

Untersuchung von Korrelationen, Trends und synchronem Verhalten in Klimazeitreihen

**Dissertation zur Erlangung
des Doktorgrades der Naturwissenschaften
im Fachbereich Physik
der Justus-Liebig-Universität Gießen**

vorgelegt von
DIEGO RYBSKI
gebürtig aus Curitiba (Brasilien)

Institut für Theoretische Physik

Gießen, den 28. Februar 2006

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Langzeitkorrelationen	3
2.1	Definitionen und Grundbegriffe	4
2.2	Methoden der Messung	7
2.2.1	Trendbereinigende Fluktuationsanalyse (DFA)	7
2.2.2	Hurst R/S -Analyse	21
2.2.3	Spektralanalyse	23
2.3	Eigenschaften langzeitkorrelierter Datenreihen	28
2.3.1	Folgewertstatistik	28
2.3.2	Mittelwerte und Mittelwertdifferenzen	34
2.3.3	Auswirkungen auf lineare Regressionen	45
3	Analyse langjähriger Temperaturreihen: Langzeitkorrelationen und Trends	51
3.1	Langzeitkorrelationen in modellierten und gemessenen Temperaturreihen . . .	52
3.1.1	Motivation	52
3.1.2	Modellbeschreibung	53
3.1.3	Analyse der Temperaturreihen	55
3.2	Trendanalyse mittels DFA	67
3.2.1	Problemstellung für Zentralasien	68
3.2.2	Bestimmung der Langzeitkorrelationen	69
3.2.3	Anwendung der DFA zur Trendbestimmung	70
3.3	Detektion mittels gleitender Mittel	74
3.3.1	Klimadiskussion	75
3.3.2	Rekonstruierte Temperaturreihen der nördlichen Hemisphäre	81
3.3.3	Bestimmung der Langzeitkorrelationen	83
3.3.4	Wahrscheinlichkeitsanalyse	87

4	Analyse von Niederschlagsreihen: Multifraktale Eigenschaften	93
4.1	Multifraktale DFA	95
4.2	Vergleich mit verwandten multifraktalen Formalismen	96
4.3	Ergebnisse der Korrelationsanalyse	98
4.4	Multifraktale Charakterisierung	102
4.5	Resumee	112
5	Statistische Abhängigkeiten zwischen Temperatur- und Niederschlagsreihen	113
5.1	Grundlagen der Synchronisation	113
5.1.1	Definition von Phasensynchronisation	115
5.1.2	Berechnung der Phase	118
5.1.3	Hilbert-Transformation	120
5.1.4	Methode zur Analyse von Phasensynchronisation	124
5.2	Temperatur und Niederschlag zentralasiatischer Standorte	137
5.2.1	Datengrundlage	137
5.2.2	Analyseergebnisse	140
5.3	Niederschlag im Elbe-Einzugsgebiet	147
5.4	Diskussion	152
6	Zusammenfassung	155

Abbildungsverzeichnis

2.1	Ausschnitt der täglichen Temperaturreihe von Uppsala in Schweden, nach Bergström und Moberg 2002 [12], Moberg u. a. 2003 [151]	5
2.2	Jahresgang der Temperaturreihe von Potsdam der Jahre 1893-1996	6
2.3	Direkte geschätzte Autokorrelationsfunktion $C(s)$ der Temperaturreihe von Uppsala [12, 151]	7
2.4	Beispiele von Fluktuationsfunktionen der konventionellen Fluktuationsanalyse (FA) . .	8
2.5	Illustration der Trendbereinigungsverfahren in der Trendbereinigenden Fluktuationsanalyse (DFA) [110]	9
2.6	Beispiele von DFA-Fluktuationsfunktionen für künstliche Reihen mit $\alpha = 0,90$; $\alpha = 0,65$; $\alpha = 0,50$ und $\alpha = 0,25$	11
2.7	Trendbereinigende Fluktuationsanalyse der Temperaturreihe von Uppsala [12, 151] . .	12
2.8	DFA-Ergebnisse für künstliche Reihen mit (echtem) Crossover im Korrelationsverhalten [110]	15
2.9	DFA-Fluktuationsfunktionen für künstliche langzeitkorrelierte Daten mit addiertem polynomialen Trend [110]	17
2.10	Trendbereinigende Fluktuationsanalyse von langzeitkorrelierten Zufallszahlen mit addierten oszillierenden Trends [110]	19
2.11	Spektralanalyse der Temperaturreihe von Uppsala [12, 151]	27
2.12	Veranschaulichung der Folgewertstatistik	28
2.13	Verschiedene Beispiele der Folgewertstatistik	30
2.14	Numerische und theoretische Werte der Nächstenachbarkorrelationen	32
2.15	Illustration zur Berechnung der Mittelwertdifferenzen	36
2.16	Veranschaulichung der Größen L , q und m bei der Berechnung der Mittelwertdifferenzen ΔT_i	37
2.17	Abhängigkeit der Standardabweichung der Mittelwertdifferenzen von der Fenstergröße des gleitenden Mittels, der Anzahl der dazwischen liegenden Intervalle und von dem Fluktuationsexponenten	38
2.18	Beispiel einer langzeitkorrelierten Reihe und einer kurzzeitkorrelierten mit gleichen Nächstenachbarkorrelationen	41
2.19	Vergleich von Lang- und Kurzzeitkorrelationen mit der Autokorrelationsfunktion und der Fluktuationsanalyse	43
2.20	Standardabweichung der Mittelwertdifferenzen in Abhängigkeit der Stärke der Langzeitkorrelationen im Vergleich mit Kurzzeitkorrelationen	44

Abbildungsverzeichnis

2.21	Beispiele von linearen Regressionen, die in langzeitkorrelierten Reihen unterschiedlicher Fluktuationsexponenten gefunden werden können	45
2.22	Beispiel einer Differenz aus Mittelwerten in zwei benachbarten Fenstern und deren linearen Regression	46
2.23	Standardabweichung der auftretenden Steigungen in Abhängigkeit der Fensterbreite für verschiedene künstliche langzeitkorrelierte Reihen	47
2.24	Abhängigkeit der Standardabweichung der auftretenden Steigungen von dem Fluktuationsexponenten und Standardabweichung der auftretenden Steigungen in der Temperaturreihe von Uppsala	48
3.1	Äußere Einflüsse, die der historischen 1000-jährigen Simulation mit dem globalen Zirkulationsmodell ECHAM4/HOPE auferlegt wurden	54
3.2	Globale Verteilung der DFA2-Fluktuationsexponenten der simulierten 2 m-Temperaturreihen	56
3.3	Temperaturschwankungen um den Jahrgang (historische Simulation) und DFA2-Fluktuationfunktionen für drei kontinentale Gitterpunkte	57
3.4	Temperaturschwankungen um den Jahrgang (historische Simulation) und DFA2-Fluktuationfunktionen für zwei Gitterpunkte an der Meereiskante	58
3.5	Temperaturschwankungen um den Jahrgang (historische Simulation) und DFA2-Fluktuationfunktionen für drei Gitterpunkte unter dem Einfluß von ENSO	60
3.6	Temperaturschwankungen um den Jahrgang (historische Simulation) und DFA2-Fluktuationfunktionen für zwei ozeanische Gitterpunkte	62
3.7	Über die geographische Länge gemittelte Fluktuationsexponenten der DFA2, getrennt nach Land und Ozean, für die historische Simulation und den Kontrolllauf	63
3.8	Globale Verteilung der DFA2-Fluktuationsexponenten für die monatlichen rekonstruierten Meeresoberflächen-Temperaturanomalien nach Kaplan u. a. 1998 [115]	65
3.9	Zeitliche Entwicklung der DFA2-Fluktuationsexponenten, die für die 2 m-Temperaturreihen der historischen Simulation berechnet wurden	66
3.10	Jahresmitteltemperatur von Karakol und von der nördlichen Hemisphäre im Vergleich	69
3.11	Fluktuationfunktionen der zentralasiatischen Temperaturreihen der Stationen Bajtyk und Karakol	70
3.12	Histogramme der Exponenten α_{FA} und α_{DFA2} , die aus modellierten, mit Trends unterlegten Reihen der Temperaturreihe von Karakol gewonnen wurden.	71
3.13	Anteil der künstlichen Reihen, die ähnliche Exponenten α_{FA} und α_{DFA2} aufweisen wie die echten Reihen von Karakol bzw. Bajtyk	72
3.14	Titelblatt des <i>National Geographic</i> (Ausgabe September 2004)	75
3.15	Instrumentell gemessene Temperaturreihe der nördlichen Hemisphäre und Variationen des CO ₂ -Gehaltes bzw. der Sonnenflecken	76
3.16	Schematischer Überblick der gemittelten Temperaturschwankungen der Nordhalbkugel bis eine Million Jahre in die Vergangenheit (aus [190])	79
3.17	Betrachtete Rekonstruktionen der Temperaturen der nördlichen Hemisphäre	82
3.18	Verteilungsdichte der rekonstruierten Temperaturreihen aus Abb. 3.17	84

3.19	Langzeitkorrelationen der rekonstruierten Temperaturreihen aus Abb. 3.17	85
3.20	Vergleich der Moberg-Reihe und einer künstlichen langzeitkorrelierten Reihe	86
3.21	Normierte Standardabweichungen der Differenzen im gleitenden Mittel für zwei Fenstergrößen als Funktion des Abstandes L für vier Rekonstruktionen	88
3.22	Instrumentell gemessene Temperaturreihe der nördlichen Hemisphäre für die Jahre 1856 bis 2004 mit gleitenden Mitteln	88
3.23	Instrumentelle Temperaturdifferenzen der nördlichen Hemisphäre verglichen mit den entsprechenden Standardabweichungen der Rekonstruktionen	89
4.1	Fluktuationsfunktionen von Niederschlags- und Abflußzeitreihen	99
4.2	Histogramme der Fluktuationsexponenten für die Niederschlags- und Abflußreihen . .	101
4.3	MF-DFA2-Fluktuationsfunktionen für die Niederschlagsreihe aus Spokane und die Abflußreihe der Weser in Vlotho	103
4.4	Generalisierter Fluktuationsexponent für vier Niederschlagsreihen	104
4.5	Generalisierter Fluktuationsexponent für vier Abflußreihen	105
4.6	Histogramme der Parameter N' , C_1 und a' für alle untersuchten Niederschlags- und Abflußreihen	106
4.7	Schematische Darstellung des bifraktalen $\alpha(q)$ -Zusammenhanges	109
4.8	Histogramme der multifraktalen Stärke $\Delta\alpha$ für 81 von 99 Niederschlagsreihen und 42 Abflußreihen	110
4.9	Zusammenhang zwischen der multifraktalen Stärke $\Delta\alpha$ und den Parametern a' und C_1	111
5.1	Jährlicher Niederschlag und Jahresmitteltemperatur gemessen in Taschkent (Darstellung entnommen aus [77])	114
5.2	Schematische Darstellung der Synchronisation zweier Oszillatoren, die schwach gekoppelt sind	115
5.3	Schematische Darstellung von Synchronisation	117
5.4	Schematische Beispiele von Synchronisation	117
5.5	Schematische Darstellung der Phasensextraktion	118
5.6	Die Hilbert-Transformation unter dem Einfluß eines Trends	124
5.7	Ein typischer Ausschnitt der täglichen, saisonbereinigten Temperatur von Oxford und Wien	125
5.8	Die Schritte von einer ursprünglichen Reihe zu den fortlaufenden Phasen	126
5.9	Gehäufte zyklische Phasendifferenz als Beleg von Phasensynchronisation	127
5.10	Phasensynchronisation unter Verschiebung der Reihen	128
5.11	Synchronisationsindex als Funktion des Verschiebungsintervalls für verschiedene Paare von Reihen	129
5.12	Histogramme der Wellenlängen für die Temperatur- und die Niederschlagsreihen von Oxford	131
5.13	Ein Beispiel zum Vergleich der Analyse von Phasensynchronisation und der Analyse mittels Kreuzkovarianzfunktion	132

Abbildungsverzeichnis

5.14	Weiteres Beispiel zum Vergleich der Analyse mittels Phasensynchronisation und der Analyse mittels Kreuzkovarianzfunktion	133
5.15	Vergleich der Analyseergebnisse von Phasensynchronisation in Form verschiedener Indizes und der Kreuzkorrelation anhand künstlicher Reihen	135
5.16	Beispiel einer asymmetrischen Kreuzkorrelationsfunktion	136
5.17	Standorte ausgewählter Klimastationen in Zentralasien (entnommen aus [77])	138
5.18	Untersuchung der Phasensynchronisation zwischen den Temperaturreihen von Taschkent und der anderen zentralasiatischen Stationen	141
5.19	Entfernungsabhängigkeit der maximalen Phasensynchronisation der zentralasiatischen Temperaturreihen	142
5.20	Untersuchung der Phasensynchronisation zwischen den Niederschlagsreihen von Taschkent und der anderen zentralasiatischen Stationen	143
5.21	Entfernungsabhängigkeit der maximalen Phasensynchronisation der zentralasiatischen Niederschlagsreihen	144
5.22	Ergebnisse der Phasensynchronisation zwischen Niederschlags- und Temperaturreihen je derselben Klimastation	146
5.23	Standorte der meteorologischen Stationen im Elbe-Einzugsgebiet, deren tägliche Niederschlagsreihen analysiert wurden	147
5.24	Extrahierte Phasen und deren Verwendung zur Quantifizierung der Phasensynchronisation am Beispiel zweier Niederschlagsreihen aus dem Elbe-Einzugsgebiet	148
5.25	Analyse von Phasensynchronisation und Kreuzkorrelation einzelner Niederschlagsreihen von Stationen des Elbe-Einzugsgebietes	149
5.26	Einfluß der Distanz zwischen den Niederschlagsreihen der Stationen auf die maximale Phasensynchronisation und Kreuzkorrelation	150

Tabellenverzeichnis

3.1	Angaben zu den rekonstruierten Temperaturreihen der nördlichen Hemisphäre und berechnete Werte	90
4.1	Details zu den Niederschlags- und Abflußreihen, die in den Abb. 4.3-4.5 analysiert wurden und Mittelwerte der Parameter für alle untersuchten Reihen	106
4.2	Übersicht der Parameter \aleph' , C_1 und a' für Niederschlag- und Abflußanalysen, die von anderen Autoren ermittelt wurden	107
5.1	Positionen der zentralasiatischen Stationen, deren Temperatur- und Niederschlagsreihen untersucht wurden	139
5.2	Entfernungen zwischen den zentralasiatischen Meßstationen, deren Temperatur- und Niederschlagsreihen untersucht wurden	139
5.3	Längen der untersuchten Reihen zentralasiatischer Stationen für Temperatur und Niederschlag	139
5.4	Werte der maximalen Phasensynchronisation zwischen den zentralasiatischen Temperaturreihen	140
5.5	Werte der maximalen Phasensynchronisation zwischen den zentralasiatischen Niederschlagsreihen	145

Tabellenverzeichnis

1 Einleitung

Die einfache Vorhersage, daß das Wetter morgen so werde wie heute, trifft verblüffend häufig zu. Man spricht dabei von einer Erhaltungsneigung oder Persistenz, die sich darin äußert, daß ein Klimaelement, wie zum Beispiel die Temperatur an einem Ort, mit der Zeit keine beliebigen Sprünge macht, sondern eher bei einem ähnlichen Wert bleibt. Das Wetter kann also nicht vollkommen zufällig sein, aber langfristig ist es trotzdem nicht vorhersagbar.

Die Erhaltungsneigung ist eine Folge von Abhängigkeiten zwischen den einzelnen Meßwerten. Allerdings gelten die Zusammenhänge nicht streng, sondern nur statistisch: ein warmer Tag wird eher von einem warmen gefolgt und umgekehrt ebenso ein kalter von einem kalten. Es stellt sich die Frage, wie lang diese statistischen Abhängigkeiten wirken. Daß Persistenz noch sehr viel länger als ein bis zwei Wochen wirkt, konnte erst vor einigen Jahren gezeigt werden. Die statistischen Abhängigkeiten, die man Korrelationen nennt, können bestimmten Gesetzmäßigkeiten folgen. Von Kurzzeitkorrelationen spricht man, wenn die Persistenz mit einer endlichen charakteristischen Zeit, z.B. exponentiell, abfällt. Bei Langzeitkorrelationen fällt die Erhaltungsneigung potenzgesetzartig, langsamer als reziprok, mit der Zeit ab. Die Langzeitkorrelationen der Temperaturreihen haben zur Konsequenz, daß Dekadenmittelwerte in gleicher Weise korreliert sind wie Jahresmittelwerte. Ein Ziel dieser Arbeit ist es, bestimmte Eigenschaften dieser Langzeitkorrelationen zu untersuchen und zu prüfen, wie sie sich auswirken.

Bisher war nur von statistischen Abhängigkeiten die Rede. Im Gegensatz dazu gibt es auch systematische Zusammenhänge, also deterministische Änderungen in einer Meßreihe, die man dann als Trends bezeichnet. Im linearen Fall kann eine Meßgröße von Jahr zu Jahr um einen bestimmten Wert anwachsen. Ist dieser systematische Trend schwach im Vergleich zu den zufälligen Schwankungen, dann läßt er sich nur schlecht ermitteln. Diese Unterscheidung von Trends und Langzeitkorrelationen stellt ein grundsätzliches Problem dar, besonders beim Klima, bei dem langfristige Schwankungen auftreten. Eine wichtige Frage ist dabei die nach der globalen Erwärmung der letzten hundert Jahre.

Neben dieser verhältnismäßig gut verstandenen Persistenz kann aber auch noch eine komplexere Form auftreten. Dabei weisen große und kleine Schwankungen unterschiedliche Korrelationsstrukturen auf. Es ist bekannt, daß der Niederschlag als Klimaelement eine vielschichtige, unübersichtliche Meßgröße darstellt. Die einfache Form der Beschreibung von Persistenz genügt ihm nur teilweise. Mit einem generalisierten Verfahren ist es möglich, diese komplexen Eigenschaften vollständiger zu erfassen.

Statistische Abhängigkeiten bestehen nicht nur innerhalb einer Meßreihe. Intuitiv kann man begreifen, daß etwa die Temperatur an zwei benachbarten Standorten nicht sehr verschieden sein kann. Ist es an einer Position besonders warm, so ist dies unweit davon wahrscheinlich genauso. An verschiedenen Orten scheint sich die Temperatur synchron zu entwickeln. Es

1 Einleitung

stellt sich einerseits die Frage, ob sich Synchronisation – also das sich angleichen von Rhythmen mittels einer Wechselwirkung – in diesem Verhalten finden läßt und wie es mit dem Konzept der Korrelationen vereinbar ist. Außerdem interessiert natürlich die Frage, wie diese Abhängigkeiten mit der Entfernung zwischen den Standorten zusammenhängen und welche Unterschiede zwischen beispielsweise der Temperatur und dem Niederschlag bestehen.

Diese Arbeit gliedert sich in vier Hauptkapitel mit drei Themenschwerpunkten:

In Kapitel 2 werden Langzeitkorrelationen und die Grundbegriffe zu ihrer Beschreibung eingeführt. Dabei werden zuerst die wichtigsten Verfahren zur Charakterisierung vorgestellt und am Beispiel einer Temperaturreihe demonstriert. Es wird außerdem die Einsetzbarkeit der Verfahren zur Trendbereinigung diskutiert. Unterschiedliche abgeleitete Größen dienen der Verdeutlichung der Eigenschaften von langzeitkorrelierten Reihen. Bei der Folgewertstatistik werden diejenigen Werte betrachtet, deren Vorgänger eine bestimmte Bedingung erfüllen. Ferner läßt sich anhand der Statistik von Mittelwerten und Mittelwertdifferenzen das Auftreten typischer Anstiege in langzeitkorrelierten Reihen abschätzen. Anschließend wird mit der Untersuchung linearer Regressionen der Effekt trendähnlichen Verhaltens besprochen.

