^{K_S} \left[ F_{\nu}^2(S) \right]^{\frac{q}{2}} \right)^{\frac{1}{q}} . \tag{3.77}$$

Dabei ist q reell und ungleich Null. Für q = 2 entspricht (3.77) der normalen DFA. Für das Skalenverhalten macht man dann, in Erweiterung von (3.75) den Ansatz

$$F_q(S) \sim S^{\alpha(q)} \quad . \tag{3.78}$$

Für monofraktale Zeitreihen mit kompaktem Träger ist  $\alpha(q)$  unabhängig von q. Anders ist es, wenn kleine und große Fluktuationen unterschiedliches Skalenverhalten haben. Bei positiven Momenten q dominieren die Segmente  $\nu$  mit großen Varianzen  $F_{\nu}^{2}(S)$ , nämlich wenn sie Werte enthalten, die stark von der polynomialen Approximation abweichen. Die Fluktuationsfunktionen positiver q-Werte beschreiben also das Skalenverhalten der großen Fluktuationen. Für die Untersuchung von Niederschlagsreihen ist dies von besonderem Interesse, da starke Niederschlagsereignisse katastrophale Folgen haben können. Andererseits sind lange Perioden mit wenig Niederschlag (Trockenperioden) ebenso interessant, und umgekehrt dominieren bei

negativen Momenten q die kleinen Fluktuationen in  $F_q(S)$ . Es sei daran erinnert, daß auch die MFA keine Exponenten  $\alpha(q) < 0$  messen kann und bei stark antikorrelierten Reihen  $(\alpha(q) \gtrsim 0)$  ungenau wird, weshalb es nötig sein kann, doppelt zu kumulieren.

Im Folgenden soll verdeutlicht werden, daß die beschriebene MFA tatsächlich Multifraktalität quantifizieren kann und nicht im Widerspruch zu den Standardformalismen steht. Dazu betrachtet man eine stationäre normierte Zeitreihe  $\tau_i$  der Länge N. Da keine Trends enthalten sind, kann man sich auf die FA beschränken, also

$$F_q(S) \sim \left(\frac{1}{K_S} \sum_{\nu=1}^{K_S} |Y_{\nu \cdot S} - Y_{(\nu-1) \cdot S}|^q\right)^{\frac{1}{q}} \sim S^{\alpha(q)}$$
 (3.79)

Der Einfachheit halber wird in [Kant 2002] nun angenommen, daß die Länge der Zeitreihe N ein ganzzahliges Vielfaches der Skalenlänge S ist. Mit  $K_S = \frac{N}{S}$  erhält man also

$$\sum_{\nu=1}^{\frac{N}{S}} |Y_{\nu \cdot S} - Y_{(\nu-1) \cdot S}|^q \sim S^{q \cdot \alpha(q) - 1} \quad . \tag{3.80}$$

Dies entspricht bereits dem multifraktalen Formalismus, wie er zum Beispiel in [Bara 1991] oder [Bacr 2001] benutzt wird. Um auch die Verbindung zum Standard-"box counting"-Formalismus (etwa: Kästchenabzählformalismus), wie man ihn unter anderem in [Fede 1988] findet, herzustellen, macht man sich die Definition des Profils (3.29) zu Nutze. Den Ausdruck  $Y_{\nu \cdot S} - Y_{(\nu-1) \cdot S}$  kann man schreiben als

$$Y_{\nu \cdot S} - Y_{(\nu-1)\cdot S} = \sum_{k=(\nu-1)S+1}^{\nu S} x_k \equiv p_S(\nu) \quad . \tag{3.81}$$

Der Skalenexponent  $\tau(q)$  ist üblicherweise über die Partitionsfunktion

$$Z_q(S) \equiv \sum_{\nu=1}^{\frac{N}{S}} |p_S(\nu)|^q \sim S^{\tau(q)}$$
 (3.82)

definiert. Mit Gleichung (3.81) geht (3.82) in (3.80) über, was zu dem analytischen Zusammenhang zwischen den beiden Sätzen multifraktaler Exponenten führt [Kant 2002]:

$$\tau(q) = q \cdot \alpha(q) - 1 \quad . \tag{3.83}$$

Anstatt durch  $\tau(q)$  läßt sich eine multifraktale Reihe auch durch das Singularitätsspektrum  $f(\omega)$ , welches über eine Legendre-Transformation mit  $\tau(q)$  zusammenhängt, beschreiben [Fede 1988], [Kant 2002]:

$$\omega = \frac{d\tau(q)}{dq} \quad , \tag{3.84}$$

$$f(\omega) = q \cdot \omega - \tau(q) \quad , \tag{3.85}$$

wobei  $\omega$  die Singularitätsstärke ist und Hölder-Exponent genannt wird.  $f(\omega)$  gibt die Dimension der über  $\omega$  charakterisierten Unterreihe an. Mit Gleichung (3.83) lassen sich  $\omega$ ,  $f(\omega)$  und

 $\alpha(q)$  in Beziehung setzen:

$$\omega = \alpha(q) + q \cdot \frac{d\alpha(q)}{dq} \tag{3.86}$$

$$f(\omega) = q(\omega - \alpha(q)) + 1 . (3.87)$$

Für monofraktale Reihen ist der Skalenexponent  $\alpha$  unabhängig von dem Moment q, wie in Abschnitt 3.5 an einem Beispiel gezeigt wird. Bei multifraktalen Reihen haben normalerweise die großen Fluktuationen einen kleineren Skalenexponenten als die kleinen Fluktuationen. Die Bestimmung des klassischen Multifraktalskalenexponenten  $\tau(q)$  und des Singularitätsspektrums  $f(\omega)$  ist verhältnismäßig aufwendig, da zu möglichst vielen Momenten q die Exponenten  $\alpha(q)$  bestimmt werden müssen. Um ein einfacheres Maß für die Ausprägung der Multifraktalität zu erhalten, wurde die Größe

$$M := \lim_{q \to \infty} \frac{\alpha(-q) - \alpha(q)}{\frac{1}{2} (\alpha(-q) + \alpha(q))} \approx 2 \cdot \frac{\alpha(-10) - \alpha(10)}{\alpha(-10) + \alpha(10)}$$
(3.88)

verwendet, welche indirekt Auskunft über die Breite des Singularitätsspektrums gibt.

Als praktisches Beispiel wurde die 40234 Tage lange Niederschlagsreihe von Fergana (vgl. Abschnitt 2.7) analysiert. Abbildung 3.17 enthält im Teil a) die MFA-Fluktuationsfunktionen für die verschiedenen Momente. Zur Bestimmung der Skalenexponenten  $\alpha(q)$ , zu sehen in b), werden nur große Skalen, ab ca. 400 Tage, berücksichtigt. Die Teile c) und d) zeigen die zugehörigen klassischen Multifraktalskalenexponenten  $\tau(q)$  (3.83) und das Singularitätsspektrum  $f(\omega)$  (3.84), (3.85). Diese Reihe hat einen M-Wert (3.88) von 0,7.

Mehr Herleitungen und Beispiele zur MFA finden sich in [Kant 2002] und [Zsch 2002].

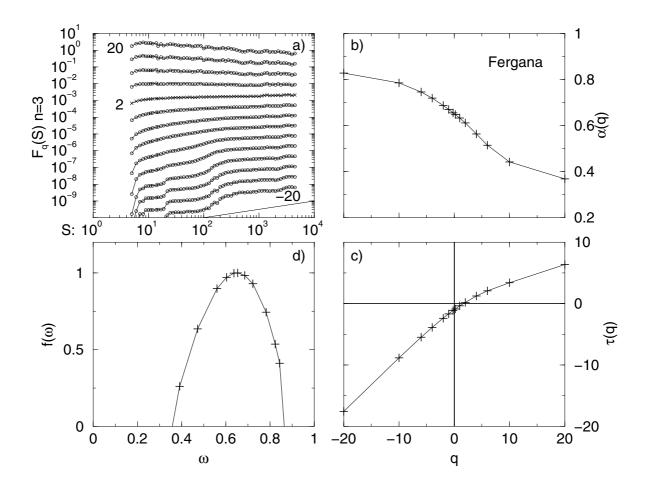


Abbildung 3.17: Multifraktalität der Niederschlagsreihe von Fergana (im Uhrzeigersinn): a) MFA-Fluktuationsfunktionen mit dem Approximationsgrad n=3 für die Momente q=20; 10; 6; 4; 2; 1; 0,2; -0,2; -1; -2; -4; -6; -10; -20 (von oben nach unten). b) Zugehörige Skalenexponenten  $\alpha(q)$ . c) Entsprechende klassische Multifraktalskalenexponenten  $\tau(q)$ . d) Singularitätsspektrum  $f(\omega)$ .

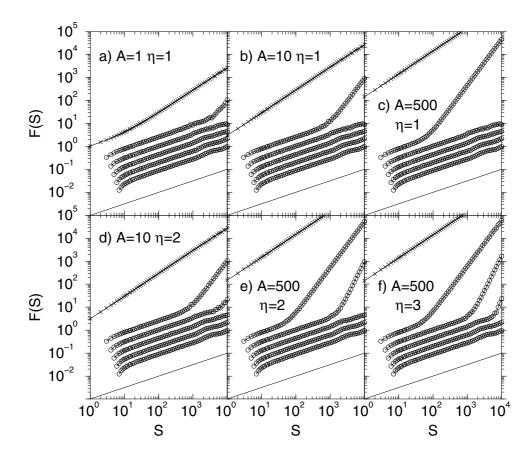


Abbildung 3.18: Auf eine Reihe der Länge 40150 (=365Jahre) bestehend aus unkorrelierten  $\pm 1$  wurden polynomiale Trends des Grades  $\eta$  und der Stärke A gemäß (3.89) addiert. Die Unterteilungen a) bis f) zeigen jeweils die FA und DFA1 bis DFA5 sowie eine Referenzlinie der Steigung  $\frac{1}{2}$ . Die obere Reihe a)-c) zeigt das Ergebnis für den linearen Trend mit von links nach rechts zunehmender Stärke. Auf den Teilbildern d) und e) ist das Resultat für den quadratischen Trend bei zwei A-Werten zu sehen, und auf f) das eines kubischen Trends.

### 3.5 Tests der Methoden an künstlichen Daten

Im Abschnitt 3.3 auf der Seite 49 wurde bereits erwähnt, daß die DFA der Ordnung n polynomiale Trends der Ordnung n-1 eliminiert. Um dies zu demonstrieren, wurden auf Zufallszahlen bestehend aus  $\pm 1$  verschiedene Trends addiert. Im Gegensatz zu (3.10) werden jetzt auch qudratische und kubische Trends untersucht:

$$\hat{t_i} = t_i + A \cdot \left(\frac{i}{N}\right)^{\eta} \quad . \tag{3.89}$$

Hierbei gibt also A die Stärke des Trends und  $\eta$  die Ordnung an.

In Abbildung 3.18 ist zu sehen, daß die FA bei Trends dieser Stärke sehr schnell Ihr Maximum  $\alpha_{max}^{FA} = 1$  annimmt [Kant 2001]. Auch bei der DFA treten bei trendbehafteten Reihen künstliche Crossover auf, die sich allerdings viel später zeigen als bei der FA (vgl. auch Abbildung

3.11). Die Position der Crossover hängt nur von der Stärke A und der Ordnung  $\eta$  ab [Kant 2001].

Weiterhin kann man deutlich erkennen, daß wie zu erwarten, bei der DFA kein Crossover auftritt, falls die Ordnung n der DFA größer ist als die des Trends  $(\eta)$ . Die Ordnung eines Trends läßt sich also in Erfahrung bringen, indem man verschiedene DFAn anwendet. In der Praxis läßt sich die Ordnung eines Trends jedoch nicht so leicht bestimmen, da sich höhere Ordnungen nur bei ausreichender Stärker A bemerkbar machen.

Die Steigung für große Skalen (nach den Crossovern)  $\alpha_{max}^n$  hängt stark von n ab, so daß man diese Eigenschaft nutzen kann, um künstliche von echten Crossovern zu unterscheiden [Kant 2001]. Letztere zeigen identische Steigungen und ungefähr gleiche Crossover-Positionen.

Bisher wurden nur ganzzahlige Trends besprochen. In [Kant 2001] werden außerdem Gleitkomma- $\eta$ -Werte behandelt. Bei starken Trends ist dann selbst die DFA hoher Ordnung nicht mehr in der Lage, die Trends zu eliminieren, sogar wenn  $n > \eta$ . Für trendartige Crossover werden zwei empirische Regeln aufgestellt:

- Bei ausreichend kleinen DFA-Ordnungen  $(n < \eta + 0, 5)$  hängt die Crossoverposition nur von der Stärke A ab.
- Die Steigungen nach den Crossovern sind das Minimum aus n+1 und  $\eta+1,5$ .

In der Praxis hat man es normalerweise mit relativ schwachen Trends zu tun, so daß diese polynomial approximiert werden können und folglich von der DFA eliminiert werden.

Neben den systematischen Abweichungen in Bezug zum Mittelwert in Form von polynomialen Trends, sollen nun auch Periodizitäten erörtert werden, da sie in vielen Zeitreihen enthalten sind, was (2.4) modelliert. In [Kant 2001] werden sie oszillatorische Trends und in [HuKu 2001] periodische Trends genannt, während in dieser Arbeit begrifflich zwischen Trends und Periodizitäten unterschieden wird.