Das Vorkommen von Langzeitkorrelationen in Temperaturreihen wird in Kapitel 3 anhand von langen Simulationsläufen eines Klimamodells im Vergleich mit gemessenen Reihen untersucht und zu den Ergebnissen früherer Arbeiten in Beziehung gesetzt. Mit globalen Klimamodellen versuchen Klimatologen, das Klimasystem der Erde mit seiner Dynamik von Atmosphäre und Ozeanen in bestimmten Szenarien zu modellieren.

Da Langzeitkorrelationen zu trendähnlichen Strukturen führen können, bedarf es spezieller Verfahren zur Trendabschätzung. In dieser Arbeit werden zwei Ansätze in unterschiedlichen Geltungsbereichen verfolgt. Im ersten dient der Vergleich von Trendbereinigender und nicht Trendbereinigender Fluktuationsanalyse dazu, systematische Anstiege in lokal gemessenen Temperaturreihen mit typischer Persistenz zu quantifizieren.

Der zweite Ansatz basiert auf den Differenzen aus Mittelwerten. Dabei untersuche ich, wie wahrscheinlich der Anstieg in der instrumentell gemessenen, über die nördliche Hemisphäre gemittelten Temperatur mit den natürlichen langzeitkorrelierten Fluktuationen von rekonstruierten Temperaturreihen erklärt werden kann. Mit diesen Rekonstruktionen versuchen Klimatologen, das Klima der Vergangenheit zu erfassen, als es noch nicht instrumentell gemessen wurde.

Die komplexen Korrelationseigenschaften von Niederschlagsreihen, die in Kapitel 4 mittels einer Multifraktalanalyse untersucht werden, stellen den zweiten Themenschwerpunkt dar. Das Kapitel umfaßt analog zu den Temperaturreihen die Charakterisierung des zweiten Momentes der Fluktuationen und darüberhinaus die Verallgemeinerung zu höheren Momenten, wobei verschiedene multifraktale Formalismen berücksichtigt werden. Die gewonnenen Ergebnisse können mit den entsprechenden für hydrologische Abflußreihen verglichen werden.

Gegenstand von Kapitel 5 ist der dritte Themenschwerpunkt, nämlich bivariate statistische Abhängigkeiten. Konkret wird eine Methode zur Untersuchung von Phasensynchronisation auf klimatologische Temperatur- und Niederschlagsreihen angewendet. Dabei geht es einerseits um den synchronen Verlauf dieser Reihen, aber andererseits auch um die Unterschiede zur konventionellen Kreuzkorrelationsfunktion.

2 Langzeitkorrelationen

Das Konzept der langzeitkorrelierten Reihen wurde bereits in den 1950er Jahren von dem Hydrologen H.E. Hurst (1880-1978) eingeführt [100], der sein Leben damit verbrachte, den Nil und die Probleme eines neuen Staudamms bei Assuan zu studieren [65]. Dazu entwickelte er die *Rescaled Range Analysis* (*R/S*-Analyse, siehe Kap. 2.2.2) und findet in verschiedenen Bereichen der Natur – u.A. Temperatur und Niederschlag – Potenzgesetze [102], die er als „*long-range statistical dependencies*“ deutet, also statistische Langzeitabhängigkeiten [111]. In den folgenden Jahren waren es vor allem auch Mandelbrot und Wallis 1969 [139] und Lovejoy und Mandelbrot 1985 [131], die zumindest im geophysikalischen Bereich weitere Analysen durchführten. Mandelbrot 1983 [137] (darin Kap. 27, unter *Long Term Persistence & Nonperiodic Cycles*) erwähnt bereits die Problematik, daß trendartiges Verhalten von langzeitkorreliertem Rauschen verursacht sein kann. Während parallel die weit verbreitete Spektralanalyse (Kap. 2.2.3) Anwendung findet [93, 31, 36], sind es erst neue Methoden mit trendbereinigenden Eigenschaften, die die Erforschung von Langzeitabhängigkeiten voranbringen. Einerseits hat sich die *wavelet*-Analyse fest etabliert, die in den verschiedensten Bereichen und Varianten eingesetzt wird [5, 120, 36, 1]. Andererseits hat sich in den letzten Jahren vor allem die Trendbereinigende Fluktuationsanalyse (DFA – Kap. 2.2.1) bewährt [165, 33, 110, 35, 36, 32]. Da die Trendbereinigende Fluktuationsanalyse ursprünglich von Peng u. a. 1994 [165] zur Untersuchung von Erbgut-Daten (DNS) entwickelt wurde, war es viele Jahre vor allem dieser Bereich, wo Erkenntnisse über langreichweitige Korrelationen in der Abfolge der Basen gewonnen wurde [165, 27, 13, 26], siehe auch Kap. 3 in [32], sowie [35]. Beim Menschen unterscheidet man kodierende Bereiche (ca. 5%), die die eigentliche Erbinformation enthalten, und nicht kodierende (ca. 95%). Die Korrelationsanalyse an DNS-Reihen von verschiedenen Lebewesen hat ergeben, daß die Basenpaare hauptsächlich in den nicht kodierenden Bereichen weitreichende Korrelationen aufweisen. Die kodierenden Bereiche zeichnen sich (bis auf Trends) meist durch eine völlig regellose Anordnung der Basenpaare aus (heutzutage hat man allerdings eine differenziertere Auffassung kodierender und nicht kodierender DNS).

Die Neuerungen in den Methoden, also die Entwicklung der Wavelets und vor allem der DFA, erlauben es nun, Niederschlags- und Abflußzeitreihen abermals zu analysieren und die Ergebnisse früherer Arbeiten in neuem Licht zu betrachten [111, 121, 113]. Dabei spielt auch die Multifraktalanalyse als Verallgemeinerung des Konzepts der Langzeitkorrelationen eine entscheidende Rolle [114, 111], siehe Kap. 4.

Koscielny-Bunde u. a. 1998 [120] [119, 122] wiesen erstmals Langzeitkorrelationen bei klimatischen Temperaturmeßreihen nach, was von verschiedenen Arbeiten bestätigt wurde [201, 228, 34, 61, 28]. Die Ergebnisse deuten darauf hin, daß es sich bei den Langzeitkorrelationen der Temperatur um eine universelle Erscheinung handelt. Einzig die auf Inseln gemessenen Temperaturreihen zeigen stärkere Korrelationen [61], was auf die Langzeitprozesse der Ozeane zurückzuführen ist und von Monetti u. a. 2003 [153] beschrieben wurde, die ihrerseits Reihen

2 Langzeitkorrelationen

der Meeresoberflächentemperatur untersucht haben und durchweg stärkere Langzeitkorrelationen fanden. Vertiefende Untersuchungen der Langzeitkorrelationen von Temperaturreihen werden Gegenstand von Kap. 3.1 dieser Arbeit sein.

Langzeitkorrelationen treten aber auch in anderen Disziplinen in Erscheinung. Zum Beispiel wurden von Bunde u. a. 2000 [33], die erstmals die DFA höherer Ordnung verwendeten, menschliche Herzzeitreihen mit der DFA analysiert und Unterschiede in dem Langzeitverhalten der verschiedenen Schlafstadien beschrieben, siehe auch [35, 36]. Eine Darstellung aus dem Bereich der Physiologie geben Goldberger u. a. 2002 [79].

Einen Gesamtüberblick der verschiedenen Forschungsgebiete, in denen Langzeitkorrelationen auftreten, wird in [36, 35, 94] dargelegt.

Wegen ihrer Regellosigkeit nennt man Zufallszahlen auch Rauschen. Langzeitkorrelationen stellen aber eine Graduierung der Zufälligkeit dar, weil die Abfolge der Werte zwar zufällig ist, aber nicht mehr regellos. Zwischen den aufeinanderfolgenden Werten bestehen statistische Abhängigkeiten, die bei der Langzeit-Persistenz in ihrer Stärke potenzgesetzartig mit der Zeit abfallen. Wegen dieser Gesetzmäßigkeit haben die Langzeitkorrelationen besondere Eigenschaften. Sie führt nämlich dazu, daß im Fall des Klimas die mittlere Temperatur von Jahren in gleicher Weise untereinander korreliert ist wie die von Jahrzehnten. Die erwähnte Universalität der Langzeitkorrelationen in Temperaturreihen läßt sich nicht nur zur Evaluierung von Klimamodellen nutzen, sondern hat auch wichtige Konsequenzen für Extremereignisse [60] und vor allem Trends, die sich nur schwer von Langzeitkorrelationen unterscheiden lassen.

2.1 Definitionen und Grundbegriffe

Es ist seit langem bekannt, daß die Fluktuationen der Tagestemperaturen um ihre langjährigen, von der Jahreszeit abhängenden Mittelwerte nicht ganz zufällig sind. Einem zu warmen Tag folgt eher wieder ein zu warmer Tag als ein zu kalter und umgekehrt [35]. Diese Erhaltungsneigung (Persistenz) des Wetters wird durch die Existenz von Großwetterlagen bedingt, in denen das Wetter einigermaßen stabil ist [34, 162].

Allgemein spricht man von Persistenz, wenn eine Zufallsgröße die Tendenz hat, ihren augenblicklichen Wert beizubehalten. Dies kann über längere Zeiträume zu ausgeprägten positiven oder negativen Abweichungen vom jeweiligen Mittelwert führen. Hierbei besteht ein gewisses Abgrenzungsproblem zu Trends, die im Gegensatz dazu systematische Abweichungen vom Mittelwert darstellen (siehe Kap. 2.3 und Kap. 3) und durch äußere Prozesse erzwungen werden. In diesem Sinne gelten der Jahresgang und die kontrovers diskutierte Klimaänderung durch anthropogene Einflüsse als Trends.

Großwetterlagen verursachen eine Persistenz auf kürzeren Zeitskalen. Typische Großwetterlagen klingen nach etwa ein bis zwei Wochen ab, und die Frage ist, ob es auf größeren Zeitskalen, nach einem Monat, nach einem Jahr oder nach einer Dekade überhaupt noch eine Persistenz gibt, und wie sie zeitlich abfällt.

Man betrachtet die Zeitreihe eines Klimaelements x_i , also z.B. Temperatur, Niederschlag oder Luftdruck ([181] und Referenzen darin), das an einem bestimmten Ort in festen Zeitabständen gemessen wurde. Der Index i läuft über den gesamten Beobachtungszeitraum ($i = 1, \dots, N$).

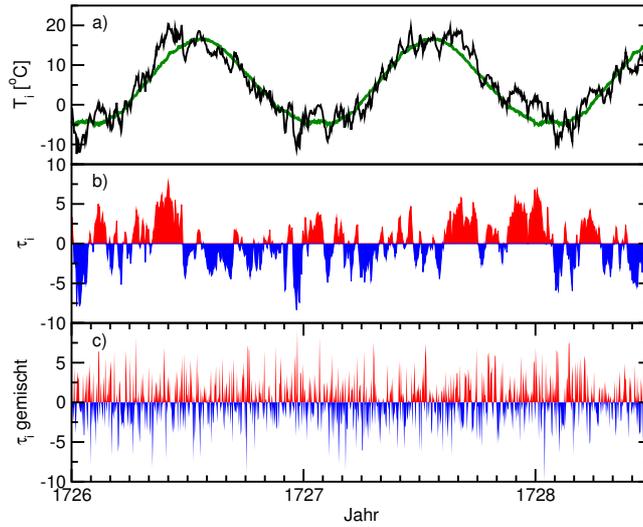


Abbildung 2.1: Ausschnitt der täglichen Temperaturreihe von Uppsala in Schweden, nach Bergström und Moberg 2002 [12], Moberg u. a. 2003 [151]. Gezeigt sind die Jahre 1726 bis Mitte 1728: a) die ursprüngliche Reihe T_i (schwarz) und der Jahresgang $\langle T_i \rangle$ (grün), b) die saisonbereinigte Reihe τ_i mit überdurchschnittlich warmen (rot) und kalten (blau) Zeiten, c) eine Reihe der gemischt Werte τ_i .

In Abb. 2.1a) ist ein Teil der Temperaturreihe von Uppsala in Schweden gezeigt. Es handelt sich um Tagesmitteltemperatur, die seit 1722 aufgezeichnet wird und von Bergström und Moberg 2002 [12], Moberg u. a. 2003 [151] bearbeitet wurde. Um saisonal bedingte Einflüsse auszuschließen, bestimmt man zunächst den Jahresgang, indem man für jeden Kalendertag j den über alle Jahre gemittelten Durchschnittswert $\langle T \rangle_j$ berechnet, um ihn dann von T_i abzuziehen. Man erhält also eine neue Zeitreihe

$$\tau_i = T_i - \langle T \rangle_{j=i \bmod 365} , \quad (2.1)$$

deren Mittelwert verschwindet ($\langle \tau_i \rangle = 0$), siehe Abb. 2.1b).

In Abbildung 2.2 ist der Jahresgang für die Temperaturreihe von Potsdam gezeigt (für Uppsala sind es andere Singularitäten). Man kann erkennen, wie regelmäßig das mittlere Jahr verläuft, wobei die Standardabweichung im Winter etwas größer ist als im Sommer. Ferner kommt es zu einigen saisonal besonders warmen und kalten Epochen, die entsprechend beschriftet sind.

In dem gezeigten Beispiel von Uppsala ist zu erkennen, wie die Temperaturmeßwerte um den Jahresgang fluktuieren. Hat sich der Verlauf der Reihe mal etwas weiter von seinem Mittel entfernt, so kann er sich auch länger dort aufhalten, was die auffälligen Flecken in Abb. 2.1b) verursacht. Mitunter läßt sich also die Erhaltungsneigung qualitativ erkennen. Offen bleibt, welcher Gesetzmäßigkeit diese Persistenz folgt. Bei Mischung der Reihe, wie in Abb. 2.1c) gezeigt ist, verschwinden die Flecken warmer und kalter Epochen und damit die Persistenz.

Um Persistenz zu quantifizieren, betrachtet man in der Regel die Autokorrelationsfunktion $C(s)$, die angibt, wie zwei Zufallszahlen, die s Werte auseinanderliegen, miteinander korreliert sind, also wie ähnlich sie sich statistisch sind. Man erhält $C(s)$, indem man das Produkt $\tau_i \tau_{i+s}$ über alle Paare mit festem zeitlichen Abstand s mittelt und durch das mittlere Schwankungs-

2 Langzeitkorrelationen

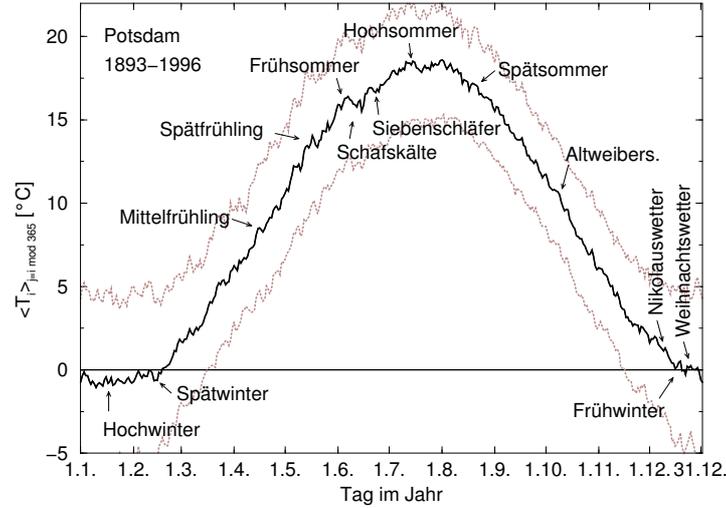


Abbildung 2.2: Jahresgang der Temperaturreihe von Potsdam der Jahre 1893-1996 (mittlere Tages-temperatur). Gezeigt ist der Mittelwert zu jedem Kalendertag (schwarz) und der Mittelwert plus und minus die Standardabweichung (grau). Die Pfeile weisen auf Singularitäten mit den deutschen Namen (nach [72]). Das mittlere Jahr ist ziemlich gleichmäßig, wobei die Standardabweichung im Winter größer ist als im Sommer.

quadrat $\langle \tau^2 \rangle$ dividiert. Wenn

$$C^V(s) = \langle \tau_i \tau_{i+s} \rangle = \frac{1}{(N-s)} \sum_{i=1}^{N-s} \tau_i \tau_{i+s} \quad (\text{Autokovarianzfunktion}) \quad (2.2)$$

$$C(s) = \frac{C^V(s)}{C^V(0)} \quad (\text{Autokorrelationsfunktion}) \quad (2.3)$$

nur für $s = 0$ verschieden von 0 ist, sind die τ_i gänzlich unkorreliert. Ist $C(s > 0) > 0$, so handelt es sich um positive Korrelationen. In der Summe von Gl. (2.2) tritt dann stärker das Produkt zweier τ_i mit gleichem Vorzeichen auf, als mit verschiedenem, denn ein großer Wert wird eher von einem großen gefolgt und ein kleiner von einem kleinen. Den Fall $C(s > 0) < 0$ nennt man negative Korrelationen, also Antikorrelationen. Entsprechend haben in der Summe von Gl. (2.2) die Produkte von τ_i mit umgekehrtem Vorzeichen mehr Gewicht.

Was den Verlauf von $C(s)$ angeht, spricht man von Kurzzeitkorrelationen, wenn die charakteristische Korrelationszeit $s_\times = \int_0^\infty C(s) ds$, mit der $C(s)$ abfällt, verhältnismäßig gering ist. Das einfachste Beispiel hierfür sind exponentiell abklingende Korrelationen, $C(s) = \exp(-s/s_\times)$. Um Langzeitkorrelationen handelt es sich, wenn $C(s)$ asymptotisch wie

$$C(s) \sim s^{-\gamma}, \quad \text{mit } 0 < \gamma < 1 \quad (2.4)$$

abfällt. In diesem Fall divergiert die charakteristische Korrelationszeit und wird damit größer als alle anderen Zeitskalen im System. Für $\gamma > 1$ liegen Kurzzeitkorrelationen vor, da s_\times , wie bei exponentiell abfallenden Korrelationen, endlich ist (siehe auch Kap. 2.3.2).

Bei der direkten Bestimmung von $C(s)$ durch Mittelung der Produkte $\tau_i \tau_{i+s}$ tritt folgendes Problem auf ([35]): Wenn $C(s)$ schon stark abgefallen ist, schwankt es um 0 herum und die interessanten Gesetzmäßigkeiten für große Zeiten s sind nicht zu erkennen. Das ist in

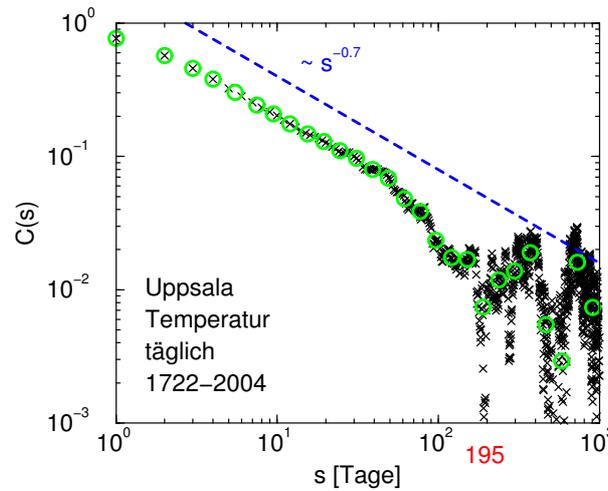


Abbildung 2.3: Direkte geschätzte Autokorrelationsfunktion $C(s)$, gemäß Gl. (2.3), der Temperaturreihe von Uppsala [12, 151]. Gezeigt sind die berechneten Werte (schwarz), sowie die in logarithmisch anwachsenden Klassen gemittelten Werte (grün, Basis 1,25) und eine Gerade mit der Steigung $-0,7$ (blau), was $\alpha = 0,65$ entspricht. Bei $s = 195$ wird $C(s)$ zum ersten mal negativ.

Abb. 2.3 zu sehen, in der $C(s)$ doppelt-logarithmisch für die Temperaturreihe von Uppsala aufgetragen ist. Oberhalb der rot gekennzeichneten Skala treten aufgrund der Schwankungen sogar schon negative Werte von $C(s)$ auf, und man kann das Korrelationsverhalten nicht mehr zweifelsfrei bestimmen. Hinzu kommt, daß Trends, zum Beispiel ein systematisches Anwachsen der Temperatur, bei der Betrachtung von $C(s)$ Langzeitkorrelationen vortäuschen können. Auf die Problematik von Trends wird im Kap. 3 näher eingegangen.

Um das Vorliegen von Langzeitkorrelationen zu untersuchen, empfiehlt es sich also nicht, $C(s)$ direkt zu bestimmen. Geschickter ist es, anstatt der τ_i die kumulierte Zeitreihe zu untersuchen, die man als Position eines diffundierenden Teilchens auffassen kann. Dies ist die Grundidee der Fluktuationsanalyse.

2.2 Methoden der Messung

2.2.1 Trendbereinigende Fluktuationsanalyse (DFA)

Da in dieser Arbeit vor allem die Trendbereinigende Fluktuationsanalyse, abgekürzt DFA (*Detrended Fluctuation Analysis*), Anwendung findet, soll sie hier als erstes dargelegt werden, wobei zum besseren Verständnis mit der konventionellen Fluktuationsanalyse (FA) begonnen wird.

In Anlehnung an die Diffusion eines Teilchens nach k Schritten, untersucht man die kumulierte Reihe $Y(k) = \sum_{i=1}^k \tau_i$ der τ_i mit $\langle \tau_i \rangle = 0$, wobei sich das Teilchen um die Strecke $|\tau_i|$ nach links (falls $\tau_i < 0$) oder rechts (falls $\tau_i > 0$) bewegt. Wenn man die Größe

$$F_s^2(j) := (Y(j+s) - Y(j))^2 \quad (2.5)$$

2 Langzeitkorrelationen

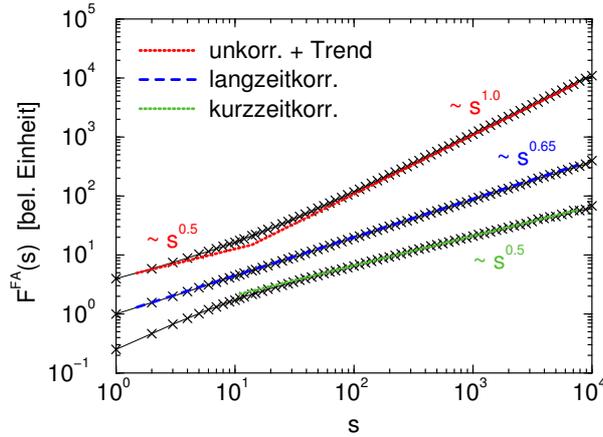


Abbildung 2.4: Beispiele von Fluktuationsfunktionen der konventionellen Fluktuationsanalyse (FA). Gezeigt ist die Analyse einer kurzzeitkorrelierten Reihe (grün), mit exponentiell abfallendem $C(s)$ (vgl. Kap. 2.3.2), die mit einem einfachen autoregressiven Prozeß für $s_{\times} \approx 4$ erzeugt wurde. Ferner ist die Analyse einer langzeitkorrelierten Reihe (blau) mit potenzgesetzartig ($\gamma = 0,7$; $\alpha = 0,65$) abfallendem $C(s)$, siehe Gl. (2.4), dargestellt, die mit der in [135] beschriebenen Methode generiert wurde. Als oberste Kurve ist die Analyse von unkorrelierten Zufallszahlen gezeigt (rot), zu denen ein Trend der Stärke $1i/N$ addiert wurde. Die untersuchten Reihen haben die Länge $N = 2^{20}$ und sind normiert mit $\langle \tau_i \rangle = 0$ sowie $\sigma_0 = 1$.

für j in Schritten von s bestimmt und darüber mittelt, dann erhält man das mittlere Fluktuationsquadrat $F^2(s)$, das dem mittleren Verschiebungsquadrat des diffundierenden Teilchens nach s Schritten entspricht. Aus dem Verhalten von $F^2(s)$ kann man nun Aufschluß über $C(s)$ gewinnen:

- Für den unkorrelierten Fall oder bei Kurzzeitkorrelationen, wenn die τ_i oberhalb der Korrelationszeit s_{\times} praktisch unkorreliert sind, gilt

$$F^2(s) \sim s \quad (\text{für } s > s_{\times}), \quad (2.6)$$

siehe Abb. 2.4. Das ist das Ficksche Diffusionsgesetz; unterhalb von s_{\times} wächst $F^2(s)$ stärker als linear an.

- Falls die τ_i langzeitkorreliert sind wie in Gl. (2.4), dann gilt

$$F^2(s) \sim s^{2\alpha} \quad (2.7)$$

mit

$$\alpha = \begin{cases} 1 - \frac{\gamma}{2} & \text{für } 0 < \gamma < 1 \\ 1/2 & \text{für } \gamma \geq 1 \end{cases}, \quad (2.8)$$

siehe Abb. 2.4 und [65, 165, 110, 111]. Der Zusammenhang mit $0 < \gamma < 1$ wird für Daten ohne Trends in [110] und [175] hergeleitet, explizit in [58], und Taquq u. a. 1995 [202] führen die exakte Herleitung für die DFA1 (siehe unten).

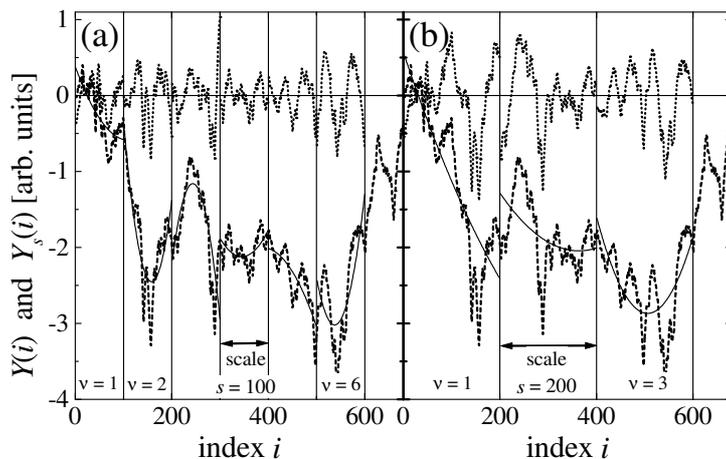


Abbildung 2.5: Illustration der Trendbereinigungsprozedur in der DFA. Für zwei Segmentlängen (Zeitskalen) $s = 100$ (a) und 200 (b) sind das Profil $Y(i)$ (gestrichelt; definiert in Gl. (2.9)), quadratische Fits kleinster Quadrate an das Profil (durchgezogen) und das trendbereinigte Profil $Y_s(i)$ (gepunktet) gezeigt (entnommen aus [110]).

Das Problem ist allerdings, daß bei dieser einfachen Fluktuationsanalyse (FA) Trends auch bei $F^2(s)$ wirken und damit ein falsches Korrelationsverhalten vortäuschen können. Das ist in Abb. 2.4 für unkorrelierte Zufallszahlen τ_i gezeigt, zu denen ein schwacher Trend addiert wurde: $x_i = \tau_i + 1i/N$, siehe Gl. (2.17-2.19). Durch den Trend tritt ein *Crossover* (Übergang) zu einer höheren Steigung auf großen Zeitskalen auf. Die Steigung beträgt nicht mehr $\alpha = 0,5$ für unkorrelierte Zahlen, sondern liegt zunächst zwischen 0,5 und 1,0 und später, oberhalb des Crossovers bei großen s -Werten, gilt $\alpha = 1$. Das eigentlich unkorrelierte Verhalten wird also durch einen Trend verschleiert.

Um Langzeitkorrelationen von Trends zu separieren, hat man das Verfahren verbessert. Die Trendbereinigende Fluktuationsanalyse (im Folgenden nur noch „DFA“ genannt) wurde in ihrer einfachsten Form von Peng u. a. 1994 [165] entwickelt, um langreichweitige Korrelationen zwischen den DNS-Bausteinen zu untersuchen.

Ausgehend von einer Reihe x_i mit $i = 1, \dots, N$ äquidistanten Meßwerten, besteht die DFA aus folgenden Schritten:

1. Es bietet sich an, zuerst den Mittelwert abzuziehen

$$\tau_i = x_i - \langle x_i \rangle .$$

Dieser Schritt ist nur für DFA0 (und FA) obligatorisch, da der Mittelwert bei der Trendbereinigung (ab erster Ordnung, siehe Schritt 4) sowieso wegfällt. Gegebenenfalls kann jedoch Gl. (2.1) wegen einer saisonalen Abhängigkeit des Mittelwertes erforderlich sein.

2. Das Profil konstruiert man, indem jeweils über die zurückliegenden Werte aufsummiert wird:

$$Y(k) = \sum_{i=1}^k \tau_i . \quad (2.9)$$

2 Langzeitkorrelationen

Das Kumulieren stellt eine Integration dar. Dieser Schritt glättet die Reihe. Außerdem ist diese Maßnahme erforderlich, da nur so eine gegebenenfalls selbstaffine Struktur entsteht, die man mit einem Exponenten beschreiben kann [32, 58]. Ohne diese Integration könnte man nur Daten analysieren, die stärker als $\alpha = 1$ korreliert sind, da Fluktuationsanalysen keine negativen α ergeben können.

3. Unterteilung von $Y(k)$ in $N_s = \text{int}(N/s)$ nicht-überlappende Segmente der Skalenlänge s (siehe Abb. 2.5). Um den meist übrig bleibenden Rest nicht zu vernachlässigen, erfolgt die Aufteilung jeweils von dem einen und dem anderen Ende her, so daß man insgesamt $2N_s$ Segmente erhält.
4. Bestimmung des lokalen Trends in jedem Segment ν mit einer Anpassungsfunktion (*fit*) der kleinsten Quadrate an die Daten. Ferner definiert man die trendbereinigte Zeitreihe, genannt $Y_s(i)$, als Differenz zwischen der Originalreihe und dem Fit:

$$Y_s(i) := Y(i) - p_\nu(i)$$

für die Segmentlänge s , wobei $p_\nu(i)$ der polynomiale Fit im ν -ten Segment ist. Abbildung 2.5 veranschaulicht diese Prozedur für $s = 100$ und 200 . In dem Beispiel werden quadratische Polynome verwendet (DFA2). Bunde u. a. 2000 [33] unterscheiden verschiedene Ordnungen der DFA. In DFA1 werden lineare Trends in der kumulierten Reihe $Y(k)$ eliminiert (welche stückweise konstanten Trends in der Originalreihe τ_i entsprechen), in DFA2 quadratische Trends (entsprechend lineare Trends in den τ_i), usw. In der DFA n -ter Ordnung werden also Trends der Ordnung n im Profil eliminiert und der Ordnung $n - 1$ in der Originalreihe. Folglich läßt sich mit dem Vergleich der DFA-Ergebnisse verschiedener Ordnung die Stärke eines Trends abschätzen (siehe unten und Kap. 3.2).

Die DFA0 ist vergleichbar mit der eingangs beschriebenen konventionellen Fluktuationsanalyse (FA), nur daß letztere stärker streuende Ergebnisse liefert, weil jeweils nur zwei Werte für jedes Segment berücksichtigt werden, vgl. Gl. (2.14) bzw. (2.5) mit (2.10).

5. Man berechnet für jedes der $2N_s$ Segmente die Varianz

$$F_s^2(\nu) = \langle Y_s^2(i) \rangle = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s Y_s^2((\nu - 1)s + i) \quad (2.10)$$

der trendbereinigten Zeitreihe $Y_s(i)$, indem über alle Datenpunkte i im ν -ten Segment gemittelt wird.

6. Abschließend mittelt man die Varianzen aller Segmente und zieht die Wurzel, um die DFA-Fluktuationsfunktion zu erhalten:

$$F(s) = \left(\frac{1}{2N_s} \sum_{\nu=1}^{2N_s} F_s^2(\nu) \right)^{\frac{1}{2}} . \quad (2.11)$$

Für verschiedene Ordnungen n erhält man verschiedene Fluktuationsfunktionen, die mit $F^{(n)}(s)$ bezeichnet werden. Definitionsgemäß ist $F^{(n)}(s)$ nur gegeben für $s \geq n + 2$. Man

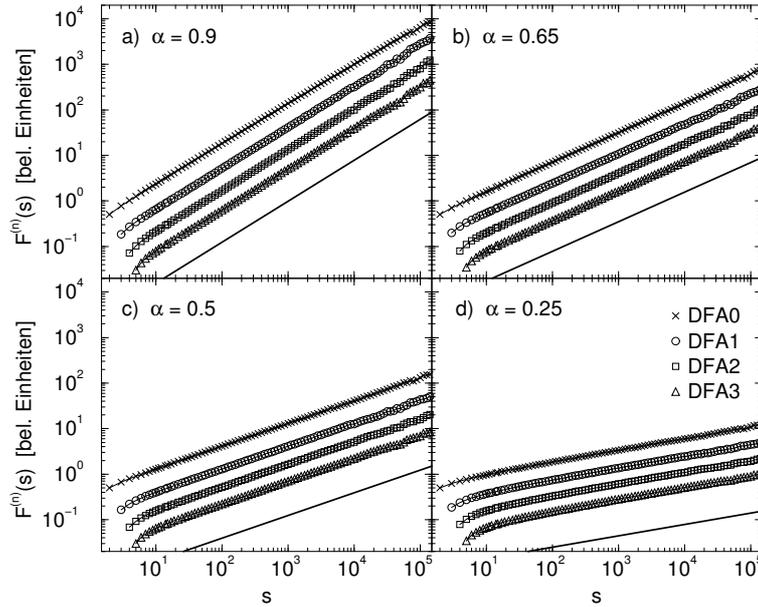


Abbildung 2.6: Trendbereinigende Fluktuationsanalyse (DFA) von langzeitkorrelierten Daten mit a) $\alpha = 0,9$ ($\gamma = 0,2$), b) $\alpha = 0,65$ ($\gamma = 0,7$), von unkorrelierten Daten mit c) $\alpha = 0,5$ und von langzeit-antikorrelierten Daten mit $\alpha = 0,25$. Die DFA-Fluktuationsfunktionen $F^{(n)}(s)$ sind gegen die Zeitskala s aufgetragen. Die Symbole entsprechen den verschiedenen Ordnungen n der Trendbereinigung, DFA0 (\times), DFA1 (\circ), DFA2 (\square) und DFA3 (\triangle). Die künstlichen langzeit(anti)korrelierten Daten wurden mittels der Fourier Filter Methode erzeugt [135]. Die durchgezogenen Linien haben die angegebenen Steigungen.

interessiert sich für die s -Abhängigkeit dieser Fluktuationsfunktionen und es ist ersichtlich, daß $F^{(n)}(s)$ mit wachsendem s ansteigen wird. Da die Statistik mit wachsendem s immer schlechter wird, untersucht man die Fluktuationsfunktionen nur bis zu einem Viertel der Reihenhänge, also $s < N/4$, bei der FA sollte man sogar nur bis zu $s < N/10$ gehen. Im Fall von Langzeitkorrelationen, Gl. (2.4), wachsen die Fluktuationsfunktionen auch hier potenzgesetzartig an

$$F^{(n)}(s) \sim s^\alpha, \quad (2.12)$$

für große s -Werte, wobei der Fluktuationsexponent α über Gl. (2.8) mit dem Korrelationsexponenten γ in Zusammenhang steht. Für große Zeitskalen s kann der Fluktuationsexponent α also einer doppelt-logarithmischen Auftragung von $F^{(n)}(s)$ mittels einer Ausgleichsgeraden entnommen werden.

Es gilt:

$$\begin{aligned} \alpha < 0,5 & \quad \text{langzeit-antikorreliert} \\ \alpha \simeq 0,5 & \quad \text{unkorreliert} \\ 0,5 < \alpha < 1,0 & \quad \text{langzeitkorreliert} \\ 1,0 < \alpha & \quad \text{langzeitkorreliert, instationär (siehe S.16)}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Es sei angemerkt, daß der langzeit-antikorrelierte Fall in der Praxis eher ungewöhnlich ist (bis auf Ausnahmen, z.B. [8]). Hauptsächlich der dritte Bereich, nämlich die Langzeitkorrelationen,

2 Langzeitkorrelationen

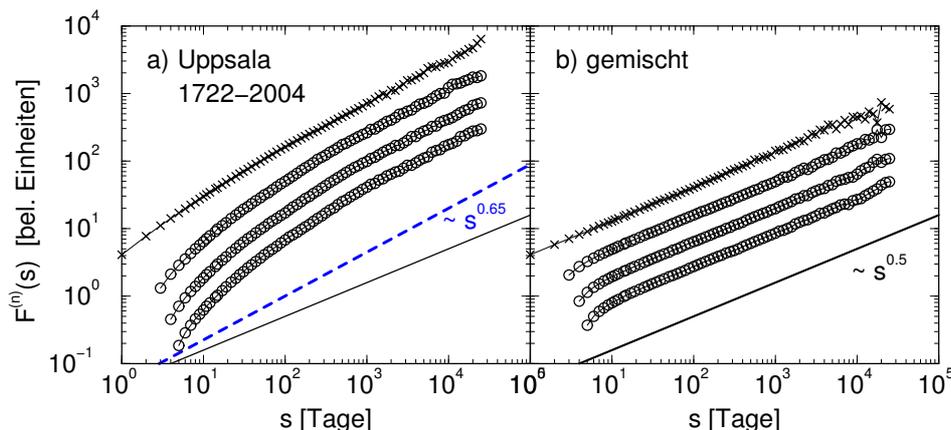


Abbildung 2.7: Trendbereinigende Fluktuationsanalyse der Temperaturreihe von Uppsala, die aus den gemessenen Tagesmittelwerten von 1722–2004 besteht [12, 151]. Die Teilbilder zeigen die Fluktuationsfunktionen $F^{(n)}(s)$ für FA und DFA1 bis DFA3 (von oben) für a) die originalen, saisonbereinigten Daten τ_i , und b) für Daten, die nach der Subtraktion des Jahresganges zufällig gemischt wurden, um die (lang wirkenden) Korrelationen zu zerstören (in Anlehnung an [120, 119, 34]). Die Geraden haben die Steigungen 0,65 und 0,50 in a), sowie 0,50 in b).

sind hier von Interesse. Abbildung 2.6 zeigt zwei Beispiele für die Anwendung der DFA bei langzeitkorrelierten Daten (Abb. 2.6a),b)). Ferner wird ein Beispiel für unkorrelierte Daten (Abb. 2.6c) gezeigt, das $\alpha = 1/2$ bestätigt, und ein Beispiel langzeit-antikorrelierter Daten (Abb. 2.6d). Die analysierten Reihen wurden mit der *Fourier Filtering Method* (Fourier Filter Methode – FFM) erzeugt, siehe Kap. 2.2.3.