Die Auswirkungen letzterer auf die DFA lassen sich einfach an künstlichen Reihen erproben. Dazu wurde wieder eine künstliche Reihe bestehend aus  $\pm 1$  der Länge N=40150, was 110 Jahren entspricht, additiv mit einer durchgehenden Sinusschwingung versehen, welche die Amplitude A und die Schwingungsdauer T (bzw. Frequenz f=1/T) hat:

$$\hat{t}_i = t_i + A \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot i}{T}\right) = t_i + A \cdot \sin\left(2\pi \cdot i \cdot f\right) \quad . \tag{3.90}$$

In Abbildung 3.19 ist zu sehen, wie sich Periodizitäten auf die FA und DFA auswirken. Bei 3.19a) wurde die typische Schwingungsdauer in der Länge der Anzahl an Tagen eines Jahres gewählt. Die verhältnismäßig starke Amplitude von A=0,5 wirkt sich deutlich auf die Fluktuationsanalysen aus. Die FA zeigt schon auf Skalen ab 10 einen zu großen Exponenten. Ab ungeführ T endet der Hügel (Enlisch: "hump") und die FA wird von Fluktuationen dominiert. Zunächst wiederholt sich der Jahreshump und dann handelt es sich um eine Art Alias-Effekt ("aliasing").

Bei der DFA hingegen tritt der Hump mit zunehmender Ordnung n viel später auf, ist aber ausgeprägter. Auf großen Skalen bildet der Rücken des Humps nahezu eine Gerade, was auf die Sättigung der DFA für starke Antikorrelationen zurückzuführen ist. Diese Sättigung läßt sich übrigens verhindern, indem man das Profil (3.29) ein weiteres mal kumuliert, was hier jedoch nicht weiter ausgeführt werden soll.

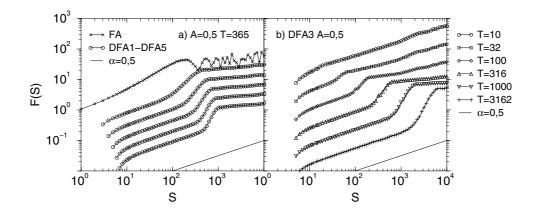


Abbildung 3.19: Untersuchungsergebnis einer künstlichen Reihe mit N=40150 zufälligen Werten  $\pm 1$  auf die eine Periodizität gemäß (3.90) addiert wurde. Teil a) zeigt einen Jahresgang der Stärke A=0,5. Auf b) ist die DFA3 zu sehen, wenn A=0,5 konstant gelassen und die Schwingungsdauer T zwischen den Werten 10 und 3162 variiert wird. Zur Orientierung ist in beide eine Gerade mit der Steigung 0,5 eingetragen.

Auf Skalen unter einem Jahr, bei denen sich der Jahresgang aber schon bemerkbar macht, läßt sich die Sinusschwingung gut approximieren, weshalb die DFA in diesem Bereich (z.B. DFA1:  $S \approx 100, \ldots, 300$ ) Korrelationen anzeigt. Danach äußert sich das Auf und Ab der Schwingung als Antikorrelation bis es auf ganz großen Skalen jedoch wieder vernachlässigbar ist.

Abbildung 3.19.b) zeigt für DFA3, daß sie weniger empfindlich auf große Frequenzen und kleine Schwingungsdauern regiert. Für T=10 ist die Schwingung mit der Amplitude A=0,5 fast nicht zu erkennen. Bei T=32 macht sie sich so langsam mit einem kleinen Hügel bemerkbar und für T=316 zeigt sich ein ähnliches Bild wie in a). Periodizitäten mit großen Schwingungsdauern machen sich also stärker bemerkbar.

Bei Abbildung 3.20 wurden zwei Frequenzen gewählt und dann die Amplitude A der Schwingung variiert. Es zeigt sich ein ähnliches Bild wie in Abbildung 3.19. Weiterhin scheint der Korrelationsexponent  $\alpha$  der Trägerreihe  $t_i$  ohne Oszillationen keinen Einfluß auf die Reaktion der DFA im Falle von Periodizitäten zu haben.

Eine zuverlässige Bestimmung des Korrelationsverhaltens besonders für lange Zeiten kann also von Periodizitäten beeinträchtigt werden, zumal die Fluktuationsfunktionen in der Praxis nie so glatt sind. Darum ist es unbedingt erforderlich, die Schwingungen zuvor zu entfernen, indem man eine Saisonbereinigung (vgl. Abschnitt 2.4.2) durchführt. Dies gilt auch für die Volatilitätsanalyse (Abschnitt 2.6), falls die Standardabweichung oszilliert.

Bei den klimatischen Reihen ist es hauptsächlich der Jahresgang, mit der Periodendauer T=365, wie er auch in Abbildung 3.19.a) erkennbar ist, der entfernt werden muß. Auch Phänomene wie ENSO ("El Niño Southern Oszillation") mit T=(3 bis 6) Jahre beeinflussen die DFA. Bei den untersuchten Niederschlagsreihen konnte dieser jedoch nicht eindeutig identifiziert werden.

In [Kant 2001] und [HuKu 2001] werden die Auswirkungen von Trends und periodischen Schwankungen auf die DFA beschrieben. Letztere legen den "sinusförmigen Trends" eine Superpositionsregel zugrunde. Es wird gezeigt, daß sich die Fluktuationsfunktionen zweier

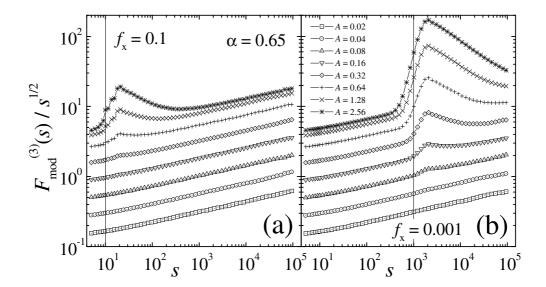


Abbildung 3.20: Modifizierte (korrigierte) DFA3 einer langzeitkorrelierten Zufallsreihe ( $\alpha=0,65$ , normierte Varianz) mit additiven Periodizitäten (3.90) mit verschiedenen Frequenzen f, (a) f=0,1 (T=10) und (b) f=0,001 (T=1000) bei Intensitäten im Bereich von A=0,02 bis A=2,56. Für jede Kurve wurden die Ergebnisse von 100 Reihen der Länge N=200000 gemittelt (entnommen aus [Kant 2001]).

unkorrelierter Reihen quadratisch zur Fluktuationsfunktion der additiv überlagerten Reihe addieren:

$$F_{\alpha+T}(S)^2 = F_{\alpha}(S)^2 + F_T(S)^2$$
(3.91)

Man kann also beide Komponenten getrennt untersuchen, was in [HuKu 2001] für die sinusförmigen Periodizitäten getan wurde. Die getrennten Analysen einer Sinusschwingung und eines weißen Rauschens lassen Rückschlüsse zu, welches Aussehen die Fluktuationsfunktion der überlagerten Reihe hat.

Bisher wurde nur die DFA an Beispielen getestet. Nun soll dies auch kurz für die MFA beschrieben werden.

Als monofraktale Reihe dient das Beipiel korrelierter Zufallszahlen mit dem Exponenten  $\alpha(2)=0,7$ , wie es schon für die vorhergehenden Kapitel benutzt wurde. In Abbildung 3.21a)+b) sind die Ergebnisse der MFA mit dem Approximationsgrad n=3 zu sehen. Wie zu erkennen ist, verlaufen die Fluktuationsfunktionen auf großen Skalen fast parallel, was die Reihe als Monofraktal auszeichnet. Dennoch schwanken die Exponenten zwischen den Werten  $\alpha(-20)\approx 0,78$  und  $\alpha(20)\approx 0,66$ . Das ist einerseits darauf zurückzufüheren, daß der Betrag der Momente den Wert 10 nicht überschreiten sollte [Kant 2002]. Andererseits liefert die MFA wegen der Endlichkeit der Reihe Schwankungen der Exponenten um  $\alpha(2)$ . Laut [Kant 2002] sind für monofraktale Reihen der Länge N=8192 mit  $\alpha(2)=0,75$ , Abweichungen im Bereich von  $\alpha(-10)-\alpha(10)\approx 0,08$  zu rechnen.

Als nächstes soll eine unkorrelierte multifraktale Reihe mit Potenzgesetz-Verteilungsfunktion

$$P(t_i) = \frac{1}{\varphi} t_i^{-(\frac{1}{\varphi} + 1)} \text{ für } 1 \le t_i < \infty \text{ mit } \varphi > 0$$
(3.92)

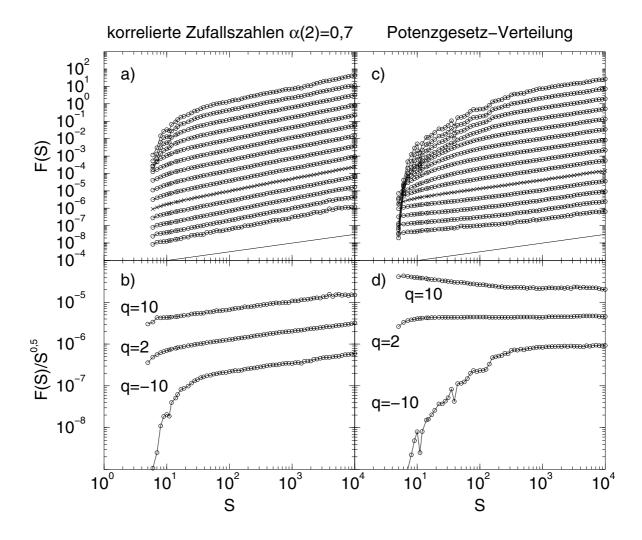


Abbildung 3.21: MFA (n=3) zweier Beispielreihen. a) Monofraktale Reihe bestehend aus 400040 korrelierten Zufallszahlen mit dem Skalenexponenten  $\alpha(2)=0,7$ . Als Momente wurden wieder die q-Werte -20 bis 20 (von oben, andersherum als in Abbildung 3.17) gewählt. b) wie gehabt, jedoch für die Momente q=10,2,-10 (von oben, andersherum als in a))und Division der Fluktuationsfunktionen durch  $S^{\frac{1}{2}}$ . c) Unkorrelierte multifraktale Reihe mit Potenzgesetz-Verteilungsfunktion der Länge 400040 und den Parametern  $\varphi=2$ ,  $t_{max}\approx 1000$ . d) Konfiguration aus b).

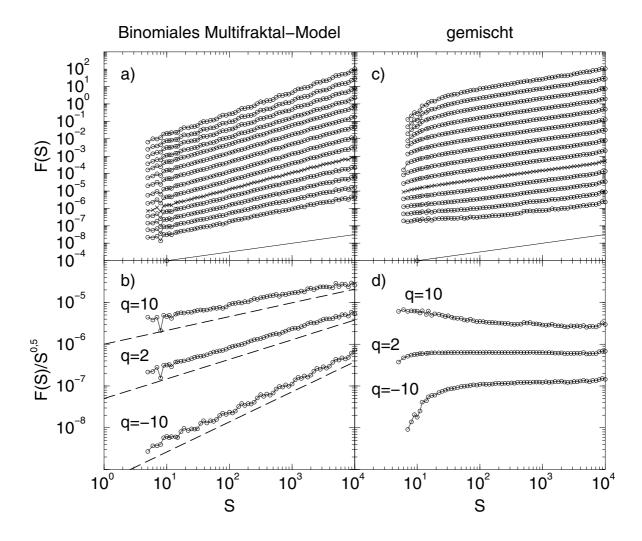


Abbildung 3.22: MFA (n=3) einer binomialen multifraktalen Reihe der Länge 65536 mit dem Parameter a=0,6: a)+b) ungemischte Reihe, c)+d) gemischte Reihe, mit den q-Werten aus Abbildung 3.21. In b) sind zusätzlich die theoretischen Werte (3.98)  $\alpha(10) \approx 0.83$ ,  $\alpha(2) \approx 0.97$  und  $\alpha(-10) \approx 1.22$  gestrichelt eingezeichnet.

untersucht werden. Um sie zu erzeugen, werden unkorrelierte Zufallszahlen  $z_i$  zwischen 0 und 1 wie folgt abgebildet:

$$z_i \to t_i = (z_i)^{-\varphi} \quad . \tag{3.93}$$

Für  $z_i$  sehr nahe bei Null divergiert  $t_i$  gegen unendlich. In der Praxis will man jedoch  $t_i \leq t_{max}$ , also wählt man eine untere Schranke  $z_{min}$ :

$$z_{min} = (t_{max})^{-\frac{1}{\varphi}} \quad . \tag{3.94}$$

Nach der charakteristischen Zeit

$$S_{\times} = (t_{max})^{\frac{1}{\varphi}} \tag{3.95}$$

tritt ein Wert für  $t_i$  auf, der in der Größenordnung von  $t_{max}$  liegt. Dies läßt sich verstehen, wenn man den Wertebereich von  $z_i$  in S Segmente zerteilt. Da die Zahlenfolge gleichverteilt ist, wird keines der Segmente bevorzugt. Folglich stammt im Mittel bei S Zufallszahlen aus jedem Segment eine. Im Schnitt kann man die kleinste mit 1/S nach oben abschätzen. Bei der Umsetzung überspringt man eine Zufallszahl, falls sie kleiner als  $z_{min}$  ist.

Ein Beispiel zu einer solchen Sequenz, ist in Abbildung 3.21c)+d) dargestellt. Bei kleinen Skalen sieht man, daß die Fluktuationsfunktion für q=10 antikorreliert ist. Große Fluktuationen verhalten sich auf dieser Zeitskala also antikorreliert. Für q=2 ist die Reihe, wie zu erwarten, durchgehend unkorreliert, während für q=-10 auf kleinen Skalen starke Korrelationen vorherrschen. Ab einer Zeitskala von ca. 400 zeigt die Reihe monofraktales Verhalten. Soll die Reihe auf allen Skalen multifraktal sein, dann muß man die charakteristische Zeit (3.95) so wählen, daß sie viel größer als die Länge der Reihe ist, also  $S_{\times} >> N$ .

Die theoretische Herleitung der Skalenexponenten findet sich in [Kant 2002] und führt zu:

$$\alpha(q) \sim \begin{cases} 1/q & \text{für } q > (\frac{1}{\varphi}) \\ \varphi & \text{für } q \le (\frac{1}{\varphi}) \end{cases}$$
 (3.96)

Eine Reihe, die ihre Multifraktalität in den Korrelationen birgt, läßt sich mit dem binomialen Multifraktal-Model erzeugen [Fede 1988]:

$$t_k = a^{n(k-1)}(1-a)^{n_{max}-n(k-1)} (3.97)$$

wobei 0, 5 < a < 1 ein Paramter ist<sup>9</sup>, und n(k) die Anzahl der 1er-Stellen in binärer Darstellung des Index k, z.B. n(12) = 2, da 1100 der binäre Wert zu 12 ist. n(k) hat nichts mit dem Approximationsgrad n der DFA (siehe Seite 48) zu tun. Aufgrund ihrer Erzeugung hat die Reihe die Länge  $N = 2^{n_{max}}$ , also  $k = 1, \ldots, N$ .

In [Fede 1988] wird gezeigt, daß theoretisch folgende Skalenexponenten zu erwarten sind:

$$\alpha(q) = \frac{1}{q} - \frac{\ln(a^q + (1-a)^q)}{q\ln(2)} \quad . \tag{3.98}$$

In Abbildung 3.22a)+b) ist das Ergebnis der MFA einer Reihe mit a=0,6 gezeigt. Es läßt sich eine Übereinstimmung zu den theoretischen Exponenten  $\alpha(10)\approx 0,83,\ \alpha(2)\approx 0,97$  und  $\alpha(-10)\approx 1,22$  erkennen.

In Abbildung 3.22c)+d) zeigt sich, daß durch das Mischen die Korrelationen zerstört werden, so daß auf großen Skalen der Exponent 0,5 angenommen wird. Auf kleinen Skalen bleibt jedoch Multifraktalität erhalten, was ähnlich wie in 3.21 auf die Breite der Verteilung zurückzuführen ist. Sie wird vom Mischen nicht beeinflußt.

 $<sup>^9\</sup>mathrm{Bei}~0 < a < 0,5$ ist die Reihe zeitlich gespiegelt

## Kapitel 4

# Analyseergebnisse

Die Zeitreihen der in Kapitel 2.7 vorgestellten Stationen wurden im Wesentlichen mit drei Analysemethoden untersucht. Das Korrelationsverhalten der ursprünglichen Reihen sowie der Amplitudenreihen (vgl. 2.6) wurde anhand der Trendbeseitigenden Fluktuationsanalyse (Abschnitt 3.3) und der normalen Fluktuationsanalyse (Abschnitt 3.2.3) ermittelt. Die enthaltene Multifraktalität wurde mittels der beschriebenen Multifraktalanalyse (3.4) quantifiziert. In diesem Kapitel sollen die Ergebnisse dargelegt und nach geographischer Lage der Stationen kategorisiert werden. Zu guter Letzt werden die Resultate mit denen von Temperaturzeitreihen verglichen.

### 4.1 Korrelationsverhalten der Niederschläge

#### 4.1.1 Analysen exemplarischer Reihen

In Abbildung 4.1 sind die Arbeitsschritte von der ursprünglichen Zeitreihe bis zu den Fluktuationsfunktionen F(S) exemplarisch für Pusan und die zugehörige gemischte Reihe dargestellt. In dieser Arbeit können leider nicht die Fluktuationsfunktionen aller untersuchten Zeitreihen gezeigt werden, weshalb eine repräsentative Auswahl getroffen wurde.

Viele der analysierten Niederschlagsreihen zeigen gänzlich unkorreliertes Skalenverhalten, darum werden in Abbildung 4.2 nur vier solcher Beispiele gezeigt. Genau genommen ist bei St. Petersburg auf kleinen Skalen ein geringfügig größerer Exponent als 0,50 zu erkennen. Weiterhin gibt es beim Hohenpeißenberg möglicherweise auf großen Skalen einen Crossover zu einem größeren  $\alpha$ . Darüberhinaus deutet die FA von Feodosija und St. Petersburg auf einen Trend hin. Insgesamt jedoch ist das Skalenverhalten weitgehend unkorreliert.

Kurzzeitkorrelationen zeigen sich bei einem Großteil der Niederschlagsreihen. Auf den Abbildungen 4.3 und 4.4, sind Beispiele dafür zu sehen. Die Niederschlagsreihe von Bordeaux enthält Langzeitkorrelationen bis zu recht großen Skalen. Betrachtet man jedoch höhere DFA-Approximationsordnungen, so sieht man, daß die Korrelationen dann doch abbrechen. Im Fall von Plymouth knickt die Fluktuationsfunktion der FA nach ca. zwanzig Tagen auf die Steigung 0,5 und ist somit auf großen Skalen unkorreliert, was bei Sydney bereits früher eintritt. Die Fluktuaionsfunktionen von Petropavlovsk und besonders Moskau zeigen in der FA bei großen

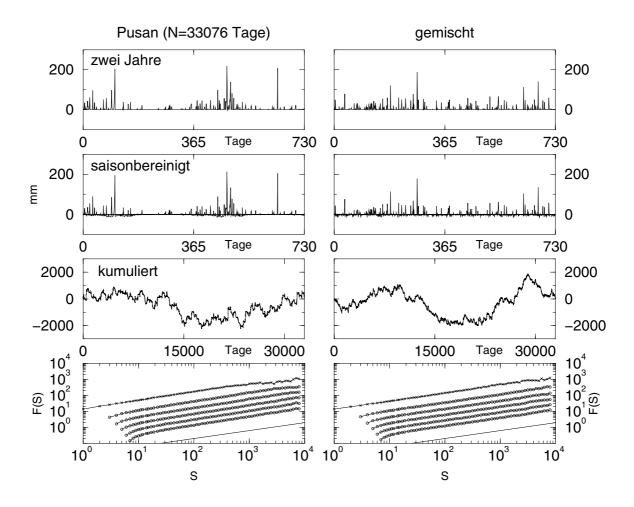


Abbildung 4.1: Arbeitsschritte der DFA am Beispiel zweier Jahre von Pusan (links) und der gemischten Reihe (rechts). Von oben: Saisonbereinigung (Abschnitt 2.4.2), Profilbildung (3.29) und Fluktuationsfunktion der FA (x-Symbol) und der DFA (o-Symbole) für die Approximationsordnungen  $n=1,\ldots,5$ .

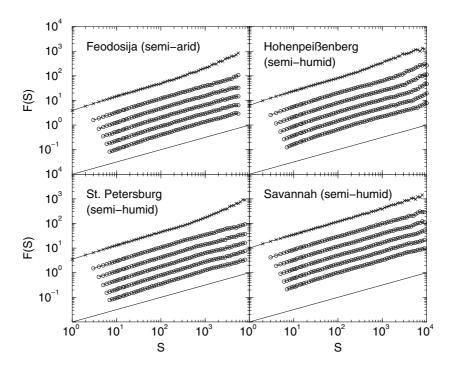


Abbildung 4.2: Fluktuationsfunktionen der FA und DFA1 bis DFA5 von vier schwach kurzzeitkorrelierten Niederschlagsreihen.

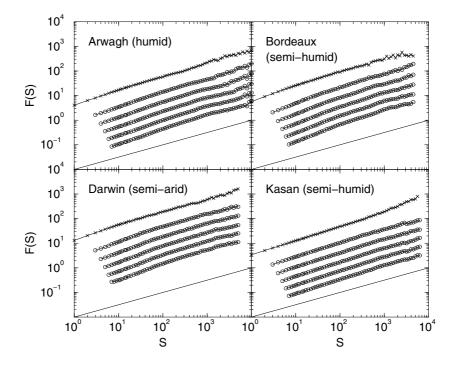


Abbildung 4.3: Fluktuationsfunktionen der FA und DFA1 bis DFA5 von vier stärker kurzreichweitig korrelierten Niederschlagsreihen.

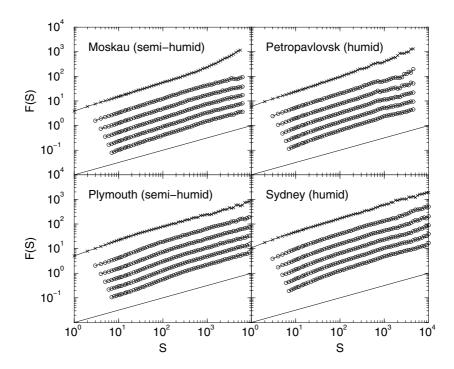


Abbildung 4.4: Fluktuationsfunktionen der FA und DFA1 bis DFA5 von vier weiteren stärker kurzreichweitig korrelierten Niederschlagsreihen.

Skalen einen Crossover, was wahrscheinlich auf Trends zurückzuführen ist (siehe Abschnitt 3.5).

Nur wenige der analysierten Reihen sind deutlich langzeitkorreliert. Auf den Abbildungen 4.5 und 4.6 sind die Fluktuationsfunktionen acht solcher Fälle zu sehen. Die Exponenten schwanken zwischen  $\alpha=0.56$  für Karlsruhe und  $\alpha=0.65$  für Hawaii. An der Reihe von Horog kann man gut einen Vorteil der DFA erkennen. Während die FA auf großen Skalen stark fluktuiert, bleibt die DFA einigermaßen stabil. Die Reihe vom Säntis zeigt auf kleinen Skalen einen verhältnismäßig großen Exponenten. Auf großen Zeitskalen flacht dieser ab, so daß im asymptotischen Bereich nur ein  $\alpha=0,58$  bestimmt wurde. Während bei Karlsruhe wahrscheinlich ein Trend den Crossover auf großen Skalen verursacht, spricht alles dafür, daß bei der Zugspitze ein echter Crossover vorliegt.

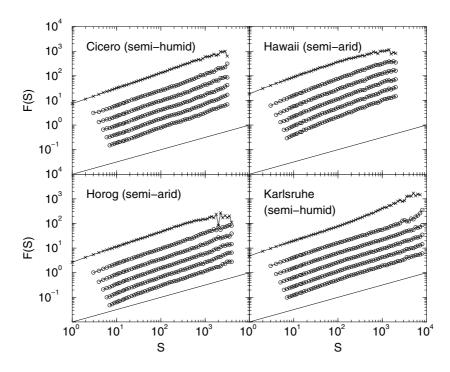


Abbildung 4.5: Fluktuationsfunktionen der FA und DFA1 bis DFA5 von vier langzeitkorrelierten Niederschlagsreihen.

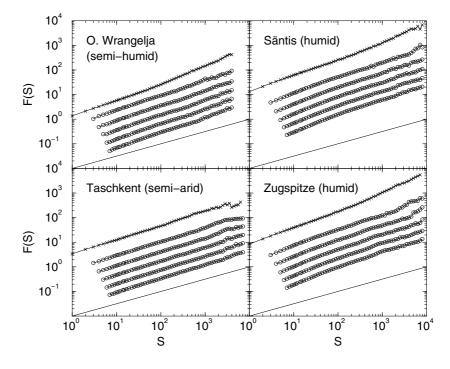


Abbildung 4.6: Fluktuationsfunktionen der FA und DFA1 bis DFA5 von vier weiteren langzeitkorrelierten Niederschlagsreihen.

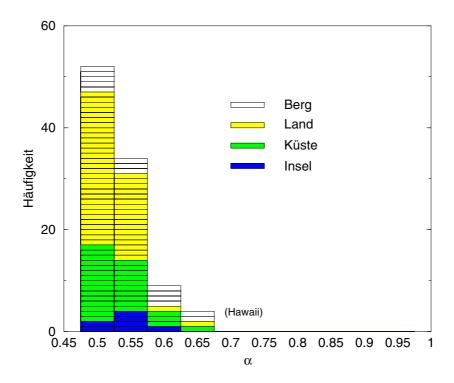


Abbildung 4.7: Histogramm des Exponenten  $\alpha$ , erhalten aus DFA3, nach geographischer Lage unterschieden.

#### 4.1.2 Klassifizierung nach Geographie bzw. Klima

Für das erste Histogramm (Abbildung 4.7) wurden die Stationen nach ihrer geographischen Lage aufgeteilt, also Berg, Land, Küste und Insel. Es wird auf Hawaii hingewiesen, welches in die Kategorien Berg und Insel fällt. Hoch gelegene Bergstationen wurden dann nochmals in Gipfel und Hochland unterteilt, was in Abbildung 4.8 zu sehen ist. Weder in der einen, noch in der anderen Darstellung läßt sich ein Zusammenhang zwischen der geographischen Lage und der Größe des Korrelationsexponenten  $\alpha$  erkennen.

Weiterhin wurde eine Zuordnung nach Klimaregionen, also hochkontinental, kontinental und maritim, durchgeführt. Auch dabei zeigt sich kein Zusammenhang zwischen Klimaregion und Langzeitkorrelationen (Abbildung 4.9).

Die Einordnung nach Klimazonen (polar, kalt-, warmgemäßigt, subtropisch und tropisch) ist in dem Histogramm in Abbildung 4.10 zu sehen. Ebenso wie bei den vorherigen Klassifikationen, ist das Korrelationsverhalten auch unabhängig von den Klimazonen.

Da der Niederschlag einen wesentlichen Einfluß auf den Wasserhaushalt (vgl. Abschnitt 2.5) hat, könnte man erwarten, daß ein Zusammenhang zwischen Korrelationen in den Niederschlagsreihen und dem Wasserhaushalt (mit den Zuordnungen arid, semi-arid, semi-humid und humid) bestünde. In Abbildung 4.11 ist das entsprechende Histogramm zu sehen. Wieder wird die Unabhängigkeit von den klimatischen Bedingungen vor Ort deutlich.