Mit der DFA kann man nun exemplarisch die zuvor erwähnte und in Abb. 2.1 in Ausschnitten gezeigte Temperaturreihe von Uppsala untersuchen. Die Ergebnisse von FA und DFA1–DFA3 werden in Abb. 2.7a) gezeigt. Die Flächen in der Abweichung vom Jahresgang in Abb. 2.1b) weisen auf Persistenz auf kurzen Zeitskalen hin. Den Einfluß eines Trends sieht man nur in Abb. 2.7a) noch geringfügig in der obersten Kurve (FA), die sich oberhalb von ca. 2000 Tagen in dem doppelt-logarithmischen Plot als leicht nach oben gekrümmte Kurve darstellt. Abgesehen von sehr großen Zeitskalen $s > 2000$ d (auf denen der Trend zur erhöhten Steigung führt) und abgesehen von Zeitskalen innerhalb einer Großwetterlage hat die FA-Kurve näherungsweise die Steigung $\alpha = 0,63$. Die gleiche Steigung findet man für die DFA1- bis DFA3-Kurven. Da die Steigungen systematisch konstant bleiben, kann man aus Abb. 2.7a) und unter Verwendung von Gl. (2.8) schließen, daß die trendbereinigte Temperatur-Korrelationsfunktion auf langen Zeitskalen etwa wie

$$C(s) \sim s^{-\gamma} \quad \text{mit} \quad \gamma \approx 0,7$$

abnimmt. Zum Vergleich wurden, dem Beispiel von [120, 119, 34] folgend, die Daten zufällig durcheinander gemischt. Das Ergebnis ist in Abb. 2.7b) zu sehen: Die Steigung der Fluktuationsfunktion ist 0,5, wie man sie erwarten kann, denn die Korrelationen im zeitlichen Verlauf der τ_i wurden durch das Mischen zerstört. Die Persistenz ist also auf die Anordnung der Reihenglieder zurückzuführen. Gegebenenfalls kann sie nämlich auch durch eine breite

Verteilung verursacht sein („Josef“- und „Noah“-Effekt für Korrelationen bzw. Verteilung, siehe z.B. [109] und Referenzen darin).

Zwei Dinge sind zu beachten:

1. Die Krümmungen bei ganz kleinen Zeitskalen, Abb. 2.6 und 2.7b), sind ein Artefakt der DFA-Methode (siehe unten).
2. Die Abweichungen von der Steigung 0,5 bei großen Zeitskalen sind auf unzureichende Statistik zurückzuführen. Sie setzen erst bei etwa 30 Jahren ein und zeigen damit die Grenzen des Zeitfensters auf, in dem man verlässliche Aussagen über die Korrelationen mit dieser Methode machen kann.

In verschiedenen Arbeiten wurden Temperaturreihen, deren Klimastationen in ganz unterschiedlichen Klimazonen angesiedelt sind, auf diese Art und Weise untersucht [120, 122, 119, 201, 228, 34, 61, 29, 28]. Wie bei Uppsala stellen die DFA-Fluktuationsfunktionen in dem doppelt-logarithmischen Plot für große Zeitskalen annähernd eine Gerade dar, deren Steigungen mit $\alpha \approx 0,65$ konsistent sind. Da für nahezu alle bisher untersuchten langen Temperaturreihen ähnliche Ergebnisse erhalten wurden, kann man davon ausgehen, daß es sich bei den Langzeitkorrelationen um ein globales Phänomen handelt, das weitgehend unabhängig von den lokalen Gegebenheiten der Meßstationen zu sein scheint. Man spricht daher von Universalität. Sie wird besonders in Kap. 3.1 von Bedeutung sein und diskutiert.

Besonderheiten der DFA

Die Trendbereinigende Fluktuationsanalyse zeigt einige Besonderheiten, die hier kurz aufgeführt werden:

- Äquivalenz von FA und DFA0:

Bis auf ein paar Details sind die eingangs vorgestellte konventionelle Fluktuationsanalyse (FA), der

$$F_s^2(\nu) = (Y(\nu \cdot s) - Y((\nu - 1) \cdot s))^2 \quad (2.14)$$

statt (2.10) zugrunde liegt, vgl. Gl. (2.5) (mit $j = (\nu - 1) \cdot s$), und die DFA nullter Ordnung äquivalent. Bei der DFA wird das Profil $Y(k)$ in nicht überlappende Segmente eingeteilt, in die polynomiale Fits gelegt werden. Die FA sieht vor, die Differenzen aus den Randpunkten der Fenster zu berechnen, so daß der erste Punkt eines Fensters identisch ist mit dem letzten Punkt des vorhergehenden (was bei der DFA nicht der Fall ist). Wegen dieses kleinen Unterschiedes braucht die FA einen Wert mehr, wenn für beide Methoden die gleiche Segmentierung verwendet werden soll. Es bietet sich an, $Y(0) := 0$ zu verwenden, was bei großen Reihenlängen N kein Problem darstellt. Sie unterscheiden sich also darin, daß die FA auch für $s = 1$ definiert ist, wo sie die Standardabweichung darstellt ($F^{\text{FA}}(1) = \sigma_0$). Unterdessen ist die DFA0 wie oben beschrieben für $s \geq 2$ definiert und ist im Bereich minimaler s ungenau, siehe unten. Außerdem werden bei der konventionellen FA wegen Gl. (2.5) die gegebenen Daten nicht gut ausgenutzt, so daß die Fluktuationsfunktion bei großen s -Werten stärker streut als bei der DFA0. Folglich sollte man die Fluktuationsfunktion der FA nur im eingeschränkten Bereich $1 \leq s < N/10$ bestimmen. Da beide nicht trendbereinigend sind, ist eine Mittelwertbereinigung unerlässlich.

2 Langzeitkorrelationen

- Artefakt zu großer Steigungen auf ganz kleinen Skalen:
In Abb. 2.6 und 2.7b) werden Fluktuationsfunktionen gezeigt, die zu Beginn – bei kleinen s -Werten – nach unten gekrümmt sind. Diese systematische Verzerrung ist eine Eigenart der DFA-Methode und ist darauf zurückzuführen, daß Regressionen durch zu wenige Punkte, z.B. Gerade (zwei Parameter) durch drei Punkte, systematisch zu kleine Residuen ergeben. Kantelhardt u. a. 2001 [110] schlagen eine Korrekturfunktion vor, der die Fluktuationsfunktionen gemischter Konfigurationen zugrunde liegen (siehe auch [181]). Da es in dieser Arbeit jedoch ausschließlich um Korrelationen auf großen Skalen geht, wurde die Korrekturfunktion der Einfachheit halber nicht angewendet mit dem Hinweis, daß das DFA-Ergebnis auf ganz kleinen Skalen von dem Artefakt verfälscht ist. Beispiele von korrigierten DFA-Fluktuationsfunktionen sind in Abb. 2.8a)-c) und 2.10 zu sehen.
- Minimale und maximale Steigungen der Fluktuationsfunktionen:
Die Steigungen der DFA-Fluktuationsfunktionen verschiedener Ordnung sind auf Bereiche minimaler und maximaler Steigungen eingeschränkt. Die kleinste Steigung ist in allen Fällen 0, also $F^{(n)}(s) \sim s^0 = \text{const.}$ Für eine abfallende Fluktuationsfunktion müßten die Differenzen (am Beispiel der FA) des Profils (2.9) mit anwachsendem s kleiner werden, was schlecht möglich ist.
Die größte detektierbare Steigung ist $\tilde{\alpha} = n + 1$, was auch für die konventionelle FA und die DFA0 gilt,

$$0 < \alpha_{\text{DFA}}^{(n)} < n + 1 .$$

- Übergänge (*crossover*) in den Fluktuationsfunktionen:
In den vorhergehenden Absätzen wurden verschiedentlich Crossover erwähnt, siehe z.B. Abb. 2.4 und 2.8. Es handelt sich um Wechsel der Steigungen einer Fluktuationsfunktion, also z.B.:

$$F^{(n)}(s) \sim \begin{cases} s^{\alpha_1} & \text{für } s < s_{\times} \\ s^{\alpha_2} & \text{für } s > s_{\times} \end{cases} . \quad (2.15)$$

Diese Crossover können grundsätzlich zwei Ursachen haben. Zunächst können sie von Trends hervorgerufen werden (oberste Kurve in Abb. 2.4, siehe unter „DFA und Trends“ und Kap. 3.2), aber auch von tatsächlich unterschiedlichen Korrelationsstrukturen auf großen und kleinen Zeitskalen (unterste Kurve in Abb. 2.4 und Abb. 2.8). So kann es sein, daß eine Reihe auf kleinen Skalen unkorreliert ist, d.h. daß benachbarte Werte weitgehend unabhängig voneinander sind, und auf großen Skalen Korrelationen durchkommen ($\alpha_1 < \alpha_2$; $\alpha_1 = 0,5$). Andersherum ist es auch möglich, daß benachbarte Werte miteinander verwandt sind, über große Zeiten aber unabhängig voneinander werden ($\alpha_1 > \alpha_2$; $\alpha_2 = 0,5$; vgl. Kurzzeitkorrelationen). Die Position solcher „echter“ Crossover wurde in [110] systematisch untersucht. Es zeigt sich, daß die beobachtete Crossover-Position von der DFA-Ordnung n abhängt, also $s_{\times}^{(n)}$, und zwar erscheint der Crossover bei um so größeren Zeiten je höher die Ordnung n ist. Für den von Kantelhardt u. a. 2001 [110] untersuchten Fall ($\alpha_1 = 0,8$; $\alpha_2 = 0,5$) gilt näherungsweise

$$s_{\times}^{(n)} \approx (1,17 \cdot n + 0,51) \cdot s_{\times} \quad (2.16)$$

für $1 \leq n \leq 5$ (Abb. 5 in [110]). Also erscheint z.B. ein Crossover bei $s_{\times} = 200$ in der DFA2 im Mittel erst an der Stelle $s_{\times}^{(2)} \approx 570$.

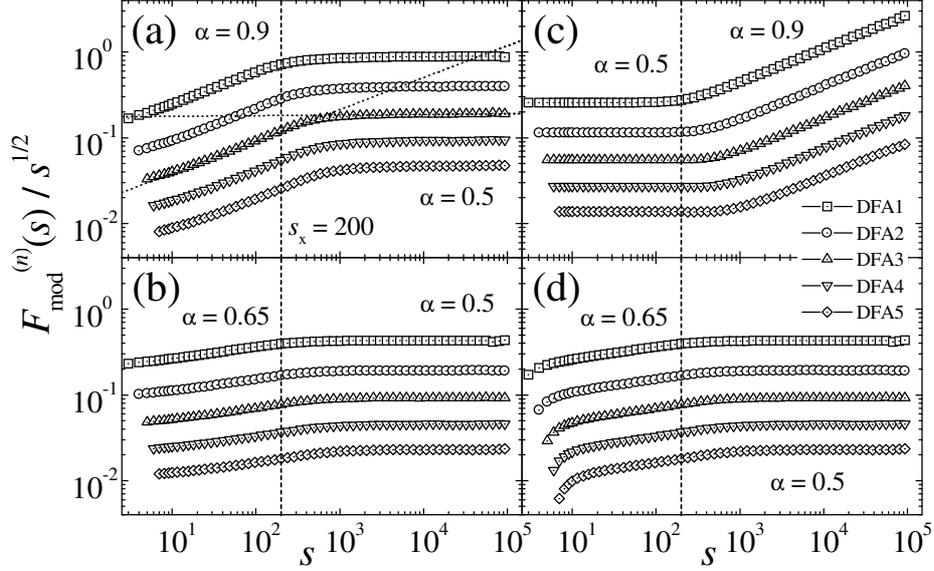


Abbildung 2.8: DFA-Ergebnisse für künstliche Reihen mit einem Crossover von langzeitkorreliertem Verhalten ((a): $\alpha_1 = 0,9$; (b): $\alpha_1 = 0,65$) für $s < s_\times = 200$ zu unkorreliertem Verhalten ($\alpha_2 = 0,5$) für $s > s_\times$, Gl. (2.15). Die skalierten Fluktuationsfunktionen, modifiziert nach [110], $F_{\text{mod}}^{(n)}(s)/s^{1/2}$ sind aufgetragen gegen die Zeitskala s für DFA1 bis DFA5. In (c) sind die Ergebnisse für den zu (a) umgekehrten Crossover gezeigt, nämlich von unkorreliertem Verhalten (für $s < s_\times$) zu langzeitkorreliertem Verhalten ($\alpha = 0,9$ für $s > s_\times$). Zum Vergleich sind im Teilbild (d) die nicht modifizierten Fluktuationsfunktionen der künstlichen Reihen aus (b) wiedergegeben. Die langzeitkorrelierten Reihen mit einem Crossover wurden mit einer erweiterten Fourier Filter Methode erzeugt, wie sie in [110] beschrieben wird. Für die Funktionen wurden die Ergebnisse von jeweils 100 Reihen der Länge $N = 200\,000$ gemittelt. Die gepunkteten Ausgleichsgeraden im Teilbild (a) veranschaulichen die Prozedur zum Auffinden der beobachteten Crossoverposition $s_\times^{(3)}$, während die vertikalen Linien die echte Crossoverposition $s_\times = 200$ aufzeigen. Skaliert sind die Fluktuationsfunktionen mittels Division durch $s^{1/2}$, so daß ein konstanter Verlauf einem Exponenten $\alpha = 0,5$ entspricht (entnommen aus [110]).

DFA und Trends

Die Trendbereinigende Fluktuationsanalyse ist dadurch ausgezeichnet, daß mit ihr auch beim Vorhandensein von Trends Langzeitkorrelationen bestimmt werden können. Bei der Untersuchung des Einflusses von Trends auf das Ergebnis der DFA haben vor allem Kantelhardt u. a. 2001 [110] und Hu u. a. 2001 [98] unerläßliche Vorarbeit geleistet. Dabei wird auch diskutiert, wie man aus dem DFA-Ergebnis etwas über einen möglichen Trend erfahren kann [110, 216].

Man denkt sich ein komplexes System, dessen Komponenten (nicht-linear) gekoppelt sind, so daß die großskalige Dynamik aufgrund der Einzelbausteine kaum ergründet werden kann. Das gesamte System läßt sich nicht erfassen, weshalb die Untersuchung von Zeitreihen eine beschränkte Form der Charakterisierung darstellt. Bei einer solchen Modellvorstellung werden Trends von äußeren Einflüssen verursacht und spiegeln nicht die Dynamik des Systems wieder, das die intrinsischen Fluktuationen erzeugt. In der Statistik nennt man eine Zeitreihe streng stationär, wenn die gemeinsame Verteilung von x_{t_1}, \dots, x_{t_n} die gleiche ist wie die gemeinsame Verteilung von $x_{t_1+s}, \dots, x_{t_n+s}$ für alle t_1, \dots, t_n, s [40]. Die Verschiebung eines Zeitfensters um s hat also keinen Einfluß auf die gemeinsame Verteilung, d.h. Mittelwert, Standardabweichung und höhere Momente sind konstant in der Zeit. Bei einer schwach stationären Zeitreihe sind nur Mittelwert und Varianz konstant und endlich; über höhere Momente als zweiter Ordnung werden keine Annahmen gemacht [40].

Implizit werden hier zwei Arten von Instationarität unterschieden. Zum Einen sind es systematische, deterministische oder regelhafte Änderungen, wozu auch Trends gezählt werden. Zum Anderen tritt Instationarität auch auf, wenn $\alpha > 1$ ist, denn dann sind die Elemente der Reihe so stark gekoppelt, daß sich der Mittelwert auch zufällig mit der Zeit ändert. Falls nicht anders angegeben, sind Trends gemeint, wenn von Instationarität die Rede ist.

Trends als systematische – im Gegensatz zu zufälligen – Änderung des Mittels stellen also eine Instationarität dar. Dazu gehören auch periodische Schwankungen (Oszillationen). Für die Überlagerung von Zufallskomponente, Trend und Oszillationen in einer zu untersuchenden Reihe x_i gibt es verschiedene Modelle. Zum Beispiel kann man von einer additiven Zusammensetzung ausgehen (klassisches Zerlegungsmodell) [23]:

$$x_i = \tau_i + \rho_i + \vartheta_i \quad i = 1, \dots, N \quad (2.17)$$

mit

$$\begin{array}{ll} x_i & \text{gemessene Reihe} \\ \tau_i & \text{Zufallskomponente (Rauschen)} \quad \langle \tau_i \rangle = 0 \\ \rho_i & \text{Oszillationen} \quad \rho_{i+d} = \rho_i \quad \sum_{j=1}^d \rho_j = 0 \\ \vartheta_i & \text{Trend} \end{array} \quad (2.18)$$

Das Problem besteht darin, daß man in der Regel nicht weiß, welche der Größen auf der rechten Seite überhaupt vorliegen und wenn ja, wie sie lauten (bis auf das Rauschen, das eigentlich immer besteht). Glücklicherweise ist bei klimatischen Temperaturreihen der Jahresgang sehr regelmäßig und gut ausgeprägt, so daß ρ_i mittels Gl. (2.1) abgezogen werden kann. Ein polynomialer Trend ϑ_i wird, ohne ihn näher zu kennen, von der DFA systematisch auf allen Skalen eliminiert und die verbleibende Zufallskomponente τ_i charakterisiert. Die Identifikation von Trends in der Gegenwart langzeitkorrelierter Fluktuationen stellt eine große Herausforderung dar.

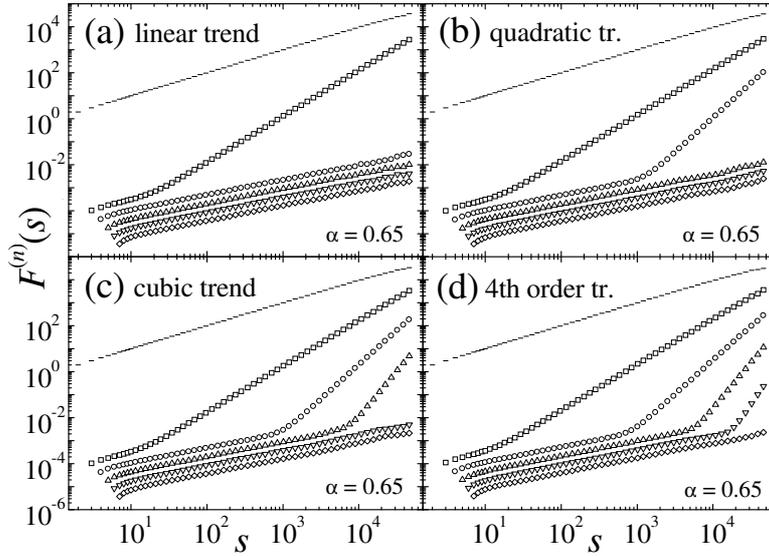


Abbildung 2.9: Untersuchungen der Trendeliminierung der konventionellen Fluktuationsanalyse (FA, Symbol $-$) und der DFA1 bis DFA5 für Trends $\vartheta_i = A \cdot \left(\frac{i}{N}\right)^p$ mit ganzzahliger Ordnung p . Aufgetragen sind die DFA-Fluktuationsfunktionen $F^{(n)}(s)$ (DFA-Ordnung $n = 1, \dots, 5$; von oben nach unten) gegen die Zeitskala s für künstliche langzeitkorrelierte Daten ($\alpha = 0,65$; $\gamma = 0,7$) mit addiertem linearem (a), quadratischem (b), kubischen (c) Trend und einem vierter Ordnung (d) mit ($A = 10^4$, $p = 1, 2, 3, 4$). Die Trends werden komplett eliminiert, wenn die Ordnung der DFA größer ist als die Ordnung des Trends ($n > p$). Dieses Merkmal erlaubt es, mittels DFA die Ordnung p des Trends zu bestimmen. Im Fall von $n \leq p$ führen die Trends zu einem offensichtlichen Crossover bei großen s -Werten. Jedem Teilbild wurde nur eine Reihe der Länge $N = 100\,000$ zugrunde gelegt (entnommen aus [110]).

In [110] wurden künstliche Reihen mit der Fourier Filter Methode (FFM) erzeugt und monotone polynomiale Trends der Ordnung p über die gesamte Reihe dazu addiert (siehe auch [181]):

$$x'_i = \tau_i + A \cdot \left(\frac{i}{N}\right)^p \quad \langle \tau_i \rangle = 0 \quad \langle \tau_i^2 \rangle = 1 . \quad (2.19)$$

Abbildung 2.9 zeigt den Effekt von Trends unterschiedlicher (ganzzahliger) Ordnung p auf die FA- und DFA-Fluktuationsfunktionen $F^{(n)}(s)$. Bei der FA verbergen die starken Trends komplett die Langzeitkorrelationen der Reihen, denn es zeigt sich die Steigung 1 (Maximum der FA), die charakteristisch ist für starke Trends (oder nicht stationäre Zeitreihen, vgl. Gl. (2.13)). Bei schwächeren Trends läßt sich auch ein Crossover beobachten, wie in Abb. 2.4 gezeigt. So können auch bei der DFA die Trends in den Daten zu einem künstlichen Crossover im Skalenverhalten von $F^{(n)}(s)$ führen, nämlich eine erhöhte Steigung bei großen Zeitskalen s . Die Position dieses künstlichen Crossovers hängt ab von der Stärke A und der Ordnung p des Trends. Wenn die DFA-Ordnung n größer ist als p , dann läßt sich offensichtlich kein künstlicher Crossover beobachten. Um lineare Trends zu entfernen, ist also mindestens die DFA zweiter Ordnung nötig. Dies ist auf das Kumulieren, Gl. (2.9), zurückzuführen, denn dadurch wird ein linearer Trend im Profil zu einem quadratischen (Integration). Die Ordnung p von (starken) Trends kann also mittels Anwendung verschiedener DFA n [33] bestimmt werden.

2 Langzeitkorrelationen

Wenn $n \leq p$ ist, dann tritt ein künstlicher Crossover auf, dessen α_{Trend} im Bereich großer s direkt von n abhängt. Deshalb läßt sich ein solcher künstlicher von einem echten Crossover als Wechsel im Korrelationsverhalten (siehe oben) unterscheiden, denn dieser würde bei allen DFA-Ordnungen ähnliche Steigungen α_2 und eng zusammen liegende Crossover-Positionen aufweisen (vgl. Abb. 2.8 und 2.9).

Hu u. a. 2001 [98] untersuchen auch mittels analytischer Betrachtungen den Einfluß von Instationaritäten auf die Fluktuationsfunktionen. Die Autoren führen die unterschiedlichen Steigungen innerhalb einer Fluktuationsfunktion also das Auftreten von Crossovers auf einen „Wettkampf“ zwischen dem Skalenverhalten des Rauschens und dem scheinbaren des Trends zurück. Um dies besser zu verstehen wird eine Superpositionsregel hergeleitet [98]. Für zwei unkorrelierte Reihen x_i und y_i ($\langle x_i y_i \rangle = 0$), mit deren Fluktuationsfunktionen $F_x(s)$ und $F_y(s)$, gilt bei der additiven Überlagerung beider, $z_i = x_i + y_i$, für die Fluktuationsfunktion $F_z(s)$:

$$F_z(s) = \sqrt{F_x(s)^2 + F_y(s)^2} . \quad (2.20)$$

Dieser Zusammenhang ist darauf zurückzuführen, daß auch das Profil, Gl. (2.9), von z_i eine Überlagerung darstellt ($Y_z(k) = Y_x(k) + Y_y(k)$). Ferner führt die Unabhängigkeit von x_i und y_i zum Verschwinden von Mischtermen ($\sum_{k=1}^N (Y_x(k) \cdot Y_y(k)) = 0$).

Der Crossover der DFA1-Fluktuationsfunktion einer Reihe, die aus langzeitkorrelierten Zufallszahlen und linearem Trend besteht, liegt bei

$$s_{\times} \sim \left(\frac{A}{N} \right)^{-\frac{1}{\alpha-2}}$$

mit dem Fluktuationsexponenten α [98].

Ferner sei angemerkt, daß Trends nicht ganzzahliger Ordnung p von der DFA nicht vollständig eliminiert werden und die Fluktuationsfunktionen $F^{(n)}(s)$ auf großen Skalen erhöhte Steigungen zeigen können, selbst wenn $n > p$ [110, 98]. Es ist davon auszugehen, daß bei logarithmischen und exponentiellen Trends ähnliche Probleme der Fluktuationsfunktionen auftreten.

In [110] wird bereits vorgeschlagen, daß man die Unterschiede der Fluktuationsfunktionen von der konventionellen FA und der trendbereinigenden DFA n nutzen kann, um – aufgrund der Ergebnisse künstlicher Reihen mit wohlbekanntem Trend – die Stärke eines Trends in einer echten Reihe abzuschätzen. Die in der Praxis auftretenden Trends sind aber viel schwächer als die untersuchten künstlichen, weshalb sich die Stärke eines Trends nicht unmittelbar ablesen läßt. Zunächst stellt der FA-Crossover zu einer größeren Steigung also nur einen qualitativen Indikator dar, z.B. Abb. 3.11a). In Kap. 3.2 werden die Unterschiede der Fluktuationsfunktionen verschiedener Ordnung dennoch genutzt, um schwache Trends bei moderaten Langzeitkorrelationen zu quantifizieren.

Wie mit Gl. (2.17) und (2.18) dargelegt wurde, können auch periodische Trends (periodische Schwankungen, Oszillationen) bei der Korrelationsanalyse einen Einfluß haben [110, 98, 181]. Nicht selten enthalten die zu untersuchenden Reihen solche Oszillationen, wie z.B. saisonale Abhängigkeiten bei klimatologischen Meßreihen. Etwas komplizierter wird es, wenn Schwankungen wie ENSO (*El Niño – Southern Oscillation*, siehe z.B. [209, 212] und [92]) auftreten, dessen Periodendauer nicht so scharf ist wie beim Jahresgang (siehe Kap. 3.1).

Der Einfluß periodischer Trends auf die DFA n -Fluktuationsfunktionen läßt sich auch wieder mit künstlichen langzeitkorrelierten Reihen untersuchen, indem man sie additiv mit solchen

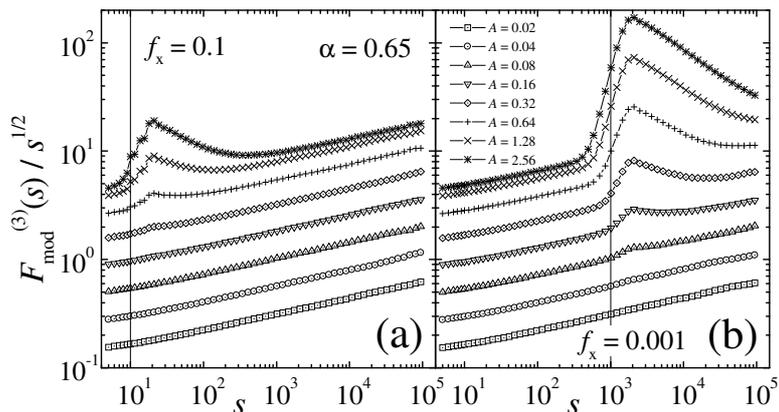


Abbildung 2.10: Trendbereinigende Fluktuationsanalyse von langzeitkorrelierten Zufallszahlen ($\alpha = 0,65$; normierte Standardabweichung) mit addierten oszillierenden Trends $\rho_i = A \cdot \sin(2\pi \cdot i \cdot f)$ unterschiedlicher Frequenz f , (a) $f = 0,1$ und (b) $f = 0,001$ (Periodendauer $d = 10$ und $d = 1000$), und Amplituden A im Bereich von $A = 0,02$ bis $A = 2,56$. Gezeigt sind die nach Kantelhardt u. a. 2001 [110] korrigierten DFA3-Fluktuationsfunktionen $F_{\text{mod}}^{(3)}(s)$, aufgetragen gegen die Zeitskala s . Für andere Ordnungen der DFA erhält man ähnliche Ergebnisse, wobei sich die Position der Auswölbung auch gemäß Gl. (2.16) verschiebt. Nur für starke periodische Trends wird das erwartete Skalenverhalten $F_{\text{mod}}^{(n)}(s) \sim s^{0,65}$ gestört. Der Einfluß der Oszillationen ist weniger ausgeprägt bei hohen Frequenzen. Für jede Kurve wurden die Ergebnisse von 100 Reihen der Länge $N = 200\,000$ gemittelt. Wie in Abb. 2.8 wurden die Fluktuationsfunktionen durch $s^{\frac{1}{2}}$ dividiert, so daß ein konstanter Verlauf einem Exponenten $\alpha = 0,5$ entspricht (entnommen aus [110]).

Oszillationen unterschiedlicher Frequenz und Amplitude überlagert. Entsprechende Fluktuationsfunktionen sind in Abb. 2.10 gezeigt. Man sieht, daß die Fluktuationsfunktionen eine Art Auswölbung bei starken Oszillationen niedriger Frequenz aufweisen. Auf Skalen, die kleiner sind als die Periodendauer ($d = 1/f$) erscheinen die Schwingungen wie Korrelationen, weshalb die $F^{(n)}(s)$ größere Steigungen aufweisen ($s \lesssim d$). Andererseits erscheinen die Schwingungen antikorreliert auf Skalen, die etwas größer sind als die Periodendauer ($s \gtrsim d$), denn schließlich wechseln sich Berg und Tal ab. Erst auf sehr großen Skalen ($s \gg d$) dominieren dann wieder die Korrelationen, Abb. 2.10a), ebenso wie auf ganz kleinen Skalen ($s \ll d$), Abb. 2.10b).

Entsprechend Teilen Hu u. a. 2001 [98] die Fluktuationsfunktionen von Reihen bestehend aus Zufallskomponente und sinusförmigem Trend in vier Bereiche mit drei Crossovers ein, unter Verwendung von Gl. (2.20). Die Spitze des Hügels (zweiter Crossover) in der DFA1-Fluktuationsfunktion (Abb. 2.10) ist ungefähr bei $s_{\times 2} \sim d$ angesiedelt [98], während ab

$$s_{\times 3} \sim (A \cdot d)^{\frac{1}{\alpha}}, \quad (2.21)$$

mit der Periodendauer d , das Skalenverhalten auf großen Skalen dominiert (dritter Crossover) [98]. Diese Position $s_{\times 3}$ ist relevant weil man ab dieser Skala Fluktuationsexponenten bestimmen könnte, falls sich Periodizitäten im Vorfeld evtl. nicht vollständig entfernen lassen.

Wie man sieht, reagiert die DFA empfindlich auf langsam schwingende Trends, während schnell oszillierende Trends das Skalenverhalten sehr viel weniger stören. Diese Bereiche zu großer oder zu kleiner Steigung, unterhalb bzw. oberhalb der Periodendauer, können gegeb-

2 Langzeitkorrelationen

nenfalls als zu starke Korrelationen bzw. Antikorrelationen mißgedeutet werden, obwohl es sich nur um ein Effekt von Oszillationen handelt. Deshalb ist es erforderlich, Oszillationen im Vorfeld zu filtern, entweder mit Gl. (2.1) oder über eine Fourier-Transformation, wo der Peak der Oszillationen entfernt wird, mit dem Ziel daß die Periodizitäten nach der Rücktransformation fehlen.

Chen u. a. 2002 [42] untersuchen Instationaritäten einer anderen Art. In der Praxis sind Meßreihen oft von Störungen betroffen. Es ist also wichtig zu wissen, wie sie sich auf die DFA-Fluktuationsfunktionen auswirken. In [42] werden drei Typen untersucht (siehe Gl. (2.15) für $\alpha_{1,2}$):

- Reihen, bei denen Segmente ausgelassen werden.
Diese Situation tritt eigentlich in allen Bereichen auf, wo Zeitreihenanalyse betrieben wird. In der Klimatologie passiert es häufig, daß an bestimmten Tagen oder auch über längere Zeiträume keine Meßwerte vorliegen, z.B. wenn Krieg herrschte. Zwar bestehen auch Möglichkeiten, diese Lücken zu berücksichtigen [181, 58], in [42] wird aber vorgeschlagen, die verbleibenden Segmente einfach der Reihenfolge nach aneinander zu hängen.
Die Simulationsergebnisse von Chen u. a. 2002 [42] anhand künstlicher Reihen besagen, daß das zufällige auslassen von Segmenten unterschiedlicher Größe und Konzentration überraschender Weise für den Fall von (positiven) Langzeitkorrelationen ($0,5 < \alpha < 1,0$) nur sehr geringen Einfluß auf das Ergebnis der DFA hat. Anders sieht es bei Langzeitantikorrelationen aus. Hier zeigt sich ein Crossover s_{\times} von α_1 (kleine Skalen), das ungefähr dem vorgegebenen Exponenten für die FFM entspricht, zu $\alpha_2 \rightarrow 0,5$ (große Skalen). Dabei liegt der Crossover bei um so kleineren Skalen je größer der Anteil der ausgelassenen Segmente (bei gleicher Segmentgröße) ist. Umgekehrt ist s_{\times} um so größer je größer die Segmentgröße ist (bei gleicher Konzentration). Chen u. a. 2002 [42] schlagen also vor, wenn man z.B. Segmente unzuverlässiger Werte auslassen muß, und diese eng beieinander liegen, man dann besser ein Segment über den gesamten Bereich ausläßt, da es günstiger ist, wenig große Segmente zu verlieren, als viele kleine.
- Reihen, in die zufällig *Spikes* (Spitzen, Einzelwerte großer Amplitude) eingestreut sind.
Bei der Aufzeichnung von Zeitreihen kann es vorkommen, daß zufällig Spitzen großer Werte (eine Arte Spannungsspitzen) aufgrund äußerer Störungen auftreten. Nach Simulationen von Chen u. a. 2002 [42], die künstliche langzeit(anti)korrelierte Reihen in geringer Konzentration mit unabhängigen Spikes gleichverteilter Amplitude überlagert habe, wirken sich diese auf unterschiedliche Weise auf die resultierenden Fluktuationsfunktionen aus. Bei (positiven) Langzeitkorrelationen ($0,5 < \alpha$) tritt ein Crossover von $\alpha_1 \rightarrow 0,5$ (kleine Skalen) nach α_2 (große Skalen) auf, wobei letzteres dem vorgegebenen Fluktuationsexponenten der Reihe ohne Spikes entspricht. Bei Langzeitantikorrelationen ist es umgekehrt. Auf kleinen Skalen hat die Fluktuationsfunktion annähernd die vorgegebene Steigung, während die $F^{(n)}(s)$ auf großen Skalen unkorreliertes Verhalten anzeigen ($\alpha_2 \rightarrow 0,5$). Diese Ergebnisse werden auch mittels der Superpositionsregel Gl. (2.20) analytisch belegt [42]. Es bleibt festzuhalten, daß die DFA gegenüber dem Einstreuen von Spikes bei Langzeitkorrelationen ziemlich robust ist, wenn man sich nur für das asymptotische Skalenverhalten interessiert.

- Reihen, die unterschiedliche lokale Standardabweichungen aufweisen.
Chen u. a. 2002 [42] stellten sich auch die Frage, wie sich unterschiedliche Standardabweichungen in einer Reihe auf das DFA-Ergebnis auswirken. Dazu führten sie Simulationen mit künstlichen Reihen durch, bei denen einzelne Segmente zufällig eine vierfach größere Standardabweichung bekamen. Die systematische Untersuchung ergab, daß diese Form der Instationarität keinen Einfluß auf das Skalenverhalten der DFA bei (positiven) Langzeitkorrelationen hat. Andererseits machen sich bei Langzeitantikorrelationen bereits wenige Segmente mit vergrößerter Standardabweichung deutlich bemerkbar, indem sie einen Crossover zu $\alpha_2 = 0,5$ (auf großen Skalen) verursachen, während α_1 auf kleinen Skalen nahe dem vorgegebenen Exponenten liegt.

Bei Langzeitkorrelationen ($\alpha > 0,5$) ist die DFA relativ unempfindlich gegenüber Manipulationen. Zufällige Spikes, die unabhängig von der untersuchten Reihe sind, haben Einfluß auf die Steigungen auf kleinen Skalen, wo sie zu scheinbar unkorreliertem Skalenverhalten führen. Unterdessen reagiert die DFA bei Langzeitantikorrelationen ($\alpha < 0,5$) empfindlich auf jede der drei getesteten Störungen.

2.2.2 Hurst R/S -Analyse

Die Analyse mit dem Namen „*Rescaled Range Analysis*“ wurde in den 1950er und 1960er Jahren von H.E. Hurst entwickelt [100, 101, 102]. Er untersuchte verschiedene jährliche Zeitreihen x_i , wie etwa Durchflüsse und Niederschläge, insbesondere im Zusammenhang mit den Planungen des Assuan-Staudammes [138, 137, 65].

Für eine Zeitreihe x_i mit $i = 1, \dots, N$ besteht die Methode aus folgenden Schritten:

1. Man betrachtet das Intervall, das am Anfang der Reihe beginnt und bis zu einer variablen Skala s reicht. Darin berechnet man den Mittelwert

$$\langle x \rangle^{(s)} = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s x_i .$$

2. In dem Bereich $1 \leq m \leq s$ wird die mittelwertbereinigte Reihe kumuliert,

$$Y^{(s)}(m) = \sum_{i=1}^m \left(x_i - \langle x \rangle^{(s)} \right) ,$$

so daß dieses Profil in etwa bei Null beginnt und endet.

3. Man berechnet nun die Differenz zwischen dem größten und kleinsten Wert von $Y^{(s)}(m)$ im Intervall bis s

$$R(s) = \max_{1 \leq m \leq s} Y^{(s)}(m) - \min_{1 \leq m \leq s} Y^{(s)}(m) .$$

4. Mittels Division durch die Standardabweichung

$$\sigma^{(s)} = \sqrt{\frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \left(x_i - \langle x \rangle^{(s)} \right)^2}$$

wird $R/S := R(s)/\sigma^{(s)}$ dimensionslos.

2 Langzeitkorrelationen

Statistisch läßt sich der Algorithmus verbessern, wenn analog zur FA oder DFA die gesamte Reihenlänge N in nicht überlappende Segmente der Größe s unterteilt wird, und darin die Werte von $R/S(\nu)$ berechnet und anschließend gemittelt werden.

Bei dem Verfahren wird also untersucht, wie weit das Profil des mittelwertbereinigten Segmentes nach oben und unten ausläuft. Natürlich ist die Differenz R aus Maximum und Minimum des Profils um so größer je größer s gewählt wird. Die Analogie zur Fluktuationsanalyse ist offensichtlich. Während man bei der FA die Differenz von zwei Werten des Profils betrachtet, die um s voneinander getrennt sind, betrachtet man hier die Differenz aus Maximum und Minimum. In beiden Fällen wird die Reichweite des Random Walk in Abhängigkeit der Skala s untersucht.

Hurst kam zu dem Ergebnis, daß der reskalierte Bereich R/S in vielen Anwendungen dem empirischen Zusammenhang

$$R/S = \left(\frac{s}{2}\right)^H$$

folgt [65]. Mandelbrot benannte den Exponenten nach Hurst und gab ihm den Buchstaben H , wie er auch heute als Hurst-Exponent üblich ist. Außerdem ließ sich zeigen, daß $R/S = (\pi \cdot \frac{s}{2})^{\frac{1}{2}}$, also $H = 1/2$, für unabhängige zufällige Prozesse gilt [65].

Weiterhin sei Hurst zufolge der Exponent (für verschiedene Medien) einigermaßen symmetrisch um den Wert 0,73 mit einer Standardabweichung von 0,08 verteilt. Aus heutiger Sicht, ist ein solch universelles Ergebnis nicht mehr zu halten, da bereits verschiedene Meßgrößen unterschiedliches Skalenverhalten zeigen (Temperatur $\alpha \approx 0,65$ – Kap. 3.1, Niederschlag $\alpha \gtrsim 0,50$ – Kap. 4 und Abflüsse $\alpha \approx 0,80 \pm$ – Kap. 4) [35, 109]. Dennoch bleiben Hursts Ergebnisse bemerkenswert, da ein $H > 0,5$ auf langreichweitige Korrelationen hindeutet.