Mit den gezeigten Histogrammen läßt sich keine Verknüpfung der Korrelationsexponenten

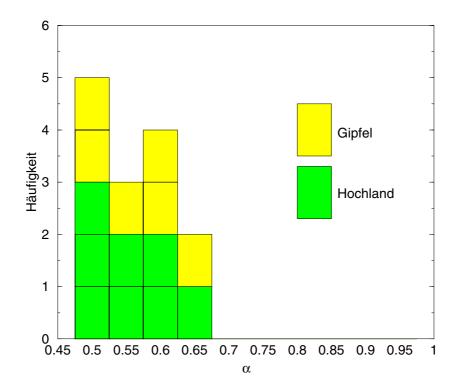


Abbildung 4.8: Histogramm des Exponenten  $\alpha$ , erhalten aus DFA3, nach geographischer Berglage unterschieden.

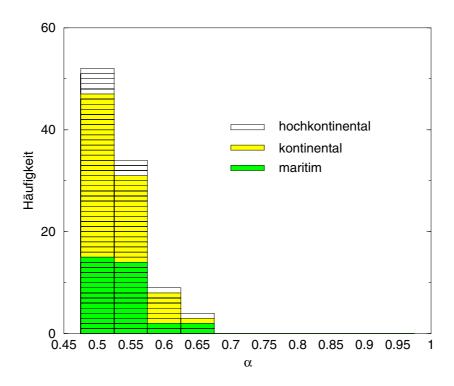


Abbildung 4.9: Histogramm des Exponenten  $\alpha$ , erhalten aus DFA3, nach Klimaregionen unterschieden.

 $\alpha$  der untersuchten Niederschlagsreihen mit den geographischen, klimatischen Bedingungen aufzeigen. In den meisten Fällen sind die Niederschlagsreihen auf großen Skalen unkorreliert. Bei einigen treten schwache Korrelationen im Bereich von  $\alpha \approx 0,55$  auf. Nur an wenigen Orten sind die Niederschläge deutlich korreliert. In sehr seltenen Fällen zeigt sich ein Exponent von  $\alpha \approx 0,65$ , dessen Auftreten jedoch keine Systematik zugesprochen werden kann.

In [WeTa 2001] wird eine Klassifikation der Niederschlagsreihen nach tief gelegenen Stationen (Basel, Bern, Neuchâtal, Zürich) und nach Bergstationen (Säntis, Sonnblick, Zugspitze) vorgeschlagen. Für erstere werden Exponenten der DFA1 im Bereich von 0, 54 und für hochgelegene Stationen 0, 64 angegeben. Im Rahmen dieser Arbeit läßt sich dies nicht bestätigen, wie schon die Abbildungen 4.7 und 4.8 deutlich werden ließen. Die Niederschlagsreihe von Sonnblick hat sogar nur einen Exponenten von 0, 52. Andere hoch gelegene Stationen wie Wuxqiaoling (3043 üNN;  $\alpha=0,56$ ) oder Gunnison (2335 üNN;  $\alpha=0,50$ ) zeigen nur schwache Korrelationen oder überhaupt keine.

Die Untersuchungen dieser Arbeit stehen etwas im Widerspruch zu den Ergebnissen in [Mats 2000]. Dort wurden fünfzehnminütige Niederschlagsreihen der Länge mehrer Jahre von neun verschiedenen Stationen in den USA analysiert. Auf Zeitskalen zwischen einigen Tagen und wenigen Jahren finden sie Exponenten zwischen 0,65 (Palestine, Texas) und 0,89 (Los Angeles, CA). Wie auf den Abbildungen 4.3 und 4.4 zu sehen ist, sind diese Skalenexponenten relativ groß. Für z.B. Bordeaux läßt sich mit der DFA1 auf Skalen bis zu hundert Tagen der Exponent  $\alpha=0,66$  bestätigen, was allerdings eher ein Einzelfall ist. Vermutlich besteht der Unterschied darin, daß die Langzeitkorrelationen aus [Mats 2000] in dieser Arbeit als Kurzzeitkorrelationen bezeichnet, da hier Zeitreihen über Jahrzehnte zur Verfügung standen. Auch

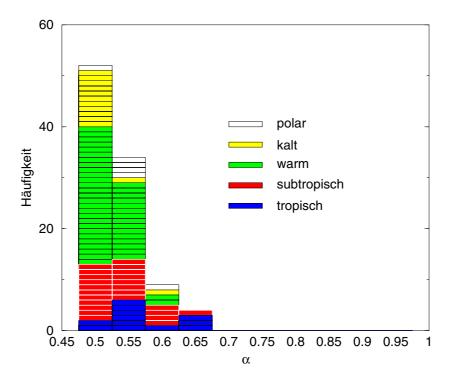


Abbildung 4.10: Histogramm des Exponenten  $\alpha$ , erhalten aus DFA3, nach Klimazonen unterschieden.

in [Pete 2001] wurden in einer minütigen Reihe mittels der Hurst R/S-Analyse Kurzzeitkorrelationen mit einem Exponenten von 0,76 gefunden.

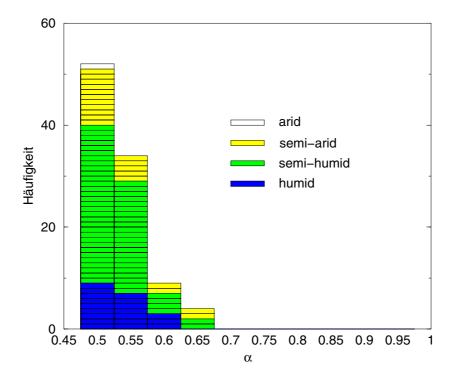


Abbildung 4.11: Histogramm des Exponenten  $\alpha$ , erhalten aus DFA3, nach der Art des Wasserhaushalts unterschieden.

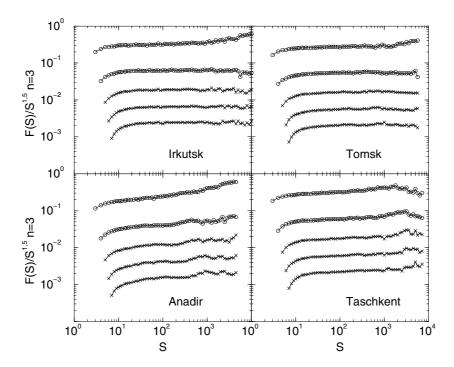


Abbildung 4.12: Fluktuationsfunktionen der DFA1 bis DFA5 von vier Amplitudenreihen verschiedener Stationen.

#### 4.1.3 Analysen der Amplitudenreihen

Die Amplituden werden zunächst gemäß (2.11) aus den Originalreihen gebildet (siehe 2.7) und dann erst saisonbereinigt. Da die Differenzenbildung (2.9) eine Art Ableitung darstellt, wurden die Amplitudenreihen zunächt kumuliert bevor die eigentliche DFA beginnt, so daß ein zweites Mal das Profil gebildet wird. Bei den vier Beispielen aus Abbildung 4.12 wurden dementsprechend die Fluktuationsfunktionen durch  $S^{3/2}$  geteilt. Die Steigung Null entspricht dann dem Exponenten  $\alpha=0,50$ . In dieser Darstellung sind bei der F(S)-Achse weniger Dekaden nötig, so daß sich die Steigungen besser bestimmen lassen.

Wie man dem Histogramm in Abbildung 4.13 entnehmen kann, sind die Amplitudenreihen in den meisten Fällen auch nur mit einem kleinen Exponenten korreliert. Die größten Exponenten haben die Amplitudenreihen von Ipagua ( $\alpha=0,67$ ) und Hawaii ( $\alpha=0,62$ ). Das gezeigte Beispiel Anadir hat einen Exponenten  $\alpha=0,58$ . Im Gegensatz zu den Originalreihen liegt bei den Amplituden der Schwerpunkt im Histogramm mehr bei 0,55, als bei 0,50.

Bei Abbildung 4.14 wurden die DFA3-Exponenten der Orignalreihen gegen die der Amplitudenreihen aufgetragen. Es läßt sich ein grober Zusammenhang zwischen ihnen erkennen, und zwar ist tendenziell der Skalenexponent der Amplitudenreihe um so größer, je größer der der Originalreihe ist. Dabei sind die Abweichungen von diesem Zusammenhang für große Exponenten kleiner als bei kleinen.

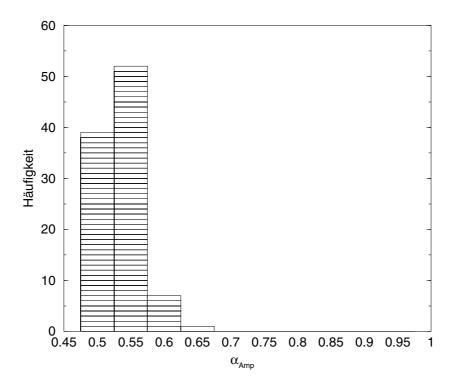


Abbildung 4.13: Histogramm für die DFA3 der Amplitudenreihen.

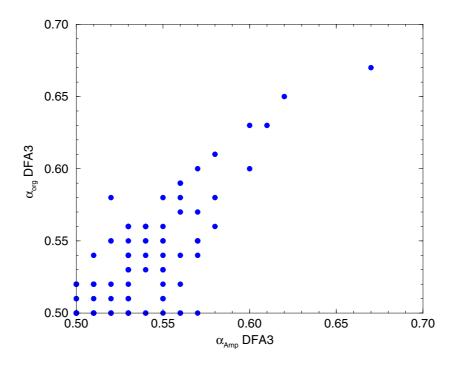


Abbildung 4.14: Zusammenhang der Exponenten von Amplituden- und Originalreihe.

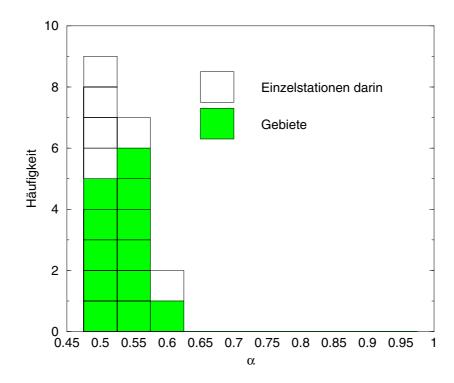


Abbildung 4.15: Histogramm für die DFA3 für die untersuchten Gebietsreihen. Außerdem Einzelstationen in den Gebieten.

### 4.1.4 Korrelationsverhalten bei Gebietsniederschlagsreihen

Die Auswahl an Gebietsniederschlagsreihen aus Abschnitt 2.7 (siehe darin Abbildung 2.8 und Tabelle 2.3) wurde auch mittels der DFA untersucht. Die Resultate sind als Histogramm in Abbildung 4.15 zu sehen. Hier zeigen sich auch keine besonders starken Korrelationen. Die Reihe des Gebietes D11 in dem München ( $\alpha=0,50$ ), Hohenpeißenberg ( $\alpha=0,50$ ) und die Zugspitze ( $\alpha=0,60$ ) liegen, hat einen Exponenten von 0,50 und ist weitestgehend unkorreliert. Offensichtlich fällt die Zugspitze zu schwach ins Gewicht, um einen Einfluß auf die Korrelationen der Gebietsreihe zu haben. Bamberg mit einem Exponenten von 0,53 bzw. 0,54 liegt an den Gebieten M1, M2 und M3, die alle  $\alpha=0,57$  haben. Die Einzelstationen scheinen also keine repräsentativen Aussagen zuzulassen.

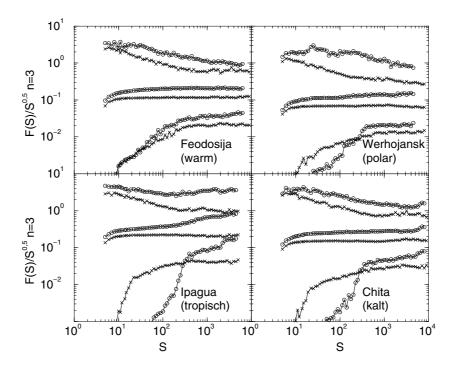


Abbildung 4.16: Fluktuationsfunktionen der MFA3 für die Momente q = 10, 2, -10 (von oben) von vier Niederschlagsreihen. Kreissymbole: Originalreihe, x-Symbole: gemischte Reihe.

### 4.2 Multifraktalität

Sämtliche zur Verfügung stehenden Niederschlagsreihen wurden mittels der MFA auf ihre Multifraktalität hin untersucht. Es wurden die Fluktuationsfunktionen der DFA-Ordnungen eins bis fünf und die verschiedenen Momente aus z.B. Abbildung 3.17 errechnet. Da jedoch nicht alle Exponenten bestimmt werden konnten, wurden für DFA3 neben dem Exponenten  $\alpha(2)$  nur  $\alpha(-10)$  und  $\alpha(10)$  ermittelt, um daraus das Maß M (3.88) zu berechnen. Weiterhin geschah dies auch für die durchmischten Reihen, da so Aufschluß über die Art der Multifraktalität gewonnen werden kann.

Wegen der Ungenauigkeiten der MFA, wie sie im Abschnitt 3.5 auf Seite 59 beschrieben werden, muß für M von einem Fehler  $\Delta M \approx 0,16$  ausgegangen werden. Man kann also erst ab  $M \geq 0,2$  von Multifrakalität sprechen.

### 4.2.1 Multifraktalanalysen exemplarischer Reihen

Abbildung 3.21b)+d) zeigt bereits die Art der Graphen, wie sie zur Bestimmung der Exponenten angefertigt wurden. Ebenso wurden bei den Abbildung 4.16 und 4.17 besagte Momente gewählt und die Fluktuationsfunktionen durch  $S^{1/2}$  dividiert.