Eine Zeit lang waren seine Analysemethoden und Ergebnisse starken Zweifeln ausgesetzt. Zur Überprüfung mittels vergleichbarer künstlicher Zeitreihen verwendete er Daten eines stochastischen Modells, das unglücklicherweise nur Trends und Kurzzeitkorrelationen liefert, dessen er sich jedoch nicht bewußt war. Heutige Erkenntnisse bestätigen aber teilweise seine Vorstellungen von Langzeitkorrelationen bei Pegelständen bzw. Durchflüssen [35, 111].

Die Hurst R/S -Analyse ist vergleichbar mit der DFA1. In der ursprünglichen Reihe x_i werden konstante Trends, nämlich die Mittelwerte, abgezogen. Im Vergleich dazu werden bei der DFA1 lineare Trends im Profil abgezogen, also konstante Trends in der Ausgangsreihe.

Ein kleiner Unterschied besteht darin, daß die R/S -Analyse kein Quadrat enthält im Gegensatz zur DFA1, Gl. (2.10). Für monofraktale Reihen ist deshalb $H \approx \alpha$ zu erwarten, andernfalls aber $H \approx \alpha(q = 1)$, siehe Kap. 4.

Anschaulich ging es Hurst um die Frage, wie groß das Fassungsvermögen eines Staudammes sein muß, damit er nicht leer wird, aber auch nicht überläuft. Dazu untersuchte Hurst die Nil-Reihe und summierte sie für verschiedene Zeitspannen s auf. Bezogen auf den Staudamm, stellt der abgezogene Mittelwert so etwas wie einen mittleren Durchfluß dar. Die kumulierte Reihe beschreibt dann die Wassermenge, die sich darüber hinaus ansammelt ($Y^{(s)}(m) > 0$) oder fehlt ($Y^{(s)}(m) < 0$). Die Spanne R entspricht also im Fall des Stausees der Speicherkapazität, die nötig ist, um in dem Zeitraum s einen mittleren Durchfluß zu erhalten, ohne daß der See austrocknet oder überläuft.

2.2.3 Spektralanalyse

In diesem Abschnitt werden die mathematischen Grundlagen der Spektralanalyse kurz wiedergegeben. Das Leistungsspektrum ist ein beliebtes Werkzeug in der Klimatologie und für die vorliegende Arbeit ist besonders der Zusammenhang zwischen dem Spektralindex β und dem Fluktuationsexponenten α relevant. Zunächst wird die Fourier-Transformation in der kontinuierlichen Form dargelegt. Diese Grundlagen sollen auch als Vorbereitung auf die Hilbert-Transformation in Kap 5.1.3 dienen. Die Fourierreihe als diskrete Form der Fourier-Transformation wird am Ende dieses Abschnittes beschrieben, wo auch das Leistungsspektrum einer Beispielreihe gezeigt wird.

Die Ausführungen in diesem Kapitel orientieren sich hauptsächlich an Press u. a. 1992 [173], weitere Details sind in [175, 109, 24] zu finden.

Fourier-Transformation

Man kann eine Funktion $g(t)$ entweder in der Zeitdomäne oder in der Frequenzdomäne darstellen, in der $G(f)$ eine (komplexe) Amplitude ist, die von der Frequenz f abhängt (mit $-\infty < f < \infty$), aber auch die Information über die Phase enthält. Ein und dieselbe Funktion kann also auf zwei verschiedene Weisen geschrieben werden, die über die Fourier-Transformation (und Rücktransformation) miteinander verknüpft sind [173]:

$$G(f) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-i \cdot 2\pi \cdot f \cdot t} dt \quad (\text{Fourier-Transformation}) \quad (2.22)$$

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(f) e^{i \cdot 2\pi \cdot f \cdot t} df \quad (\text{Fouriersynthese}). \quad (2.23)$$

Die komplexe Funktion $G(f)$ nennt man auch Bildfunktion (komplexe Koeffizienten) der Originalfunktion $g(t)$, und

$$\begin{aligned} G(f) &= |G(f)| e^{i\varphi(f)} && \text{Frequenzspektrum, mit} \\ |G(f)| &= \sqrt{\text{Re}(G(f))^2 + \text{Im}(G(f))^2} && \text{Amplitudenspektrum} \\ \varphi(f) &= \arctan \frac{\text{Im}(G(f))}{\text{Re}(G(f))} && \text{Phasenspektrum} . \end{aligned} \quad (2.24)$$

Für die Fourier-Transformation selbst schreibt man auch:

$$G(f) = \mathcal{F}\{g(t)\} \quad g(t) = \mathcal{F}^{-1}\{G(f)\} \quad (2.25)$$

In Gl. (2.23) wird $g(t)$ als Überlagerungen von Schwingungen aller möglichen Frequenzen gebildet, wobei die $G(f)$ angibt, wie stark die Schwingung $e^{i2\pi ft} = \cos(2\pi ft) + i \sin(2\pi ft)$ der Frequenz f in $g(t)$ enthalten ist. Die Fourier-Transformation basiert auf den Fourierreihen (siehe unten), die in Analogie zur Taylor-Reihe (wo eine Funktion aus Polynomen gebildet wird) Summen trigonometrischer Funktionen darstellen.

Hier wird die Frequenz f mit der Einheit $\text{Hz} = \frac{1}{\text{s}}$, also Schwingungen pro Sekunde, verwendet. Oft wird die Kreisfrequenz $\omega = 2\pi \cdot f$ bevorzugt (siehe Kap. 5.1.1), so daß gegebenenfalls in Gl. (2.23) eine Normierungskonstante $\frac{1}{2\pi}$ hinzukommt.

Eine einfache Eigenschaft der Fourier-Transformation ist die Linearität:

$$\kappa \cdot g(t) + \lambda \cdot h(t) \quad \longleftrightarrow \quad \kappa \cdot G(f) + \lambda \cdot H(f) \quad (2.26)$$

2 Langzeitkorrelationen

Dabei stehen links in Kleinbuchstaben die Funktionen der Zeit und rechts in Großbuchstaben die Transformaten in der Frequenzdomäne.

Die spektrale Leistungsdichte (*power spectral density*, oft nur Leistungsspektrum oder „Power-Spektrum“) ist definiert als

$$P_g(f) = |G(f)|^2 . \quad (2.27)$$

Die nun folgende Faltung liefert für zwei Funktionen $h(t)$ und $g(t)$ eine dritte Funktion, die die Überlappung zwischen h und einer gespiegelten verschobenen Version von g angibt:

$$h * g := \int_{-\infty}^{\infty} h(\theta)g(s - \theta)d\theta . \quad (2.28)$$

Anschaulich wird bei der Faltung eine Funktion mit einer anderen gewichtet. Dabei gibt der Funktionswert der Gewichtsfunktion an der Stelle s an, wie sehr der um s zurückliegende Wert der gewichteten Funktion zum Wert der Ergebnisfunktion beiträgt.

Unter anderem gelten Kommutativität $h * g = g * h$, Assoziativität $k * (h * g) = (k * h) * g$ und Distributivität $k * (h + g) = (k * h) + (k * g)$, um nur die wichtigsten zu nennen. Man beachte, daß $g * h$ eine Funktion in der Zeitdomäne ist. Das Faltungstheorem besagt, daß bei der Fourier-Transformation die einfache Beziehung

$$h(t) * g(t) \longleftrightarrow H(f)G(f) \quad (2.29)$$

gilt, was aus ihren Rechenregeln folgt. Die Fourier-Transformierte der Faltung ist also das Produkt der Transformaten der einzelnen Funktionen.

In Gl. (2.3) wurde die Autokorrelationsfunktion für diskrete Werte eingeführt. Mit Gl. (2.28) kann man zunächst allgemein die Kreuzkovarianzfunktion

$$C_{\times}^{V;h,g}(s) := \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{2k} \int_{-k}^k h(\theta)g(\theta + s) d\theta \quad (2.30)$$

definieren, wobei s wieder die zeitliche Verzögerung zwischen h und g darstellt – also in der Zeitdomäne. Für die Fourier-Transformation gilt dann entsprechend Gl. (2.28) und (2.29) der Zusammenhang $C_{\times}^{V;h,g} \longleftrightarrow H^*(f)G(f)$. Wenn $h(t)$ und $g(t)$ reell sind, gelangt man wegen $H^*(f) = H(-f)$ zu

$$C_{\times}^{V;h,g}(s) \longleftrightarrow H(-f)G(f) .$$

Für die Autokovarianzfunktion ist $g(t) = h(t)$ bzw. $C_{\times}^{V;h,h}(s) = C^{V;h}(s)$ und man erhält das sogenannte Wiener-Khinchin-Theorem [81]:

$$C^{V;h}(s) \longleftrightarrow |H(f)|^2 . \quad (2.31)$$

Aus den Gl. (2.27) und (2.31) folgt weiter

$$C^{V;h}(s) \longleftrightarrow P_h(f) ,$$

wie man das Leistungsspektrum oft auch definiert. Das Leistungsspektrum $P(f)$ ist also durch die Fourier-Transformierte der Autokorrelationsfunktion gegeben, unter der Voraussetzung von Stationarität.

Bei Langzeitkorrelationen, Gl. (2.4), entspricht $C^{V;h}(s)$ einem Potenzgesetz. Für eine Funktion $h(t)$ mit $C^{V;h}(s) \sim s^{-\gamma}$ ist die Fourier-Transformierte und somit das Leistungsspektrum

$$P_h(f) \sim f^{\gamma-1} , \quad (2.32)$$

was man einer Formelsammlung wie z.B. [24] entnehmen kann (darin Tab. 21.12.1 und 21.12.2). Findet man also ein Leistungsspektrum, das wie

$$P(f) \sim f^{-\beta} \quad (2.33)$$

mit dem Spektralexponenten β abfällt, so kann man auf Langzeitkorrelationen mit

$$\gamma = 1 - \beta \quad (2.34)$$

schließen, was aus dem Vergleich von Gl. (2.32) mit (2.33) ersichtlich wird. Dieser Zusammenhang, speziell Gl. (2.32), wird in [175] ausführlich hergeleitet. Aus Gl. (2.8) und (2.34) kann man auch den Zusammenhang zwischen dem Fluktuationsexponenten α und dem Spektralexponenten β formulieren:

$$\alpha = \frac{1}{2}(\beta + 1) . \quad (2.35)$$

Fourierreihen

Bisher wurde die Fourier-Transformation, Gl. (2.22) und (2.23), für kontinuierliche Funktionen in unendlicher Zeit $-\infty < t < \infty$ betrachtet. In der Praxis der Zeitreihenanalyse ist das natürlich nicht der Fall. Vielmehr geht es um Reihen von Messungen $g(t_i)$, die diskret zu den Zeiten t_i aufgenommen wurden. Üblicherweise kann man dies noch stärker einschränken, wenn die Messungen in regelmäßigen Abständen Δt stattfinden. Dann ist die Reihe der N abgetasteten Werte:

$$g_i = g(t_i), \quad t_i = i \cdot \Delta t, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (2.36)$$

Den Kehrwert von Δt nennt man Abtastrate, z.B. in Werten pro Sekunde. Wie man sich leicht überlegen kann, braucht man zur Darstellung einer Oszillation mit der Frequenz f mindestens zwei Messungen pro Schwingung (Wellenlängendurchgang), eine Abtastung für den Berg und eine für das Tal. Dies besagt das Nyquist-Theorem mit der kritischen Nyquist-Frequenz

$$f_N = \frac{1}{2\Delta t} . \quad (2.37)$$

Ein Problem tritt auf, wenn die zu messende Funktion höhere Frequenzen als f_N enthält. Dann kommt es zu einem sogenannten Aliaseffekt, nämlich daß solch hohe Frequenzen, die man eigentlich gar nicht mehr erfassen kann, zu einem Beitrag viel niedrigerer Frequenz führen. Diese Erscheinung sollte bei klimatologischen Daten jedoch nicht auftreten.

Da die Reihe g_i diskret ist, wird die Transformierte auch für diskrete Frequenzen

$$f_k = \frac{k}{N \cdot \Delta t}, \quad k = -\frac{N}{2} + 1, \dots, \frac{N}{2} \quad (2.38)$$

bestimmt, wobei hier zur Vereinfachung von einer geraden Anzahl N ausgegangen wird. Die maximale Frequenz entspricht dann der Nyquist-Frequenz f_N , Gl. (2.37).

Man nähert das Integral in Gl. (2.22) mit einer diskreten Summe an:

$$G(f_k) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-i \cdot 2\pi \cdot f_k \cdot t} dt \approx \sum_{j=1}^N g_j e^{-i \cdot 2\pi \cdot f_k \cdot t_j} \Delta t$$

2 Langzeitkorrelationen

und unter Verwendung von Gl. (2.36) und (2.38) erhält man

$$G(f_k) \approx \Delta t \cdot \sum_{j=1}^N g_j e^{-i \cdot 2\pi \cdot \frac{k}{N \cdot \Delta t} \cdot j \Delta t} = \Delta t \cdot \sum_{j=1}^N g_j e^{-i \cdot 2\pi \cdot k \cdot j / N} .$$

Die letzte Summe stellt die Fourierreihe der N Werte langen g_j dar, die hier G_k genannt wird ($G(f_k = \frac{k}{N \cdot \Delta t}) \approx \Delta t \cdot G_k$):

$$G_k = \sum_{j=1}^N g_j e^{-i \cdot 2\pi \cdot k \cdot j / N} .$$

Die diskrete Form der inversen Transformation von Gl. (2.23) lautet dann:

$$g_k = \frac{1}{N} \cdot \sum_{j=1}^N G_j e^{i \cdot 2\pi \cdot k \cdot j / N} .$$

Da sich diese beiden nur in den Vorzeichen bei der Exponentialfunktion und in der Division durch N unterscheiden, lassen sich Hin- und Rücktransformation bis auf diese kleinen Unterschiede von derselben Routine berechnen [173]. Es gelten analoge Rechenregeln und Ausdrücke z.B. der Faltung, Gl. (2.28), wie bei der kontinuierlichen Form der Fourier-Transformationen.

Die direkte Berechnung dieser Transformationen ist jedoch sehr rechenaufwändig. Mitte der 60er Jahre hat sich deshalb die schnelle Fourier-Transformation (*Fast Fourier Transform* – FFT) etabliert, bei der geschickte Algorithmen die Rechenzeit sehr stark verkürzen [173]. Bei dieser Optimierung tritt meist die Beschränkung auf, daß die Reihenlänge eine Zweierpotenz sein muß ($N = 2^b$, mit ganzzahligem b). Es sind verschiedene Pakete frei (unter GNU *General Public License*) verfügbar, wie z.B. [67].

Wie bereits zuvor erwähnt, lassen sich wegen Gl. (2.35) langzeitkorrelierte Zufallszahlen mittels der Fourier-Transformation, speziell FFT, erzeugen [110, 109] (siehe auch [135]). Dazu werden mit einem Zufallszahlengenerator zunächst gaußverteilte unkorrelierte Zufallszahlen erzeugt, die ein gleichverteiltes Leistungsspektrum aufweisen ($\beta = 0$), d.h. daß alle Frequenzen mit gleicher Intensität auftreten. Diese Reihe wird dann mit der FFT in Koeffizienten transformiert. Das Frequenzspektrum wird anschließend mit $f^{-\frac{\beta}{2}}$ multipliziert, so daß das Leistungsspektrum wie gewünscht mit β abfällt. Nach der Rücktransformation liegen dann gaußverteilte langzeitkorrelierte Zufallszahlen vor. Diese Fourier Filter Methode (FFM) wurde von Makse u. a. 1996 [135] noch weiter verbessert, in dem die Singularität von $C(s)$ bei $s = 0$ vermieden wird (siehe Kap. 2.3.1). Es lassen sich ferner langzeitkorrelierte Zufallszahlen einer anderen Grundverteilung als Gauß generieren. Ein solches Verfahren haben Schreiber und Schmitz 1996 [191], [192] entwickelt. Dabei werden iterativ abwechselnd die Korrelationsstruktur und die Grundverteilung angepaßt [60]. Eine andere Methode zur Erzeugung langzeitkorrelierter Reihen ist die *Successive Random Additions Method* oder *Random Midpoint Displacement Method* (Methode zufälliger Mittelpunktsverschiebung) [137, 65, 32, 234]. Eine dritte Möglichkeit wird in Kap. 5.1.4 kurz besprochen.

Als Beispiel wird in Abb. 2.11 das Leistungsspektrum der Temperaturreihe von Uppsala dargestellt. Wie man sieht, zeigt sich ein deutliches Gefälle zu hohen Frequenzen, das ungefähr $P(f) \sim f^{-0,3}$ folgt. Bei großen Frequenzen wird das Gefälle wegen der Kurzzeitkorrelationen größer, während die ersten Punkte bei kleinen Frequenzen evtl. von einem Trend als langfristige Änderung betroffen sind. Insgesamt haben kleine Frequenzen (große Wellenlängen) deutlich

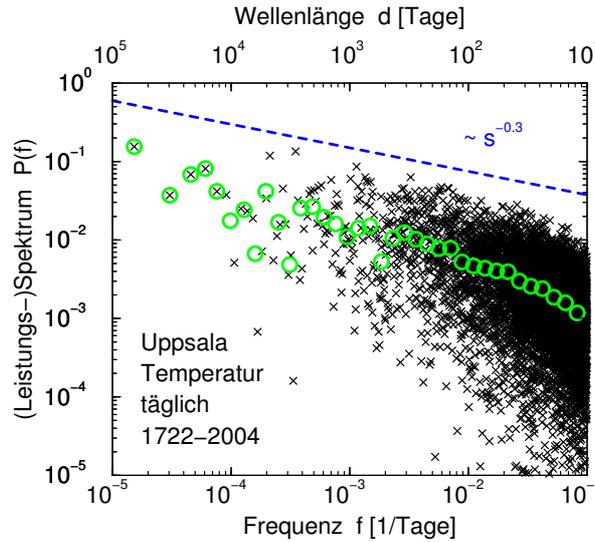


Abbildung 2.11: Spektralanalyse der Temperaturreihe von Uppsala [12, 151]. Aufgetragen ist das Leistungsspektrum $P(f)$ gegen die Frequenz f (untere Abszisse) bzw. Wellenlänge $d = \frac{1}{f}$ (obere Abszisse). Dabei stellen die grünen Kreise die logarithmisch gebinnnten Werte (Basis 1,25) dar (vgl. Abb. 2.3). Die gestrichelte Linie deutet einen Spektral-exponenten mit der Steigung $-\beta = -0,3$ an, was einem Fluktuationsexponenten $\alpha = \frac{1}{2}(\beta + 1) = 0,65$ entspricht.

mehr Gewicht, als hohe Frequenzen (kleine Wellenlängen). Die untersuchte Reihe stellt also in gewisser Weise eine zufällige Überlagerung von Oszillation dar, wobei die langwelligen Schwingungen stärker ausgeprägt sind, wie es für Langzeitkorrelationen charakteristisch ist.

Die dargelegten Verfahren (Autokorrelationsfunktion $C(s)$ mit dem Exponenten γ – Kap. 2.1, Spektralanalyse $P(f)$ mit dem Exponenten β und (Trendbereinigende) Fluktuationsanalyse $F^{(n)}(s)$ mit dem Exponenten α – Kap. 2.2.1) sind also in einen konsistenten Formalismus eingegliedert. Die Ergebnisse für Langzeitkorrelationen lassen sich ineinander überführen und somit vergleichen. Die DFA ist vorzuziehen, weil die Resultate unbeeinflusst sind von Instationaritäten. Ähnliche Eigenschaften weist sonst nur die Wavelet-Analyse [120, 208, 127, 4, 1] auf.

Übersicht der Exponenten

Die hier aufgeführten Relationen ergeben sich aus Gl. (2.8) und (2.34). In dieser Arbeit wird überwiegend der Fluktuationsexponent α verwendet, dessen Werte wie in Gl. (2.13) zu interpretieren sind. Die Zusammenhänge gelten für $0 < \gamma < 1$ bzw. teilweise $0 < \alpha$.

	Fluktuationsexponent α (Abb. 2.7)	Spektral-exponent β (Abb. 2.11)	Korrelationsexponent γ (Abb. 2.3)
α		$\alpha = \frac{1}{2}(\beta + 1)$	$\alpha = 1 - \frac{\gamma}{2}$
β	$\beta = 2\alpha - 1$		$\beta = 1 - \gamma$
γ	$\gamma = 2 - 2\alpha$	$\gamma = 1 - \beta$	

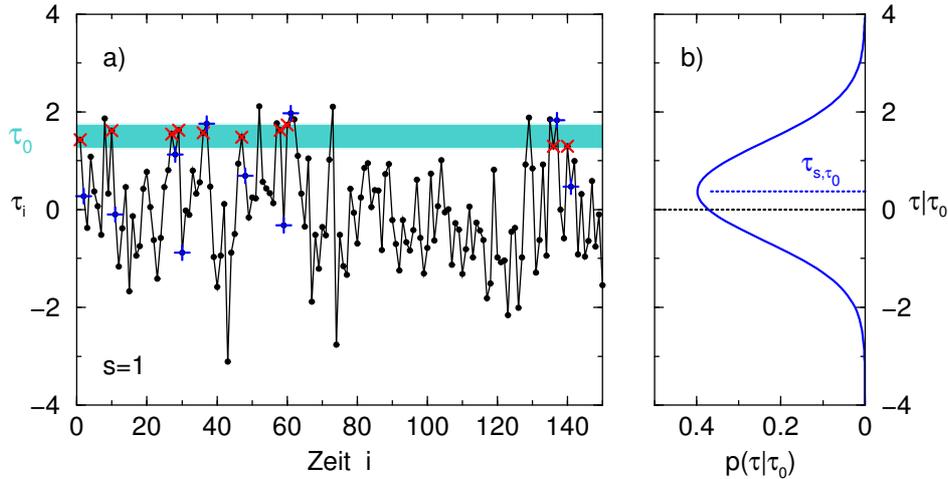


Abbildung 2.12: Veranschaulichung der Folgewertstatistik. Unter der Bedingung, daß Werte der Reihe τ_i in einem bestimmten Wertebereich um τ_0 liegen – in a) rote \times im türkisfarbenen Streifen, wird der jeweils nach s Schritten (hier: $s = 1$) folgende Wert betrachtet (blaue $+$). Von diesen bedingten Folgewerten kann man dann, wie in b) angedeutet, die Verteilungsdichte $p(\tau|\tau_0)$ und den Mittelwert τ_{s,τ_0} bestimmen.

2.3 Eigenschaften langzeitkorrelierter Datenreihen

Nachdem im vorhergehenden Kapitel die wichtigsten Methoden zur Charakterisierung von Langzeitkorrelationen vorgestellt wurden, sollen in diesem Abschnitt einige Betrachtungen zu den Eigenschaften solcher Reihen dargelegt werden. Die Frage ist also nicht mehr, ob oder wie stark Korrelationen vorliegen, sondern was sie bewirken und welchen Einfluß sie auf abgeleitete Größen haben.

Das Vorliegen von Langzeitkorrelationen hat wichtige Konsequenzen für die Trendbestimmung, wie sie z.B. mit gleitenden Mittelwerten durchgeführt wird. Besonders für die Trendanalyse in Kap. 3 ist es also relevant, welche Mittelwerte und Mittelwertdifferenzen in langzeitkorrelierten Reihen auftreten. Dazu gehören auch die linearen Steigungen, die mittels Ausgleichsgeraden in langzeitkorrelierten Reihen gefunden werden können. Direkt ersichtlich ist die Eigenschaft bei Langzeitkorrelationen, daß Folgewerte dazu tendieren in der Nähe der vorhergehenden Werte zu liegen. Dies wird im ersten Abschnitt untersucht. Dabei kommt den Nächstenachbarkorrelationen eine besondere Bedeutung zu, die kurz diskutiert werden.

Wenn nicht anders angegeben, beziehen sich die Ausführungen auf gaußverteilte Reihen.

2.3.1 Folgewertstatistik

In dieser Arbeit wurde an verschiedener Stelle ausgeführt, wie bei Langzeitkorrelationen, etwa bei der Temperatur, auf einen warmen Tag eher ein warmer Tag folgt und daß eine zu warme Epoche auch mit großer Wahrscheinlichkeit von einer warmen Epoche gefolgt wird. Die Autokorrelationsfunktion charakterisiert dieses Phänomen und wird indirekt über das Leistungsspektrum und die DFA quantifiziert.

2.3 Eigenschaften langzeitkorrelierter Datenreihen

Indem hier die Statistik aufeinanderfolgender Werte betrachtet wird, läßt sich diese Eigenschaft der Persistenz unmittelbar untersuchen: Welche Werte folgen jeweils einem zuvor gewählten Wert τ_0 ? Dazu durchläuft man die zu untersuchende Reihe und registriert all die Werte, die direkt nach der Bedingung τ_0 auftreten. Diese Folgewerte stellen dann eine Untermenge der ursprünglichen Reihe dar und folgen einer Verteilung mit Mittelwert τ_{s,τ_0} und Standardabweichung σ_{s,τ_0} . Das s als Index gibt an, welcher Folgewert betrachtet wird, denn anstelle des nächsten Nachbarn ($s = 1$) kann man auch den übernächsten ($s = 2$) usw. wählen. Das τ_0 als Index stellt die Bedingung dar. In Abb. 2.12 wird das Vorgehen für $s = 1$ veranschaulicht. Die roten \times erfüllen die Bedingung τ_0 (angedeutet durch das türkisfarbene Band), und unmittelbar auf die roten Kreuze folgen die bedingten Werte (blauen +), die Folgewerte (Abb. 2.12a)). Die Verteilungsdichte der resultierenden Folgewerte ist in Abb. 2.12b) idealisiert dargestellt.

Die beschriebene Statistik wurde auf eine künstliche langzeitkorrelierte Reihe mit Fluktuationsexponenten $\alpha = 0,75$ angewendet (Abb. 2.13a)-d)). Die Grundverteilung ist Gauß mit Mittelwert $\langle \tau_i \rangle = 0$ und Standardabweichung $\sigma_0 = 1$. Die Reihe der Länge $N = 2^{20} = 1\,048\,576$ wurde mit der FFM erzeugt (Kap. 2.2.3). Im Teilbild a) sind die mittleren Folgewerte für besagte Reihe gezeigt. Auf einen Wert $\tau_0 \approx 1,4$ folgt unmittelbar ($s = 1$) im Mittel ein Wert $\tau_{s,\tau_0} \approx 0,54 \pm 1,0$. Genauso sieht es bei negativen Werten aus. Es zeigt sich also eine Persistenz in der Reihe. Die orange Gerade in Abb. 2.13a) ist nicht etwa eine Regression, sondern eine Gerade durch den Ursprung mit der Steigung $C(1)$, der numerisch bestimmte Wert der Autokorrelationsfunktion bei $s = 1$. Im Mittel findet man also den einfachen Zusammenhang

$$\tau_{1,\tau_0} = C(1) \cdot \tau_0 .$$

Betrachtet man nicht den direkt auf die Bedingung folgenden Wert, sondern den danach, also den übernächsten ($s = 2$), dann liegt dieser mittlere Wert näher bei 0 als im Fall des nächsten Wertes, siehe Abb. 2.13b). Im Mittel folgt ein Wert $\tau_{2,\tau_0} \approx 0,29 \pm 1,0$ zwei Schritte nach der Bedingung $\tau_0 \approx 1,4$. Hierbei hat der lineare Zusammenhang die Steigung $C(2)$ und man kann mit den Abbildungen 2.13c) für $s = 4$ und 2.13d) für $s = 8$ im Mittel

$$\tau_{s,\tau_0} = C(s) \cdot \tau_0 \tag{2.39}$$

verallgemeinern. Die Relation kann man mit der Definition der Autokovarianzfunktion $C^V(s)$, Gl. (2.2), motivieren (mit $\langle \tau_i \rangle = 0$):

$$\begin{aligned} C^V(s) &= \langle \tau_i \cdot \tau_{i+s} \rangle \\ C^V(s) \cdot \tau_0 &= \langle \tau_i \cdot \tau_{i+s} \rangle \cdot \tau_0 \\ &\approx \langle \tau_i^2 \cdot \tau_{i+s} \rangle \end{aligned} \tag{2.40}$$

$$\approx \sigma_0^2 \cdot \langle \tau_{i+s} | \tau_0 \rangle \tag{2.41}$$

$$\frac{C^V(s)}{\sigma_0^2} \cdot \tau_0 \approx \langle \tau_{i+s} | \tau_0 \rangle$$

und

$$\langle \tau_{i+s} | \tau_0 \rangle \approx C(s) \cdot \tau_0 ,$$

wobei die Schritte (2.40) und (2.41) etwas unpräzise sind. Das „|“-Zeichen deutet die Bedingung an.

2 Langzeitkorrelationen

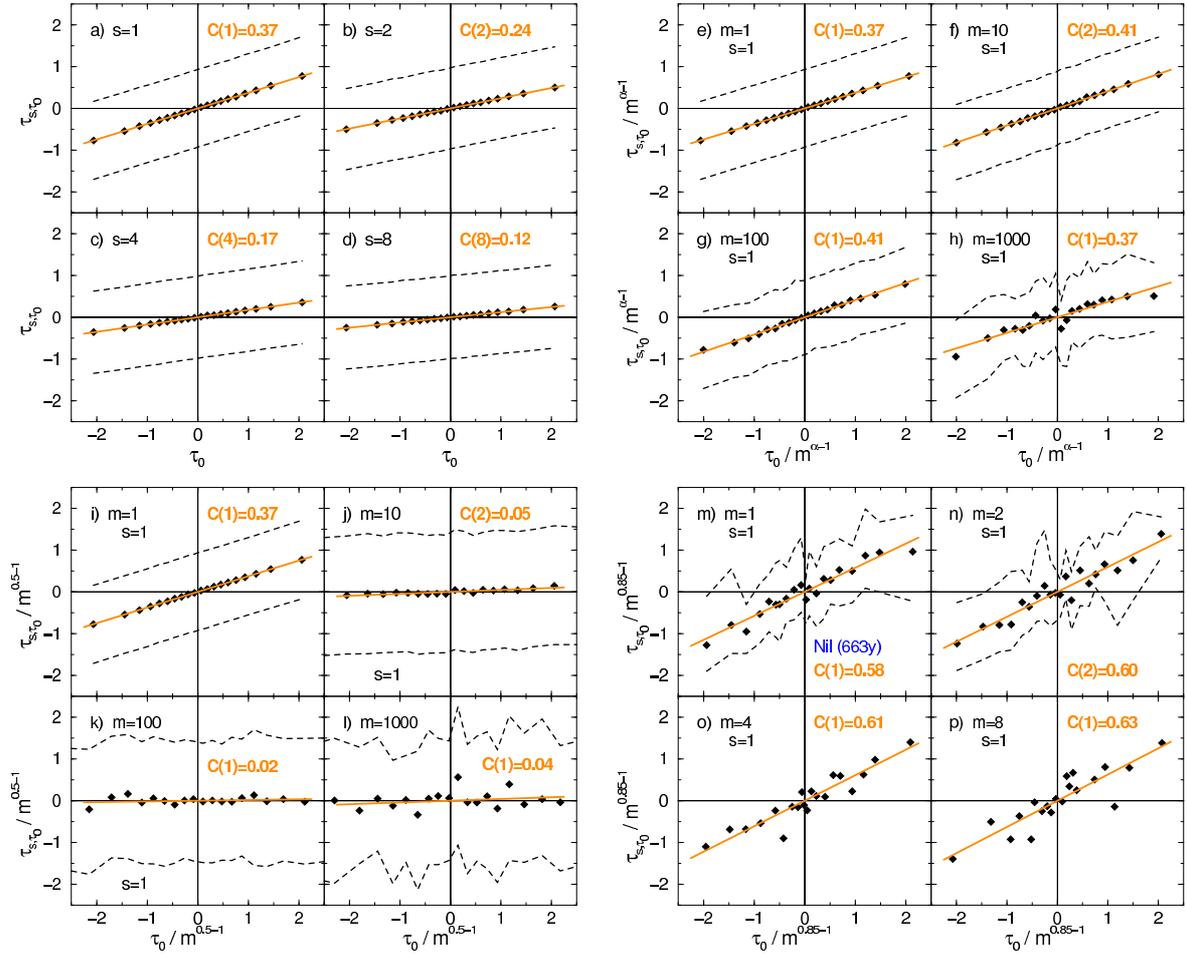


Abbildung 2.13: **a)-d), oben links:** Folgewertstatistik einer langzeitkorrelierten Reihe mit Fluktuationsexponenten $\alpha = 0,75$. Aufgetragen sind die mittleren Folgewerte τ_{s,τ_0} (schwarze Rauten) gegen die Bedingung τ_0 , zusammen mit der Standardabweichung (gestrichelte Linien). Es sind gezeigt: a) nächster Wert ($s = 1$), b) übernächster Wert ($s = 2$), c) $s = 4$ und d) $s = 8$. Die durchgezogenen orangefarbenen Linien haben als Steigungen die Werte der Autokorrelationsfunktion $C(s)$ und gehen durch den Ursprung. Für die Abbildung wurde eine normierte gaußverteilte Reihe der Länge $N = 2^{20} = 1 M$ erzeugt (Kap. 2.2.3). Man sieht, daß auf einen großen τ_0 -Wert im Mittel ein großer τ_i -Wert folgt und auf einen kleinen ein kleiner. **e)-h), oben rechts:** Folgewertstatistik einer langzeitkorrelierten Reihe mit $\alpha = 0,75$. Hier wurde die Auftragung der Achsen mittels Division durch $m^{\alpha-1}$ skaliert (siehe Kap. 2.3.2). Außerdem werden nur die Folgewerte ($s = 1$) betrachtet, allerdings für verschiedene Stufen der Aggregation: e) der Originalreihe ($m = 1$), f) der Reihe aus je zehn in Blöcken gemittelten Werte der ursprünglichen Reihe ($m = 10$), g) $m = 100$ und h) $m = 1000$. Die orangefarbenen durchgezogenen Linien haben als Steigung die angegebenen Werte der Nächstenachbarkorrelationen $C(1)$ der entsprechend aggregierten Reihen. Teilbild e) ist identisch mit a). Die Reihen der Mittelwerte in Blöcken der Länge m zeigen die gleiche Persistenz der benachbarten Werte wie die ursprüngliche Reihe. **i)-l), unten links:** Folgewertstatistik einer kurzzeitkorrelierten Reihe mit $\lambda = 0,37$ (normierte, gaußverteilt, $N = 2^{20} = 1 M$), die mit einem einfachen AR1-Prozess (vgl. Kap. 2.3.2) erzeugt wurde. Die Achsen wurden hier mit dem Faktor $m^{0,5-1}$ skaliert. Wie man erkennen kann, fallen die Korrelationen für $m > 1$ schnell ab. **m)-p), unten rechts:** Folgewertstatistik der 663 Jahre langen historischen Reihen von Nil-Pegelständen [11] (mit $\alpha = 0,85$ [30]) für die Aggregationsstufen m) $m = 1$, n) $m = 2$, o) $m = 4$ und p) $m = 8$.

2.3 Eigenschaften langzeitkorrelierter Datenreihen

Beim Aggregieren einer Reihe wird sie in nicht überlappende Segmente der Länge m eingeteilt (vgl. Kap. 2.2.1) in denen die Mittelwerte berechnet werden, so daß eine neue Reihe entsteht, die $N = \text{int}(N/m)$ lang ist, siehe Kap. 2.3.2. Die Folgewertstatistik der langzeitkorrelierten Reihe von Abb. 2.13a)-d) kann man nun für verschiedene Aggregationsstufen m wiederholen. Das ist in Abb. 2.13e)-h) zu sehen, wobei $s = 1$ festgehalten wurde. Da die Standardabweichung beim Aggregieren deutlich abnimmt, wurden in Abb. 2.13 die Achsen zusätzlich skaliert, indem durch $m^{\alpha-1} = m^{-0,25}$ dividiert wurde (Kap. 2.3.2). Schließlich wird beim Mittelwert wie beim Profil aufsummiert ($\sim m^\alpha$), nur daß dann noch durch m geteilt wird ($\sim m^\alpha/m \sim m^{\alpha-1}$). Die Teilbilder 2.13a) und 2.13e) sind identisch. Bei den gezeigten Aggregationen passen die Geraden mit den Steigungen aus der numerisch bestimmten Autokorrelationsfunktion $C(s)$ gut zu den gemessenen bedingten Mittelwerten τ_{s,τ_0} – die fluktuierenden Meßpunkte in h) sind auf die schlechte Statistik zurückzuführen. Entscheidend ist aber, daß die Steigungen, und somit die $C(1)$ -Werte, weitgehend unabhängig von der Aggregation sind. Deshalb äußert sich die Persistenz der Temperatur nicht nur von Tag zu Tag, sondern auch von Jahr zu Jahr und Dekade zu Dekade.

Noch deutlicher wird es, wenn man zum Vergleich eine kurzzeitkorrelierte Reihe testet. Abbildung 2.13i)-l) ist analog zu Abb. 2.13e)-h) gestaltet, nur eben für eine Reihe, die mit einem einfachen Autoregressiven Prozeß (AR1) mit $\lambda = 0,37$ erzeugt wurde, Kap. 2.3.2. Im Teilbild i) sind sich beide Fälle noch sehr ähnlich, aber schon bei der Mittelwertreihe in Blöcken von $m = 10$ Werten sind die Korrelationen fast ganz verschwunden, was man an dem horizontalen Verlauf der Meßwerte in Abb. 2.13j) sehen kann. Die Werte die auf τ_0 folgen, streuen um 0, also um keinen besonderen Wert, auch wenn $\tau_0 \gg 0$ ist. Langzeitkorrelationen sind also dadurch ausgezeichnet, daß sie keine besondere Skala aufweisen und invariant unter Renormierung sind. Die Jahre sind untereinander in gleicher Weise korreliert wie Dekaden. Es sei noch bemerkt, daß in Abb. 2.13i)-l) die Auftragung der Achsen mit dem Faktor $m^{-(0,5-1)}$ skaliert wurde, unter der Annahme, daß die kurzzeitkorrelierte Reihe asymptotisch auf großen Zeit unkorreliert wird. Die Kurzzeitkorrelationen haben aber doch einen minimalen Einfluß, so daß die Standardabweichungen etwas zu groß skaliert werden.

In den diskutierten Fällen, Abb. 2.13a)-d) bis 2.13i)-l), war die Grundverteilung immer gaußförmig. Der simple lineare Zusammenhang Gl. (2.39) gilt jedoch nicht allgemein. Bei breiten Verteilungen, die exponentiell oder potenzgesetzartig abfallen, ist der lineare Zusammenhang zwischen Folgewert und Bedingung nicht mehr gegeben. Die Meßpunkte weichen systematisch von der Geraden mit der Steigung $C(1)$ ab (nicht gezeigt), und zwar mit größerer Steigung bei kleinen Werten und kleinerer Steigung bei den großen Werten. Unterdessen nimmt die Standardabweichung von den kleinen τ_0 zu den großen zu, was plausibel ist, denn schließlich kann nach einer großen Bedingung nicht gleich wieder ein sehr großer Wert auftreten. Insgesamt zeigt sich aber, daß sich selbst bei diesen extremen Grundverteilungen die Langzeitkorrelationen grob in einem monoton steigenden Zusammenhang zwischen Folgewert und Bedingung äußern.