An den Beispielen von Ipagua und Chita läßt sich für q = -10 ein starkes Abfallen der Fluktuationsfunktionen auf kleinen Skalen beobachten. Dies ist auf einen ausgeprägten Jahresgang zurückzuführen, wie auch in Abschnitt 5.3 noch ausgeführt wird.

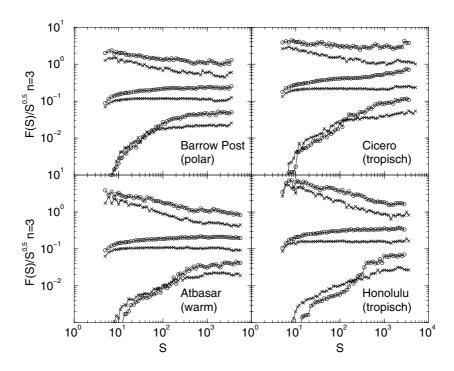


Abbildung 4.17: Fluktuationsfunktionen der MFA3 für die Momente q=10,2,-10 (von oben) von weiteren vier Niederschlagsreihen. Kreissymbole: Originalreihe, x-Symbole: gemischte Reihe.

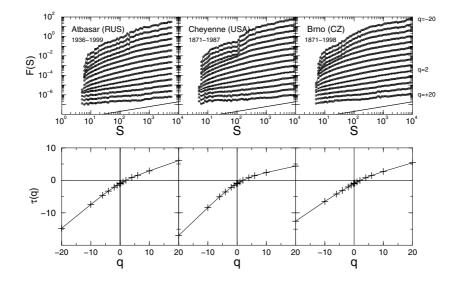


Abbildung 4.18: Oben: Fluktuationsfunktionen der MFA3 für die Momente  $q=-10,\ldots,10$  (von oben) von drei Beispielen, unten: zugehörige Standardformalismus- $\tau(q)$ -Darstellung.

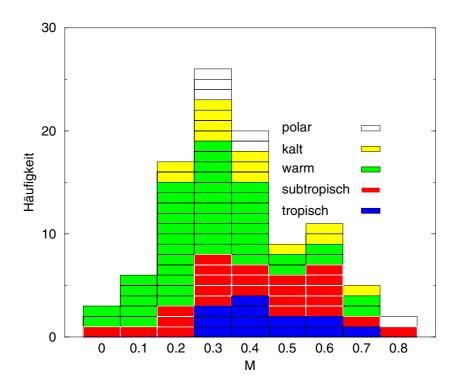


Abbildung 4.19: Histogramm für die Ausprägung der Multifraktalität der Originalreihen. Der M-Wert wurde aus den Exponenten der DFA3 bestimmt.

In Abbildung 4.18 sind die Fluktuationsfunktionen weiterer Reihen zu sehen. Außerdem sind im unteren Teil die zugehörigen  $\tau(q)$ -Plots des Standardformalismus gezeigt. Wie man erkennt, führen unterschiedliche Exponenten in der Fluktuationsfunktionen zu einem ausgeprägterem Knick in der  $\tau(q)$ -Darstellung (z.B. Cheyenne).

#### 4.2.2 Klassifizierung nach Klimazonen bzw. Berglagen

Die Ergebnisse wurden wieder in die Schemata Geographie, geographische Berglage, Klimaregion, Klimazone und Wasserhaushalt unterteilt. Für die Multifraktalität der ungemischten Reihen hebt sich als einziges die Einordnung nach Klimazonen hervor, weil dort ein Zusammenhang zwischen Klimazone und M erkennbar ist, weshalb hier auf die Abbildung der anderen Histogramme verzichtet wird.

Wie in Abbildung 4.19 zu sehen ist, haben die Niederschlagsreihen aus den Klimazonen tropisch und subtropisch eine ausgeprägtere Multifraktalität als z.B. die aus warmgemäßigten Gegenden.

Das Histogramm für die gemischten Reihen (Abbildung 4.20), gibt Aufschluß darüber, inwiefern Multifraktalität ihre Ursache in der Verteilung findet (vgl. Abschnitt 3.4 und 3.5). Man kann erkennen, daß die stärkere Multifraktalität der Niederschlagsreihen aus Tropen und Subtropen - bei letzteren schwächer - auf die Verteilung zurückzuführen ist. Weiterhin zeigen die Reihen polarer Stationen auch stärkere Multifraktalität in der Verteilung. Offensichtlich sind

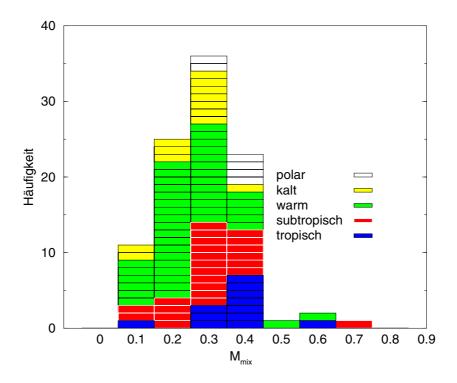


Abbildung 4.20: Histogramm für die Ergebnisse der MFA3 der gemischten Reihen.

es die extremen Klimate, bei denen die Verteilungen der Niederschlagsreihen multifraktalen Charakter haben.

Kleine Fluktuationen sind nach unten hin wegen der Meßgenauigkeit beschränkt (Abschnitt 2.2). Große Niederschlagsereignisse werden jedoch erfaßt, und besonders große führen zu einer breiten Verteilung, welche wiederum die Ursache von Multifraktalität sein kann (Abschnitt 3.5). In den Tropen kommt es relativ häufig zu intensiven Regenfällen. In kurzer Zeit können sehr große Mengen Niederschlag fallen (siehe Abschnitt 2.5).

Hätten Niederschlagsreihen auf großen Skalen eine Potenzgesetz- Verteilungsfunktion, dann sollte sich das untersuchte Beispiel Cheyenne aus Abbildung 4.21b) gemäß (3.96) verhalten, was jedoch nicht offensichtlich ist. Bei dieser Reihe ist also entweder der Exponent  $\varphi$  zu klein, oder die Verteilung entspricht auf großen Skalen keinem Potenzgesetz.

Bei den Beispielen in Abbildung 4.16 wird die Multifraktlität hauptsächlich von den Korrelationen erzeugt, was im Fall von Ipagua deutlich wird. Im Gegensatz dazu sind die Beispiele aus Abbildung 4.17 hauptsächlich in ihrer Verteilung multifraktal, was daran zu erkennen ist, daß sich die Exponenten der ungemischten und gemischten Reihen (auf großen Skalen) nicht stark unterscheiden.

Des weiteren zeigt das Histogramm der gemischten Reihen aus Abbildung 4.22, daß sich die Niederschlagsreihen hoch gelegener Stationen in der Multifraktalität ihrer Verteilungen unterscheiden. Während diese bei Gipfelstationen nur schwach ausgeprägt ist, macht sie sich bei Hochlandstationen deutlich bemerkbar. Ein Ausnahme bildet hierbei die Reihe von Hawaii, sie hat M=0,4.

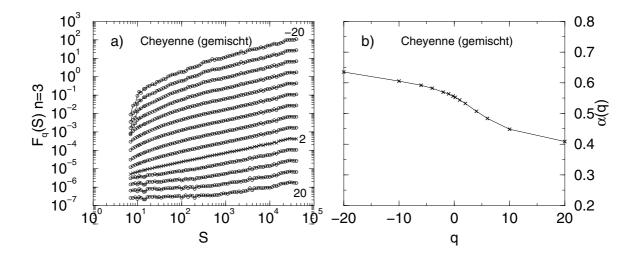


Abbildung 4.21: MFA3 der gemischten Niederschlagsreihe von Cheyenne. a) Fluktuationsfunktion der verschiedenen Momente zwischen q=-20 und q=20 (von oben). b) Verlauf Skalenexponenten  $\alpha(q)$ .

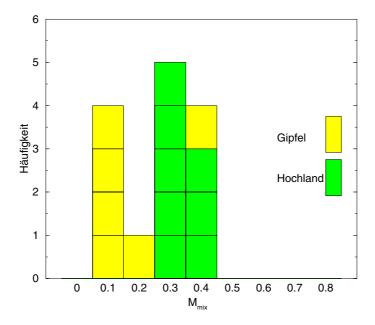


Abbildung 4.22: Histogramm für die Ergebnisse der MFA3 der gemischten Reihen. Klassifikation der hoch gelegenen Stationen nach Gipfel oder Hochland.

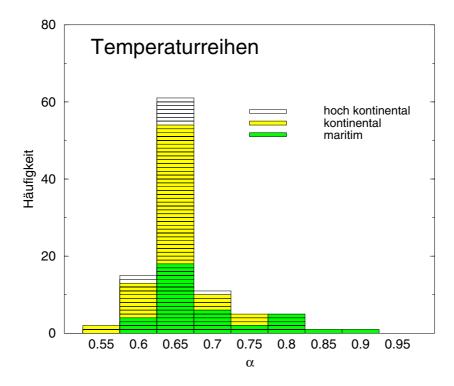


Abbildung 4.23: Histogramm für die Ergebnisse der DFA von Temperaturreihen. Klassifikation nach Klimaregionen.

### 4.3 Vergleich mit Temperaturreihen

In [EKBu 1998] wurde bereits von Anzeichen für ein universelles Persistenzgesetz der Lufttemperatur berichtet. Dies wird durch die umfangreichen Untersuchungen aus [Eich 2002], die das Pendant zu dieser Arbeit darstellen, untermauert. Um nicht alle Ergebnisse vorwegzunehmen, werden hier nur einige Histogramme gezeigt.

Für die analysierten Reihen, deren Stationen nicht in allen Fällen mit denen dieser Arbeit übereinstimmen, ist für die Korrelationen in Abbildung 4.23 ein deutlicher Schwerpunkt bei  $\alpha \approx 0,65$  auszumachen. Einzig die Temperaturreihen von maritim gelegenen Stationen, darunter viele auf Inseln, tun sich hervor. Diese Resultate stehen also im Gegensatz zu denen der Niederschlagsreihen (Abbildung 4.9).

Die Amplitudenreihen der Temperaturen (Abbildung 4.24) sind ähnlich schwach korreliert, wie die der Niederschlagsreihen (Abbildung 4.12). Während bei den Niederschlagsreihen die Exponenten überwiegend 0,55 und kleiner sind, haben die der Temperaturen hauptsächlich Werte 0,60 und darunter.

Die Multifraktalität der Temperaturreihen ist in der Regel schwächer ausgeprägt, als die der Niederschlagsreihen. Wie in Abbildung 4.25 zu sehen ist, sind die M-Werte der verschiedenen Temperaturreihen weniger gestreut als bei den Niederschlagsreihen (Abbildung 4.19), deren Werte tendenziell höher liegen. Zudem läßt sich bei den Temperaturreihen kein Zusammenhang zwischen Klimazone und Multifraktalität finden.

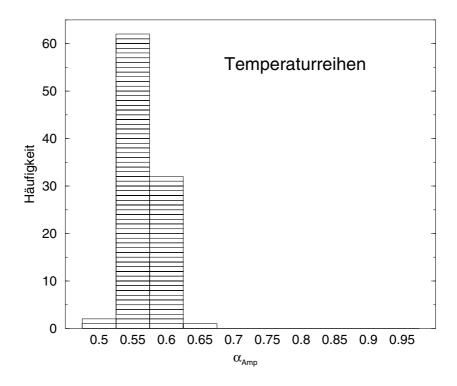


Abbildung 4.24: Histogramm für die Ergebnisse der DFA von Amplitudenreihen von Temperaturen.

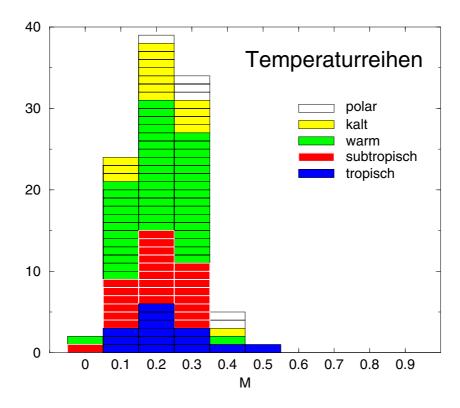


Abbildung 4.25: Histogramm für die Ergebnisse der MFA von ungemischten Temperaturreihen.

### 4.4 Ergebnisübersicht

In Tabelle 4.1 sind die Ergebnisse zu den Niederschlagsreihen der Stationen aus Abschnitt 2.7 zusammengestellt.

Tabelle 4.1: Analyseergebnisse für die ungemischte Reihe, also FA, DFA3 mit q=10,2,-10, Amplitudenreihe mit DFA3, und die gemischte Reihe, also DFA3 mit q=10,-10, sowie die berechneten M-Werte.

	Originalreihe					gemischte Reihe			
	FA	DFA3		Amp3	M	DFA3		M	
Station		q=10	q=2	q=-	q=2		q=10	q=-	
			_	10			_	10	
Academy	0,52	0,50	0,50	0,52	0,50	0,0	0,49	0,58	0,2
Ajaccio	$0,\!53$	0,46	0,56	0,70	$0,\!54$	0,4	0,44	0,57	0,3
Akureyri	0,58	0,50	0,50	0,67	$0,\!54$	0,3	0,40	0,59	0,4
Albany	0,50	0,42	0,50	0,55	0,50	0,3	$0,\!46$	0,58	0,2
Aleksandrovsk	0,57	0,40	0,52	0,62	0,50	0,4	0,40	0,56	0,3
Alexandroupolis	0,53	0,38	0,50	0,68	0,57	0,6	$0,\!45$	0,60	0,3
Anadir	0,63	0,49	0,61	0,70	0,58	0,4	0,50	0,68	0,3
Arhangelsk	0,56	0,50	0,51	0,65	$0,\!55$	0,3	$0,\!50$	0,57	0,1
Arwagh	$0,\!54$	0,45	0,51	0,56	0,51	0,2	$0,\!45$	0,53	0,2
Atalai	0,64	0,25	0,55	0,54	0,57	0,7	0,36	0,52	0,4
Atbasar	0,56	0,37	0,50	0,63	$0,\!52$	0,5	0.37	0,64	0,5
Bamberg-S	$0,\!52$	0,45	0,53	0,60	$0,\!53$	0,3	$0,\!45$	0,53	0,2
Bamberg-W	0,51	0,43	0,52	0,58	$0,\!50$	0,3	$0,\!38$	0,57	0,4
Barrow Post	0,60	0,41	0,57	0,60	$0,\!56$	0,4	$0,\!45$	0,70	0,4
BelleGlade	$0,\!53$	0,50	0,54	0,70	$0,\!55$	0,3	0,38	0,55	0,4
Bordeaux	0,56	0,45	0,50	0,62	$0,\!56$	0,3	$0,\!44$	0,53	0,2
Brno	0,51	0,38	0,49	0,52	$0,\!50$	0,3	$0,\!40$	0,54	0,3
Budweis	$0,\!52$	0,38	0,49	0,58	$0,\!50$	0,4	$0,\!45$	0,57	$_{0,2}$
CampbellIsl	$0,\!54$	0,50	0,52	0,57	$0,\!50$	0,1	$0,\!42$	0,56	0,3
Charleston	$0,\!53$	0,48	0,50	0,57	$0,\!54$	0,2	$0,\!42$	0,58	0,3
Cheyenne	$0,\!54$	0,29	0,52	0,63	$0,\!50$	0,7	$0,\!40$	0,59	0,4
Chita	$0,\!53$	0,40	0,52	0,72	$0,\!55$	0,6	$0,\!51$	0,57	0,1
Cicero	0,61	0,56	0,63	0,72	0,60	0,3	$0,\!48$	0,65	0,3
Cold Bay	$0,\!59$	0,40	0,51	0,56	$0,\!55$	0,3	$0,\!46$	0,63	0,3
Darwin	$0,\!55$	0,36	0,50	0,66	$0,\!50$	0,6	0,39	0,56	0,4
Edinburgh	$0,\!55$	0,43	$0,\!52$	0,61	$0,\!51$	0,3	$0,\!44$	0,53	0,2
Enisejsk	$0,\!53$	0,41	0,50	0,50	$0,\!50$	0,2	$0,\!44$	0,59	0,3
Feodosija	$0,\!53$	0,33	0,50	0,63	$0,\!50$	0,6	$0,\!50$	$0,\!53$	0,1
Fergana	0,58	0,33	0,58	0,67	$0,\!56$	0,7		0,60	0,3
Gorkij	0,58	0,43	0,50	0,58	$0,\!52$	0,3		0,52	0,2
Gothenburg	$0,\!57$	0,30	0,50	0,61	$0,\!52$	0,7	-	0,63	0,3
Gunnison	0,51	0,43	0,50	0,67	$0,\!55$	0,4	,	0,53	0,3
Hamburg	$0,\!56$	0,52	0,55	0,59	$0,\!54$	0,1	$0,\!43$	0,58	0,3
Hawaii VLC NP	0,60	0,41	0,65	0,70	$0,\!62$	0,5	$0,\!43$	$0,\!67$	0,4
Hohenpeißenberg	$0,\!53$	0,42	0,50	0,50	$0,\!53$	0,2	$0,\!49$	0,56	0,1

	Originalreihe					gemischte Reihe			
	FA	DFA3		Amp3	M		FA3	M	
Station		q=10	q=2	q=-	q=2		q=10	q=-	
				10				10	
Hongkong	0,55	0,44	0,53	0,58	$0,\!55$	0,3	0,40	0,53	0,3
Honolulu	$0,\!52$	0,33	$0,\!53$	0,62	$0,\!54$	0,6	$0,\!33$	0,62	0,6
Horog	$0,\!60$	0,49	0,63	0,72	0,61	0,4	$0,\!45$	$0,\!67$	0,4
Ipagua	$0,\!66$	0,56	0,67	0,98	0,67	0,5	$0,\!47$	$0,\!50$	0,1
Irara	0,61	0,48	0,59	0,69	$0,\!56$	0,4	$0,\!42$	0,62	0,4
Irkutsk	$0,\!54$	0,32	$0,\!51$	0,68	$0,\!50$	0,7	$0,\!39$	$0,\!60$	0,4
Jakutsk	$0,\!55$	0,45	$0,\!52$	0,69	$0,\!51$	0,4	$0,\!46$	$0,\!59$	0,2
Jena	$0,\!52$	0,48	$0,\!54$	$0,\!58$	$0,\!53$	0,2	$0,\!44$	$0,\!57$	0,3
Karlsruhe	$0,\!58$	0,51	$0,\!56$	$0,\!58$	$0,\!54$	0,1	$0,\!42$	$0,\!55$	0,3
Kasan	$0,\!59$	0,44	$0,\!50$	0,66	$0,\!53$	0,4	$0,\!42$	$0,\!65$	0,4
Kevo	$0,\!58$	0,42	$0,\!55$	0,65	$0,\!57$	0,4	$0,\!42$	$0,\!59$	0,3
Kiev	$0,\!55$	0,47	$0,\!50$	$0,\!57$	$0,\!56$	0,2	$0,\!44$	$0,\!58$	0,3
Kirovabad	$0,\!55$	0,33	$0,\!50$	0,61	$0,\!51$	0,6	$0,\!42$	$0,\!53$	0,2
Kisinjow	$0,\!57$	0,32	$0,\!50$	0,60	$0,\!53$	0,6	$0,\!34$	$0,\!59$	0,6
KizilArvat	$0,\!50$	0,42	$0,\!52$	0,65	$0,\!53$	0,4	$0,\!45$	$0,\!52$	0,1
${ m KunmingW}$	$0,\!52$	0,47	$0,\!54$	0,73	0,51	0,4	$0,\!38$	$0,\!58$	0,4
Leninakan	$0,\!58$	0,50	$0,\!59$	0,66	$0,\!56$	0,3	$0,\!44$	0,60	0,3
Leningrad	$0,\!54$	0,40	$0,\!50$	$0,\!56$	$0,\!50$	0,3	$0,\!42$	$0,\!56$	0,3
Lhasa	$0,\!57$	$0,\!55$	$0,\!58$	$0,\!53$	$0,\!55$	0,0	$0,\!47$	$0,\!64$	0,3
Liepaja	$0,\!59$	0,49	$0,\!56$	0,61	$0,\!53$	0,2	$0,\!43$	$0,\!57$	0,3
$\operatorname{Luling}$	$0,\!52$	0,52	$0,\!50$	0,72	$0,\!53$	0,3	$0,\!40$	$0,\!54$	0,3
Lyon	$0,\!55$	0,46	$0,\!55$	$0,\!58$	$0,\!53$	0,2	$0,\!41$	0,60	0,4
Manaus	$0,\!55$	0,51	$0,\!55$	0,78	$0,\!55$	0,4	$0,\!43$	$0,\!58$	0,3
Mersin	$0,\!52$	$0,\!35$	$0,\!56$	0,63	$0,\!53$	0,6	$0,\!45$	$0,\!66$	0,4
$\operatorname{Minsk}$	$0,\!53$	0,38	$0,\!52$	0,65	0,51	0,5	$0,\!47$	$0,\!57$	0,2
Moskva	$0,\!57$	$0,\!35$	$0,\!50$	$0,\!56$	$0,\!50$	0,4	$0,\!43$	$0,\!53$	0,2
Mulga	$0,\!55$	$0,\!36$	$0,\!50$	0,50	$0,\!50$	0,3	$0,\!41$	$0,\!58$	0,4
München-B	$0,\!50$	$0,\!37$	$0,\!50$	$0,\!56$	$0,\!50$	0,4	$0,\!41$	$0,\!53$	$^{0,3}$
München-n	$0,\!51$	0,40	$0,\!50$	0,61	$0,\!51$	0,4		$0,\!55$	$^{0,2}$
Norfolk Isl.	$0,\!51$	0,46	$0,\!54$	0,77	$0,\!53$	0,5	$0,\!42$	0,60	0,4
O. Wrangelja	0,61	$0,\!56$	0,60	0,77	0,60	0,3	$0,\!39$	$0,\!59$	0,4
Odessa	$0,\!57$	0,42	$0,\!53$	0,65	$0,\!53$	0,4	$0,\!40$	$0,\!59$	0,4
Olekminsk	$0,\!53$	0,39	$0,\!52$	0,63	$0,\!52$	0,5	$0,\!45$	0,62	$^{0,3}$
Oxford	$0,\!56$	0,46	$0,\!55$	$0,\!59$	$0,\!52$	0,3	$0,\!42$	$0,\!51$	$^{0,2}$
Perm	$0,\!57$	0,45	$0,\!53$	$0,\!59$	$0,\!53$	0,3	$0,\!44$	$0,\!55$	$^{0,2}$
Petropavlovsk	$0,\!59$	$0,\!35$	$0,\!50$	0,63	$0,\!50$	0,6	$0,\!40$	$0,\!54$	$^{0,3}$
Plymouth	$0,\!50$	0,47	$0,\!51$	$0,\!55$	$0,\!52$	0,2	$0,\!47$	$0,\!54$	0,1
Potsdam	$0,\!52$	0,49	$0,\!54$	0,61	$0,\!53$	0,2	$0,\!48$	$0,\!55$	0,1
Prag	$0,\!53$	0,52	$0,\!55$	0,62	$0,\!54$	0,0	$0,\!43$	$0,\!52$	$^{0,2}$
Pusan	$0,\!53$	0,42	$0,\!55$	0,67	$0,\!55$	0,5	$0,\!42$	$0,\!55$	0,3
RamatDavid	$0,\!53$	0,42	$0,\!58$	0,74	$0,\!52$	0,6	$0,\!49$	0,75	0,4

	Originalreihe					gemischte Reihe			
	FA	DFA3			Amp3	M	DFA3		M
Station		q=10	q=2	q=-	q=2		q=10	q=-	
				10				10	
Reykjavik	0,57	0,49	0,54	0,65	0,57	0,3	0,47	0,61	0,3
Saint Ignatiu	$0,\!54$	0,44	$0,\!53$	0,60	$0,\!55$	0,3	$0,\!43$	$0,\!51$	0,2
Samsun	$0,\!56$	0,30	$0,\!50$	0,69	$0,\!50$	0,8	$0,\!30$	0,63	0,7
Säntis	0,61	$0,\!53$	0,58	0,62	$0,\!58$	0,1	$0,\!53$	$0,\!57$	0,1
Savannah	$0,\!55$	0,41	$0,\!50$	0,65	0,51	0,5	$0,\!43$	$0,\!55$	0,2
Seoul	$0,\!52$	0,33	0,51	0,65	$0,\!50$	0,6	$0,\!42$	$0,\!58$	0,3
Soci	$0,\!57$	$0,\!54$	$0,\!56$	0,62	$0,\!53$	0,1	$0,\!46$	0,60	0,3
Sonnblick	0,60	0,50	$0,\!52$	0,64	$0,\!56$	0,2	$0,\!44$	$0,\!56$	0,2
Spokane	$0,\!57$	0,47	$0,\!55$	$0,\!58$	$0,\!52$	0,2	$0,\!40$	$0,\!55$	0,3
Surgut	$0,\!57$	0,53	$0,\!56$	0,65	$0,\!54$	0,2	$0,\!49$	0,62	0,2
Sydney	$0,\!55$	0,44	$0,\!51$	$0,\!57$	$0,\!53$	0,2	$0,\!47$	$0,\!59$	0,2
Taschkent	$0,\!57$	$0,\!55$	$0,\!57$	0,67	$0,\!57$	0,2	$0,\!49$	$0,\!59$	0,2
Tbilisi	$0,\!51$	0,37	$0,\!51$	0,60	$0,\!53$	0,5	$0,\!38$	$0,\!52$	0,3
ThursdayIsl	0,50	0,37	0,50	$0,\!56$	0,51	0,4	$0,\!33$	0,50	0,4
Tomsk	$0,\!57$	0,45	$0,\!52$	0,59	$0,\!50$	0,3	$0,\!45$	$0,\!54$	0,2
Uccle	$0,\!52$	0,51	$0,\!55$	0,62	$0,\!57$	0,2	$0,\!47$	0,58	0,2
Werhojansk	$0,\!56$	0,23	$0,\!56$	$0,\!56$	$0,\!55$	0,8	$0,\!39$	$0,\!56$	0,4
Wien	$0,\!52$	0,41	0,50	0,54	$0,\!50$	0,3	$0,\!43$	$0,\!54$	0,2
Winnemucca	$0,\!55$	0,45	$0,\!54$	0,69	$0,\!54$	0,4	$0,\!44$	0,59	0,3
Wulumuqi	$0,\!53$	0,50	0,50	0,60	$0,\!51$	0,2	0,44	0,60	0,3
Wuxqiaoling	$0,\!58$	0,47	$0,\!56$	0,64	$0,\!58$	0,3	$0,\!47$	$0,\!51$	0,1
Yichang	$0,\!52$	0,48	$0,\!54$	0,65	$0,\!56$	0,3	$0,\!42$	0,60	0,4
Zugspitze	$0,\!65$	0,52	0,60	0,60	$0,\!57$	0,1	$0,\!45$	0,52	0,1

## Kapitel 5

# Modellierung

### 5.1 Motivation

Verschiedene Eigenschaften der Niederschlagszeitreihen erschweren die Anwendung der in Kapitel 3 beschriebenen Methoden. Das folgende Modell soll dem besseren Verständnis der Effekte und ihrer Ursachen dienen. Gewisse Einflüsse lassen sich implementieren und über Parameter regulieren. Zudem können künstliche Modellreihen erzeugt werden, die um ein Vielfaches länger als echte sind. Dadurch werden störende Fluktuationen verringert.

Eine fundamentale Eigenschaft der Niederschlagsreihen ist der nicht negative Wertebereich. Es gibt keinen negativen Niederschlag, der geringste ist null, und Verdunstung wird von den Regenmessern nicht erfaßt.

Vergleicht man zwei Jahre der Niederschlagsreihe von Pusan (Abbildung 4.1) mit zwei Jahren einer Temperaturreihe (Abbildung 5.1), dann fällt auf, daß bei der Niederschlagsreihe auch nach der Saisonbereinigung (Abschnitt 2.4.2) noch sehr deutlich ein Jahresgang zu erkennen ist, obwohl der Mittelwert null ist. Jetzt treten zwar auch negative Werte auf, jedoch sind diese so klein, daß optisch kaum ein Unterschied zu der Reihe ohne negative Werte festzustellen ist. Dies ist zudem auf die breite Verteilung des Niederschlags zurückzuführen. Qualitativ gesprochen gibt es, je nach Klima, sehr viele kleine Ereignisse und wenige große. Weiterhin können lange Perioden ohne Niederschlag auftreten, aus denen hin und wieder Niederschlagsereignisse als mehr oder weniger ausgeprägte Spitzen (Peaks) hervorstechen.

Wie in Abschnitt 2.5 bereits erwähnt, weisen die Zeitreihen vieler Stationen periodische Nichtstationarität in der Standardabweichung auf. In trockeneren Perioden sind die Ereignisse seltener und schwächer, während es in Feuchtperioden umgekehrt ist. Neben dem Jahresgang im Mittelwert, der von der Saisonbereinigung entfernt wird, bleibt der Jahresgang in der Standardabweichung erhalten. Dieser macht sich bei der Untersuchung der Amplitudenreihen (Abschnitt 2.6) bemerkbar.

Es sind also fünf wesentliche Charakteristika, die es zu simulieren gilt:

- nicht negativer Wertebereich
- peakartige Struktur
- breite Verteilung

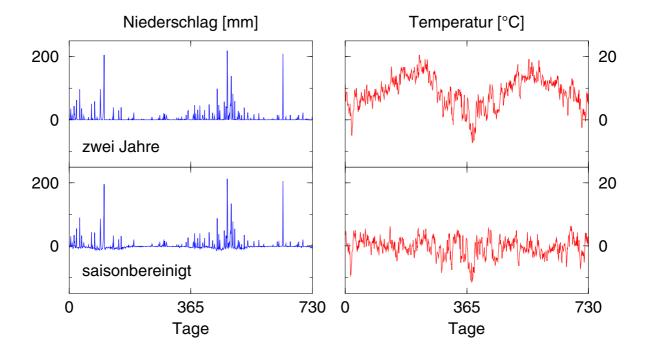


Abbildung 5.1: Vergleich der Niederschlagsreihe von Pusan mit einer Temperaturreihe, vor und nach der Saisonbereinigung.

- Jahresgang im Mittelwert
- Jahresgang in der Standardabweichung.

### 5.2 Modellierung einer Niederschlagsreihe

Zunächst wurde eine Regenwahrscheinlichkeit  $N_2$  definiert, die der Wahrscheinlichkeit dafür entspricht, ob der Niederschlag ungleich null ist. Der Einfachheit halber wurde  $N_2$  für die ganze Zeitreihe konstant gehalten. Eine Reihe unkorrelierter Zufallszahlen  $y_i$  wird mit  $N_2$  verglichen. Ist ein Element kleiner als  $N_2$ , dann wird der Modellreihe ein Wert der Potenzgesetz-Verteilungsfunktion (3.92) zugewiesen, die aus einer anderen unkorrelierten Reihe  $z_i$  erzeugt wird. Für den anderen Fall ist der Wert der Zeitreihe null:

$$w_i = \begin{cases} (z_i)^{-\varphi} & \text{für } y_i < N_2 \\ 0 & \text{für } y_i \ge N_2 \end{cases}, \tag{5.1}$$

mit  $N_2 \in (0,1)$ ,  $y_i \in (0,1)$  und  $1 > z_i \ge z_{min}$  (3.94). Als nächstes wird diese  $w_i$ -Reihe mit einem  $\sin^2$ -Verlauf überlagert, so daß es ein Maximum pro Jahr gibt. Da auch in den trockenen Perioden Niederschlag fallen soll, wird zusätzlich ein Minimalfaktor  $N_{min} < 1$  definiert:

$$t_i = w_i \cdot \left[ (1 - N_{min}) \cdot \sin^2 \left( (i \mod 365) \cdot \frac{\pi}{365} \right) + N_{min} \right]$$
 (5.2)

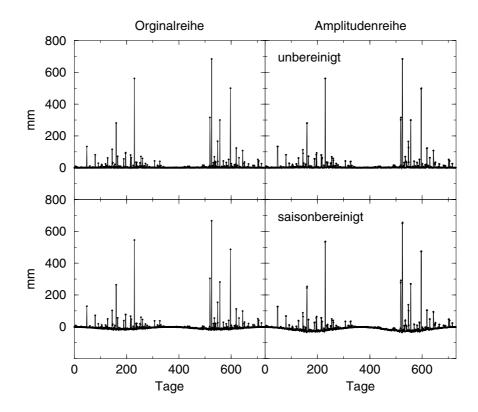


Abbildung 5.2: Zwei Jahre der Modellreihe mit den im Text angegebenen Parametern. Links: Originalreihe, rechts: Amplitudenreihe, oben: unbereinigt, unten: mit Saisonbereinigung.

Statt des sin<sup>2</sup> hätte auch eine sin-Oszillation umgesetzt werden können. Testweise ergab diese ähnliche Ergebnisse wie für den quadratischen Fall. Letzterer wurde favorisiert, da die Übergänge zwischen den Jahreszeiten abrupter sind.

Mit der Einführung einer Regenwahrscheinlichkeit  $N_2$  und ihrer Verwendung in (5.1) wird eine peakartige Struktur erzeugt. Die breite Verteilung des Niederschlags wird durch die Potenzgesetz-Verteilungsfunktion bestimmt. Der Jahresgang in Mittelwert und Standardabweichung wird von dem  $\sin^2$ -Term hervorgerufen. Ist ( $i \mod 365$ ) = 0, dann wird die Reihe  $w_i$  auf  $N_{min}$  gestaucht. Falls das Argument gleich 1 ist, wird  $t_i = w_i$ .

Für die folgenden Analysen wurde ein Beipiel der Länge 400040, was 1096 Jahren entspricht, mit den Parametern  $\varphi=2,\ z_{min}=3,162\cdot 10^{-2},\ N_2=0,5$  und  $N_{min}=0,05$  gewählt. In Abbildung 5.2 sind zwei Jahre der Modellreihe und ihrer Amplitudenreihe, sowie die zugehörigen saisonbereinigten Reihen, zu sehen. Wie bei den echten Reihen wurde zuerst die Amplitudenreihe erzeugt und diese dann saisonbereinigt.

Dieser Verlauf hat schon große Ähnlichkeit mit dem einer semi-ariden Reihe, wie z.B. die von Darwin (Abbildung 2.3), nur daß bei der Modellreihe die Verteilung noch breiter ist und viel größere Werte vorkommen.

Um noch einmal die Bedeutung der breiten Verteilung für die Multifraktalität zu verdeutlichen, wurde neben der Modellreihe mit Potenzgesetz-Verteilungsfunktion auch eine unter-

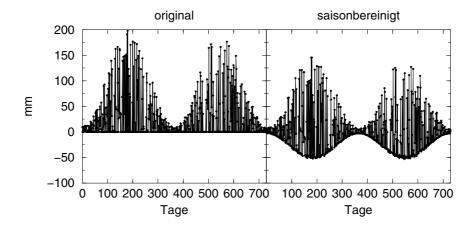


Abbildung 5.3: Zwei Jahre der Modellreihe mit gleichverteiltem Wertebereich. Links: Originalreihe, rechts: mit Saisonbereinigung.

sucht, deren Werte gleichverteilt sind, also

$$w_i = \begin{cases} 200 \cdot z_i & \text{für } y_i < N_2 \\ 0 & \text{für } y_i \ge N_2 \end{cases}$$
 (5.3)

Zwei Jahre dieser Reihe sind in Abbildung 5.3 zu sehen. Es läßt sich sehr deutlich der Jahresgang erkennen. Für die folgenden Resultate wurden auch die Parameter  $N_2=0,5$  und  $N_{min}=0,05$  verwendet.

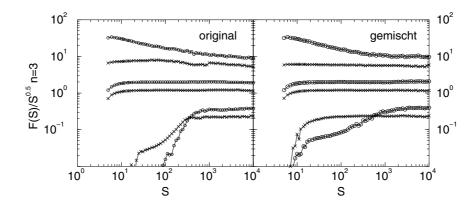


Abbildung 5.4: MFA3 mit den Momenten q=10,2,-10 für eine Modellreihe mit Potenzgesetz-Verteilungsfunktion (o-Symbol) und eine gleichverteilte (x-Symbol). Links: original, rechts: gemischt.

### 5.3 Multifraktalität

Zur Bestimmung der Multifraktalität wurde, wie bei den echten Reihen, die MFA (3.4) mit den Momenten q = 10, 2, -10 benutzt. Außerdem wurden die Fluktuationsfunktionen durch  $S^{1/2}$  geteilt, so daß die Steigung vom Wert Null einem Exponenten  $\alpha(q) = 0, 5$  entspricht. Das Ergebnis ist auf Abbildung 5.4 zu sehen.

Betrachtet man zunächst die gleichverteilte Reihe mit Jahresgang, dann erkennt man erwartungsgemäß für q=2, daß die Reihe unkorreliert ist. Auffällig ist, daß die Fluktuationsfunktion für q=-10 auf Skalen unter 300 Tagen deutlich kleiner ist als auf großen. Dies zeigt sich auch bei den echten Niederschlagsreihen, wie z.B. bei Atbasar in Abbildung 4.17. Wird die MFA auf die gemischte gleichverteilte Modellreihe angewendet, dann verschwindet dieses Abknicken auf kleinen Skalen. Dies läßt sich auf das Zerstören des Jahresgangs der Standardabweichung zurückführen. Bei der ungemischten Reihe ist  $\alpha(10)$  nicht sehr von 0,5 verschieden und die Fluktuationsfunktion ist von leichten Fluktuationen gekennzeichnet, was bei der gemischten Reihe wegfällt.

Die Modellreihe mit Potenzgesetz-Verteilungsfunktion ist bei q=2 natürlich auch wieder unkorreliert. Für q=-10 zeigt sie ein noch stärkeres Abknicken als die gleichverteilte Reihe, wie es nur bei sehr extremen Klimaten auftritt, z.B. Chita (Abbildung 4.16). Nach dem Mischen verschwindet dieses Abfallen auf kleinen Skalen nicht vollständig. Es bleibt eine Einbeulung, die ihre Ursache darin findet, daß die Potenzgesetz-Verteilungsfunktion mit dem  $\sin^2$  multipliziert wurde, was die Verteilung manipuliert. Dies ist ansatzweise bei Honolulu (Abbildung 4.16) zu erkennen. Die Antikorrelationen der großen Fluktuationen (q=10) sind auf die Verteilung zurückzuführen und finden sich in vielen Beispielen der Abbildungen 4.16 und 4.17. Bei der gemischten Reihe tritt der Crossover zum unkorrelierten Vehalten viel früher auf. Der Jahresgang in der Originalreihe verzögert das Auftreten großer Werte, nämlich immer dann, wenn ein solcher nicht mit  $\pi/2$  zusammentrifft.

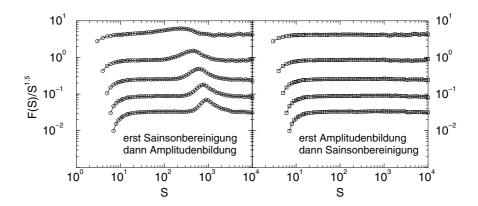


Abbildung 5.5: DFA1 bis DFA5 der Amplitudenreihe, die aus der Modellreihe mit Potenzgesetz-Verteilungsfunktion erzeugt wurde. Links: Saisonbereinigung vor Amplitudenbildung (2.11), rechts: umgekehrt.

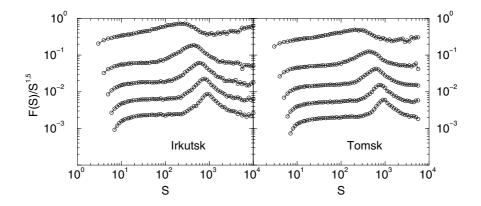


Abbildung 5.6: DFA1 bis DFA5 von Amplitudenreihen, wenn die Amplituden nach der Saisonbereinigung gebildet werden.

### 5.4 Amplitudenreihe

Auch die Amplitudenreihe, die gemäß (2.11) aus der Modellreihe mit Potenzgesetz-Verteilungsfunktion erzeugt wird, zeigt einen saisonalen Gang, wenn man nach der Amplitudenbildung keine Saisonbereinigung durchführt.

In Abbildung 5.5 ist das Ergebnis der DFA für den Fall zu sehen, wenn man zuerst den Jahresgang abzieht und dann die Amplitudenreihe erzeugt. Man sieht deutlich die Buckel, die sich auf Periodizitäten zurückführen lassen (vgl. Abschnitt 3.5). Der Jahresgang in der Amplitudenreihe wird also nicht beseitigt, wenn man die Originalreihe saisonbereinigt, was sich auch in Abbildung 5.2 erkennen läßt. Dies trifft auch bei echten Niederschlagsreihen zu. Abbildung 5.6 zeigt die Analysen der Beispiele Irkutsk und Tomsk aus Abbildung 4.12 für den Fall, daß man zuerst den Jahresgang abzieht und dann die Amplitudenreihe erzeugt.

Werden umgekehrt zuerst der Jahresgang abgezogen und dann erst die Amplituden gebildet, so bleibt bei der Modellreihe keine Spur mehr (Abbildung 5.5 rechts), was auch von den echten Niederschlagsreihen aus Abbildung 4.12 bestätigt wird.

Dies ist relativ leicht zu verstehen. Wird bei der Originalreihe der Jahresgang abgezogen, dann ist der Mittelwert null. Dabei behalten die peak-artigen Niederschlagsereignisse jedoch ihre Form, wie es in Abbildung 5.2 (unten links) zu sehen ist. Bildet man dann die Amplituden, so bleiben die Peaks erhalten und werden lediglich um einen Wert verbreitert. Weiterhin haben die Amplituden auch einen positiven Wertebereich, so daß ein Jahresgang bleibt.

## Kapitel 6

# Zusammenfassung und Ausblick

Die Trendbeseitigende Fluktuationsanalyse (DFA) hat gezeigt, daß die Niederschlagsreihen mancher Stationen gänzlich unkorreliert sind. Die meisten untersuchten Reihen zeigen schwache Korrelationen auf kleinen Skalen, die jedoch im asymptotischen Bereich, wo der Skalenexponent quantifiziert wurde, nur noch sehr schwach sind ( $\alpha \approx 0,55$ ) oder völlig verschwinden ( $\alpha \approx 0,50$ ). Einige Ausnahmen weisen auch auf großen Skalen deutliche Korrelationen auf ( $\alpha \approx 0,65$ ). Hierbei läßt sich allerdings kein Zusammenhang zu der geographischen Lage oder zu den klimatischen Bedingungen vor Ort aufzeigen.

Diese Ergebnisse stehen also im Gegensatz zu denen der Temperaturreihen, die in der Regel einen Exponenten  $\alpha \approx 0,65$  aufweisen. Zudem hängt bei den Temperaturreihen der Skalenexponent von der geographischen Lage der Meßstationen ab [Eich 2002], was bei den Niederschlagsreihen nicht der Fall ist.

Auch bei den untersuchten Gebietsniederschlagsreihen, sind keine besonders großen Skalenexponenten zu finden. Insgesamt unterscheidet sich das Bild nicht sonderlich von dem der Einzelstationen. Unterdessen bestehen Abweichungen zwischen den Exponenten der Gebietsreihen und denen der Einzelstationen, die in den Gebieten liegen. Die Skalenexponenten von Niederschlagsreihen, scheinen also nur eine sehr lokale Gültigkeit zu haben.

Die Analyse der Amplitudenreihen führt noch seltener zu große Skalenexponenten. Andererseits ist der Schwerpunkt, im Vergleich zu den Originalreihen, verschoben und liegt nicht bei  $\alpha \approx 0, 50$ , sondern bei  $\alpha \approx 0, 55$ . Zudem scheint ein schwacher Zusammenhang, zwischen den Exponenten der Originalreihen und denen der Amplitudenreihen zu bestehen.

Bei den Amplitudenreihen der Temperaturen zeigen sich tendenziell größere Exponenten, wobei die meisten im Bereich  $\alpha \approx 0,55$  und viele bei  $\alpha \approx 0,60$  liegen.

Die Mehrheit der verfügbaren Niederschlagsreihen zeigt ausgeprägte Multifraktalität, jedoch sind ihre M-Werte relativ weit gestreut. Es stellt sich heraus, daß die Reihen tropischer und subtropischer Stationen zu stärkerer Mulitfraktalität neigen. Die Untersuchung der gemischten Reihen zeigt, daß ein Teil der Multifraktalität in der Verteilung begründet liegt. Bei den meisten der Reihen ist die Multifraktalität im gemischten Fall geringer ausgeprägt, aber dennoch deutlich vorhanden. Auch dann ist sie bei gemäßigtem Klima schwächer. Zudem scheint die Multifraktalität in der Verteilung bei Reihen hoch gelegener Stationen davon abzuhängen, ob sie auf einem Gipfel liegen oder nicht.

Die M-Werte der ungemischten Temperaturreihen sind weniger gestreut als die der Niederschlagsreihen, allerdings konzentrieren sie sich im Bereich schwächerer Ausprägung der Mul-

tifraktalität. Weiterhin läßt sich im Gegensatz zu den Niederschlagsreihen keine Abhängigkeit von der jeweiligen Klimazone finden.

Mit dem vorgestellten Modell einer Niederschlagsreihe lassen sich Eigenschaften echter Reihen reproduzieren. Auf Skalen unter einem Jahr führt der verbleibende Jahresgang in der Standardabweichung zu einem starken Abfall der Fluktuationsfunktionen mit negativen Momenten. Vergleicht man die Ergebnisse der Modellreihe mit denen der Echten, so zeigt sich, was die Multifraktalität angeht, große Ähnlichkeit. Die Gegenüberstellung mit der gleichverteilten Modellreihe läßt die Rolle der Potenzgesetzverteilung deutlich werden.

Bei der Berechnug der Amplitudenreihen ist es wichtig, ob der Jahresgang vor oder nach der Bildung abgezogen wird. Verbleibt ein Jahresgang in der Standardabweichung, wie es bei dem Modell der Fall ist, dann muß nach der Amplitudenbildung eine Saisonbereinigung durchgeführt werden, um die Fluktuationsanalysen sinnvoll anwenden zu können.

Für weitere Untersuchungen von Niederschlagsreihen gibt es viele Ansatzpunkte. Einerseits ließen sich unter Verwendung der einfachen Fluktuationsfunktion (FA) oder direkt mittels Korrelationsfunktion C(S) die Kurzzeitkorrelationen bis  $S \approx 20$ Tage quantifizieren. Andererseits wäre es auch interessant, die Zeitskala der Crossover zwischen Kurz- und Langzeitkorrelationsverhalten zu kennen.

Die peakartige Struktur der Niederschlagsreihen kann reduziert werden, wenn man Mittelwerte über Intervalle von zum Beispiel fünf Tagen bilden würde. Die Analyse dieser Reihen zeigt möglicherweise deutlichere Ergebnisse. Eine andere Option ist es, eine Reihe aus den Längen von niederschlagsfreien Perioden zu bilden, oder umgekehrt aus dem Umfang zusammenhängender niederschlagsreicher Tage. Solche Reihen können auch wieder mit den beschriebenen Methoden untersucht werden.

Ein weiterer Ausblick sind Kreuzkorrelationen. Man könnte sie zum Beispiel zwischen Niederschlags- und Abflußreihen suchen, um Auskunft darüber zu erlangen, ob die gleichen Prozesse die Reihen bestimmen. Dabei besteht ein besonderes Interesse an zeitverzögerten Kreuzkorrelationen. Allerdings stehen noch keine geeigneten Methoden zur Untersuchung auf langreichweitige Kreuzkorrelationen zwischen zwei nichtstationären Reihen zur Verfügung.

Um die Ausprägung der Multifraktalität einheitlich beschreiben zu können, sind mehr Exponenten zu verschiedenen Momenten q nötig. Dann kann man versuchen, den Verlauf von  $\alpha(q)$  mit einem Kotangens hyperbolicus anhand von drei Parametern zu fitten, wovon einer dem M-Wert dieser Arbeit ähneln würde.

# Anhang A

## Literaturverzeichnis

[Bacr 2001]	E. Bacry, J. Delour und J.F. Muzy, Phys. Rev. E <b>64</b> , 026103 (2001).
$[Bara\ 1991]$	AL. Barabási und T. Vicsek, Phys. Rev. A 44, 2730 (1991).
$[{ m Broc}  1996]$	Introduction to Time Series and Forecasting, P.J. Brockwell and R.A. Da-
	via Chringen Verlag New York (1996)

vis, Springer-Verlag, New York (1996).
[BuHa 1994] Fractals in Science, Hrsg. A. Bunde und S. Havlin, Springer-Verlag, Berlin

(1994).
[BuKa 2001] A. Bunde, J.W. Kantelhardt, Physikalische Blätter **57** Nr. 5, 49 (2001).

[Buld 1995] S.V. Buldyrev, A.L. Goldberger, S. Havlin, R.N. Mantegna, M.E. Matsa, C.-K. Peng, M. Simons und H.E. Stanley, Phys. Rev. E 51, 5084 (1995).

[Bund 2000] A. Bunde, S. Havlin, J.W. Kantelhardt, T. Penzel, J.-H. Peter, K. Voigt, Phys. Rev. Lett. **85**, 3736 (2000).

[Chat 1982] Analyse von Zeitreihen, C. Chatfield, Hanser, München (1982).

[Chen 2001] Z. Chen, P. C. Ivanov, K. Hu, H.E. Stanley, arXiv:physics/0111103v1 (12 Nov 2001).

[Dier 1996] Diercke Weltatlas, Westermann, Braunschweig (1996).

[Eich 2002] Vorbereitungen der Diplomarbeit von J.F. Eichner (2002).

[EKBu 1998] E. Koscielny-Bunde, A. Bunde, S. Havlin, H. E. Roman, Y. Goldreich, H.-J. Schellnhuber, Phys. Rev. Lett. **81**, 729 (1998).

[Fede 1988] Fractals, J. Feder, Plenum Press, New York (1988).

[Havl 1988] S. Havlin, R. Blumberg Selinger, M. Schwartz, H.E. Stanley und A. Bunde, Phys. Rev. Lett. **61**, 1438 (1988).

[Heye 1975] Witterung und Kilma, E. Heyer, Teubner, Leipzig (1975).

[HuKu 2001] K. Hu, P.C. Ivanov, Z. Chen, P. Carpena, H.E. Stanley, Phys. Rev. E **64**, 011114 (2001).

[Hupf 1998] Witterung und Klima, P. Hupfer, W. Kuttler (Hrsg.), Teubner, Stuttgart (1998).

[Kant 2001] J.W. Kantelhardt, E. Koscielny-Bunde, H.H.A. Rego, S. Havlin, A. Bunde, Physica A **295**, 441-454 (2001).

[Kant 2002] J.W. Kantelhardt, S.A. Zschiegner, E.K. Koscielny-Bunde, A. Bunde, S. Havlin und H.E. Stanley, arXiv:physics/0202070v1 (27 Feb 2002).

[Laue 1995] Klimatologie, W. Lauer, Westermann, Braunschweig (2., überarbeitete Auflage 1995).

[LiuY 1999] Y. Liu, P. Gopikrishnan, P. Cizeau, M. Meyer, C.-K. Peng, H.E. Stanley, Phys. Rev. E 60, 1390 (1999).

[Mand 1987] Die fraktale Geometrie der Natur, B.B. Mandelbrot, Basel, Boston (1987).

[Mats 2000] C. Matsoukas, S. Islam, I. Rodriguez-Iturbe, J. Geophys. Res. **105**, D23, 29165-29172 (2000).

[Peng 1994] C.-K. Peng, S.V. Buldyrev, S. Havlin, M. Simons, H.E. Stanley, A.L. Goldberger, Phys. Rev. E 49, 1685 (1994).

[Pete 2001] O. Peters, C. Hertlein und K. Christensen, Phys. Rev. Let. 88, 018701 (2001).

[Rang 2000] G. Rangarajan, M. Ding, Phys. Rev. E 61, 4991 (2000).

[Taqq 1995] M. S. Taqqu, V. Teverovsky, and W. Willinger, Fractals 3, 785 (1995).

[WeTa 2001] R.O. Weber und P. Talkner, J. Geophys. Res. Atmospheres **106**, D17, 20131-20144 (2001).

[Wilh 1997] Hydrogeographie, F. Wilhelm, Westermann, Braunschweig (3., verbesserte Auflage 1997).

[Zsch 2002] Vorbereitungen der Diplomarbeit von Stephan Zschiegner (2002).

# Danksagung

Ein großer Dank gilt Herrn Prof. Dr. A. Bunde für die Betreuung während der Erstellung dieser Arbeit.

Eine Grundvoraussetzung waren die Daten vom Potsdamer Institut für Klimafolgenforschung, weshalb ich mich hiermit bei Herrn Prof. Dr. H.-J. Schellnhuber und Herrn Dr. H. Österle bedanken möchte. Auch der Deutsche Wetterdienst stellte Zeitreihen zur Verfügung, wofür ich mich bedanke. Zudem ist Frau Dr. Dipl.-Math. E. Koscielny-Bunde zu danken, für die Betreuung bei der Verwaltung dieser Daten.

Weiterhin danke ich meinen Kommilitonen, Herrn S. Zschiegner, dafür daß er mir künstliche Reihen gab und Korrektur las, sowie besonders Herrn J.F. Eichner, der mir mit fruchtbaren Diskussionen half, diese Arbeit stets kritisch las und unser Poster für die DPG-Tagung fast im Alleingang erstellte.

Ferner waren Herr Dr. J.W. Kantelhardt sowie Herr Dr. R.B. Govindan stets hilfsbereit und Frau Dr. S. Ruß sowie Herr Dipl.-Phys. M. Ulrich standen immer für Fragen zur Verfügung. Ein weiterer Dank gilt Herrn R. Schmidt für die Weltkarten und Frau S. Focken für das Korrekturlesen.

Ich versichere, daß ich die vorliegende Arbeit selbständig angefertigt und keine anderen als die angegebenen Hifsmittel verwendet habe.

Gießen, den 22. März 2002