Bisher wurden ausschließlich künstliche Zufallszahlen mit vorgegebenen Eigenschaften untersucht. Nun soll ein Beispiel einer echten Reihe folgen, und zwar die beschriebene Folgewertstatistik für die historische Nil-Reihe, die aus 663 jährlichen Pegelständen bei Roda in der Nähe von Kairo besteht [11]. Bunde u. a. 2005 [30] haben den Fluktuationsexponenten zu $\alpha = 0,85$ bestimmt. Die Folgewertstatistik zu dieser Nil-Reihe ist in Abb. 2.13m)-p) zu sehen, für $s = 1$ (nächste Nachbarn) und den Aggregationsstufen $m = 1, 2, 4, 8$. Wegen der schlechten Statistik wurde in o) und p) auf die Standardabweichungen verzichtet. Analog zu

2 Langzeitkorrelationen

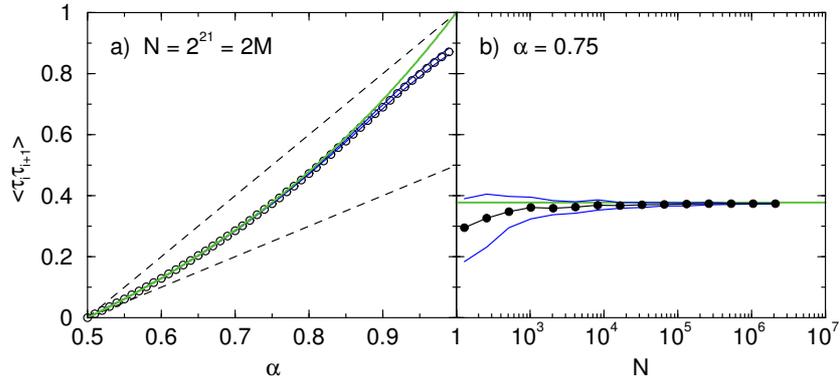


Abbildung 2.14: Numerische und theoretische Werte der Nächstenachbarkorrelationen $C^V(1) = \langle \tau_i \tau_{i+1} \rangle$. a) Abhängigkeit der Nächstenachbarkorrelationen von dem Fluktuations-exponenten α ($\gamma = 2 - 2\alpha$). Aufgetragen sind die für künstliche Reihen (Gauß, $N = 2^{21} = 2M$, $\sigma_0 = 1$) bestimmten Mittelwerte von $C^V(1)$ (offenes \circ), sowie als blaue durchgezogene Linien deren Standardabweichungen aus 100 Konfigurationen. Zudem ist als grüne durchgezogene Linie der theoretische Verlauf gemäß Gl. (2.48) eingezeichnet (endet beim Punkt (1;1)). Die gestrichelten Linien haben Steigung 1 und 2. b) Abhängigkeit der Nächstenachbarkorrelationen von der Reihenlänge N für jeweils 100 Konfigurationen mit $\alpha = 0,75$ und $\sigma_0 = 1$. Dargestellt sind wieder die gemessenen Mittelwerte (gefülltes \circ), deren Standardabweichung (blaue Linien) und der theoretische Wert aus Gl. (2.48). Es zeigt sich ein „finite-size-effect“ (Effekt endlicher Größe), nämlich daß bei kurzen Reihen systematisch ein anderer Wert gefunden wird, der sich bei längeren Reihen aber schnell einem Grenzwert annähert.

der künstlichen Reihe von Abb. 2.13e)-h) werden auch hier die Abhängigkeiten zwischen den aufeinanderfolgenden Werten deutlich. Die $C(1)$ -Werte und somit die eingezeichneten Geraden sind für die verschiedenen Aggregationsstufen ungefähr konstant, was ein Anzeichen von Langzeitkorrelationen ist.

Die Bedeutung von $C(1)$

Üblicherweise wird wie in Gl. (2.4) die Autokorrelationsfunktion von Langzeitkorrelationen als proportional zu einem Potenzgesetz angegeben. Es stellt sich aber die Frage welches die Proportionalitätskonstante ist, so daß man ein Gleichheitszeichen verwenden kann

$$C(s) = \text{const} \cdot s^{-\gamma} . \quad (2.42)$$

Offensichtlich divergiert dieser Ausdruck für $s \rightarrow 0$, weshalb das Verhalten bei kleinen Skalen unklar ist. Makse u. a. 1996 [135] begegnen dem Problem der Polstelle, indem sie

$$C(s) = (1 + s^2)^{-\gamma/2} \quad (2.43)$$

definieren. Diese Form erfüllt

$$1. \text{ Bedingung: } C(s) \sim s^{-\gamma} \text{ für } s > s_{\times} \quad (2.44)$$

$$2. \text{ Bedingung: } C(0) = 1 . \quad (2.45)$$

2.3 Eigenschaften langzeitkorrelierter Datenreihen

Allgemein genügt ihnen auch

$$C(s) = (1 + s^n)^{-\gamma/n} , \quad (2.46)$$

wobei der Parameter n die Stärke der Krümmung und somit s_\times bestimmt. Das Problem an Gl. (2.43) ist, daß

$$3. \text{ Bedingung: } C(1) = \langle \tau_i \tau_{i+1} \rangle \quad (2.47)$$

schlecht erfüllt wird. Der Ausdruck $C(1) = 2^{-\gamma/2}$ paßt zwar ganz gut zu den beobachteten Werten bei $\gamma \rightarrow 0$ ($\alpha \rightarrow 1$), aber gar nicht bei $\gamma \rightarrow 1$ ($\alpha \rightarrow 0,5$): $C_{\gamma \rightarrow 1}(1) = 2^{-1/2} \neq 0$. Damit diese beiden Grenzwerte halbwegs stimmen, müßte $C(1) = (2^{1-\gamma} - 1)$, der Einfachheit für $n = 1$, lauten. Dann ist $C_{\gamma \rightarrow 0}(1) = 2^1 - 1 = 1$ und $C_{\gamma \rightarrow 1}(1) = 2^0 - 1 = 0$. Es stellt sich aber die Frage, ob die Basis 2 stimmt, oder nicht doch eher durch einen Parameter gegeben ist. Ein allgemeiner Ansatz und nicht-lineares Fitten führen dann zu dem Ausdruck

$$C(1) = \frac{e^{1-\gamma} - 1}{e - 1} , \quad (2.48)$$

der gut zu den Ergebnissen von künstlichen gaußverteilten Reihen paßt. Dabei ist $C(1)$ eine Funktion von γ und eingeschränkt auf den Bereich $0 < C(1) < C(0)$. Für Abb. 2.14 wurden langzeitkorrelierte Reihen mit der FFM erzeugt und deren Nächstenachbarkorrelationen $\langle \tau_i \tau_{i+1} \rangle$ berechnet, für verschiedene Korrelationsexponenten γ , Abb. 2.14a), und Reihelängen N , Abb. 2.14b). Es zeigt sich eine schwache Systemgrößenabhängigkeit („*finite-size-effect*“) bei Reihelängen bis $N \lesssim 1000$, dessen Ursache unklar ist, der Grenzwert wird aber schnell erreicht. Möglicherweise spielt dabei die Art der Reihenerzeugung eine Rolle. Die Abhängigkeit der $\langle \tau_i \tau_{i+1} \rangle$ von dem Fluktuationsexponenten α in Abb. 2.14a) läßt sich bis auf $\alpha \lesssim 0,8$ mit Gl. (2.48) erklären. Die Abweichungen sind entweder auf die Erzeugung der Reihen mittels FFM zurückzuführen, oder auf den Verlauf von $\langle \tau_i \tau_{i+1} \rangle$ für $\alpha \geq 1$. Bei $\alpha = 1,5$, dem Profil bzw. „*Random Walk*“ (Irrläufer), ist wegen Gl. (2.61) und (2.66) $C(1) = 1$ fest. Wenn $C(1)$ als Funktion von α an der Stelle $\alpha = 1$ differenzierbar sein soll, also keine Ecke aufweisen soll, dann muß die beobachtete Abrundung auftreten.

Ein Ausdruck für $C(s)$, der die Bedingungen Gl. (2.44+2.45) und (2.47) mit Gl. (2.48) erfüllt, lautet

$$C(s) = \left(1 + \left[\left(\frac{e^{1-\gamma} - 1}{e - 1} \right)^{-\frac{1}{\gamma} \cdot n} - 1 \right] \cdot s^n \right)^{-\gamma/n} \quad (2.49)$$

mit dem Parameter n aus Gl. (2.46). Dieser Ansatz berücksichtigt nicht $C(1 < s < s_\times)$. Vergleicht man Gl. (2.49) mit (2.46) dann sieht man, daß sich die beiden Zusammenhänge nur um die eckige Klammer, einen in s konstanten Faktor $f(\gamma)$ unterscheiden.

Leider ist Gl. (2.49) recht kompliziert und für die meisten Fragestellungen unbrauchbar. Man muß bedenken, wieviel man mit dem unhandlichen Ausdruck und dem zusätzlichen Parameter n gewinnt. Es ist eine Frage der Einfachheit. Für viele Anwendungen genügt es, die Proportionalität (2.4) zu kennen. Braucht man eine Proportionalitätskonstante wie in Gl. (2.42), dann bietet sich die Näherung

$$C(s) \approx \langle \tau_i \tau_{i+1} \rangle \cdot s^{-\gamma} , \quad s \geq 1 \quad (2.50)$$

an, die sich aus Gl. (2.49) ableiten läßt. Als Proportionalitätsfaktor sind die Nächstenachbarkorrelationen naheliegend, da sie die Bedingung Gl. (2.47) erfüllen. Diese Approximation wird im Kap. 2.3.2 verwendet.

2 Langzeitkorrelationen

Abschließend sei noch angemerkt, daß die Ausführungen in diesem Abschnitt auf der Idee einer idealen langzeitkorrelierten Reihe beruhen. In der Praxis treten solche Idealfälle selten auf. Normalerweise sind echte Reihen entweder mit unkorreliertem Rauschen überlagert (zu kleines $C(1)$) oder zeigen Kurzzeitkorrelationen (zu großes $C(1)$), siehe Abb. 2.8. Mittels Aggregation (Kap. 2.3.2) lassen sich solche Einflüsse zwar ausschalten, doch dann sind die Reihen meist sehr kurz. Der Ausdruck Gl. (2.48) $C(1) = f(\gamma)$ beschreibt also einen Idealfall unter „Laborbedingungen“. Nichtsdestotrotz hat Gl. (2.50) eine gewisse Bedeutung in der beschriebenen Folgewertstatistik und für Gl. (2.56) im nun folgenden Kap. 2.3.2.

Wird eine langzeitkorrelierte Reihe additiv mit unkorreliertem Rauschen überlagert, dann findet man in der DFA zumindest auf kleinen Skalen eine zu kleine Steigung nahe 0,5 (siehe oben). Im Gegensatz dazu werden bei der geschätzten Autokorrelationsfunktion solche Anteile herausgemittelt und es ergibt sich trotzdem das Potenzgesetz auf kleinen Skalen, nur eben tiefer – mit einem kleineren $C(1)$.

2.3.2 Mittelwerte und Mittelwertdifferenzen

Langzeitkorrelationen

Ein gängiges Mittel zur Betrachtung von langfristigen Entwicklungen einer Zeitreihe ist das gleitende Mittel („*moving*“ bzw. „*running average*“). Dabei wird ein Fenster der Länge m kontinuierlich über die Reihe geschoben und bei jedem Schritt der Mittelwert berechnet. Es entsteht eine neue Reihe, die $N - m + 1$ Werte lang ist.

Mit den folgenden Ausführungen sollen zum einen die Auswirkungen von Langzeitkorrelationen auf Mittelwerte und Mittelwertsdifferenzen, veranschaulicht werden, wobei auch der Vergleich zu Kurzzeitkorrelationen gezogen wird. Zum anderen dienen sie als Grundlage für Kap. 3.3, wo Temperaturreihen der nördlichen Hemisphäre untersucht werden. Die Differenzen aus über viele Jahre gemittelten (aggregierten) Werten können als Anstieg (bzw. Abfallen) aufgefaßt werden. Hier wird erörtert, welche typischen Differenzen aufgrund der Langzeitkorrelationen natürlich auftreten.

Dazu werden in diesem Abschnitt zunächst Mittelwerte nicht überlappender Fenster (vgl. DFA, Kap. 2.2.1) untersucht. Die Werte werden also wie im vorhergehenden Kapitel 2.3.1 aggregiert, so daß die entstehende Reihe $\text{int}(N/m)$ Werte lang ist. Mit $m = 365$ werden etwa aus täglichen Temperaturmessungen die Jahresmittelwerte.

Ausgehend von einer stationären Reihe der Länge N mit $\langle \tau_i \rangle = 0$ und $\sigma_0^2 \simeq \langle \tau_i^2 \rangle = 1$

ursprüngliche Reihe: $\tau_i \quad i = 1, \dots, N$

wird die

$$\text{Mittelwertreihe: } \tau_i^{(m)} = \frac{1}{m} \sum_{\nu=1}^m \tau_{m \cdot (i-1) + \nu} \quad i = 1, \dots, \text{int}(N/m) \quad (2.51)$$

gebildet.

Nun kann man nach der Standardabweichung dieser neuen Reihe fragen. Die Varianz lautet

$$\sigma_{(m)}^2 = \frac{1}{N/m - 1} \sum_{i=1}^{N/m} \left(\tau_i^{(m)} \right)^2$$

und mit Gl. (2.51)

$$\sigma_{(m)}^2 = \frac{1}{N/m - 1} \sum_{i=1}^{N/m} \left(\frac{1}{m} \sum_{\nu=1}^m \tau_{m \cdot (i-1) + \nu} \right)^2 .$$

Wenn man die erste Summe ausschreibt und Langzeitkorrelationen in der Form von Gl. (2.4) betrachtet, kann man Gl. (2.12) verwenden (da bei der konventionellen FA gilt $F(1) = \sigma_0$, ist die Proportionalitätskonstante in Gl. (2.12) gleich der Standardabweichung σ_0)

$$\begin{aligned} \sigma_{(m)}^2 &= \frac{1}{N/m - 1} \left\{ \underbrace{\left(\frac{1}{m} \sum_{\nu=1}^m \tau_{\nu} \right)^2}_{\sigma_0 m^\alpha} + \underbrace{\left(\frac{1}{m} \sum_{\nu=1}^m \tau_{m+\nu} \right)^2}_{\sigma_0 m^\alpha} + \dots \right\} \\ &= \frac{1}{N/m - 1} \left(\frac{1}{m^2} \sigma_0^2 m^{2\alpha} \right) \frac{N}{m} , \end{aligned}$$

so daß die Standardabweichung der Mittelwertreihe, Gl. (2.51), in Abhängigkeit von m lautet

$$\sigma_{(m)} \simeq \sigma_0 \cdot m^{\alpha-1} \sim m^{-\gamma/2} . \quad (2.52)$$

Da der Fluktuationsexponent typischerweise im Bereich $0,5 \leq \alpha < 1,0$ liegt, nimmt die Standardabweichung der Mittelwertreihe potenzgesetzartig mit wachsender Intervallgröße m ab. Dabei fällt $\sigma_{(m)}$ für unkorrelierte Reihen sehr schnell ab, während es bei Langzeitkorrelationen deutlich größer ist. Diese wichtige Beziehung wurde z.B. in Abb. 2.13 verwendet, um die Achsen zu skalieren.

Es sei noch angemerkt, daß

$$\sigma_{(m)}^2 = \frac{F^2(m)}{m^2}$$

gilt, wobei $F(m)$ die Fluktuationsfunktion der konventionellen Fluktuationsanalyse ist. Dies läßt sich damit verstehen, daß die Mittelwerte wie das Kumulieren der FA eine Summation darstellen. Der Nenner $1/m^2$ taucht auf, weil bei der Mittelwertreihe Gl. (2.51) zusätzlich durch m dividiert wird.

Im nächsten Schritt sollen Differenzen zwischen Werten der Mittelwertreihe berechnet werden und speziell die Standardabweichung der Differenzen. Sie gibt an, welche langfristigen (bei genügend großen m und q) typischen Zu- oder Abnahmen im Verlauf der Reihe auftreten. Die Differenz zweier Mittelwerte $\tau^{(m)}$, die durch q voneinander getrennt sind, wird definiert durch

$$\Delta T_i(m, q) := \tau_{i+q}^{(m)} - \tau_i^{(m)} . \quad (2.53)$$

Die Größe ist in Abb. 2.15 beispielhaft visualisiert. Bei dem Index i besteht eine gewisse Willkür je nach dem, welcher Zeit die Mittelwerte bzw. die Differenz zugeordnet werden sollen.

2 Langzeitkorrelationen

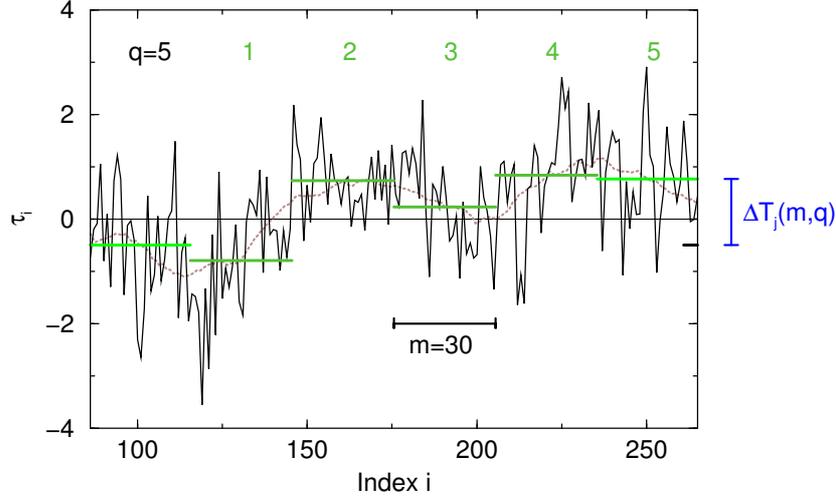


Abbildung 2.15: Illustration zur Berechnung der Mittelwertdifferenzen $\Delta T_j(m, q)$. In Schwarz ist ein Ausschnitt einer Zeitreihe ($\alpha = 0,75$) gezeigt, dessen gleitendes Mittel, Gl. (2.58), der Fenstergröße $m = 30$ gepunktet und braun gezeichnet ist. Die horizontalen grünen Balken stellen die Mittelwerte $\tau^{(m)}$ in den nicht überlappenden Fenstern dar. Die Größe $\Delta T_j(m, q)$ wird definiert als Differenz zweier Mittelwerte, die durch q voneinander getrennt sind (senkrechter blauer Maßstab), hier $q = 5$.

Die Varianz dieser Differenzen lautet weiter

$$\begin{aligned}
 \sigma^2(m, q) &= \frac{1}{(N/m - q) - 1} \sum_{i=1}^{N/m-q} (\Delta T_i(m, q))^2 & (2.54) \\
 &\simeq \left\langle \left(\tau_{i+q}^{(m)} - \tau_i^{(m)} \right)^2 \right\rangle_{i=1 \dots \frac{N}{m} - q} \\
 &= \langle \tau_{i+q}^{(m)} \tau_{i+q}^{(m)} \rangle + \langle \tau_i^{(m)} \tau_i^{(m)} \rangle - 2 \cdot \langle \tau_{i+q}^{(m)} \tau_i^{(m)} \rangle \\
 &\simeq 2 \cdot \left(\sigma_{(m)}^2 - C_{(m)}^V(q) \right) \\
 &\simeq 2 \cdot \left(\sigma_{(m)}^2 - C^V(q \cdot m) \right) , & (2.55)
 \end{aligned}$$

wobei $C_{(m)}^V(q)$ die Autokovarianzfunktion, Gl. 2.2, der Mittelwertreihe $\tau_i^{(m)}$ in der Aggregationsstufe (m) ist als Funktion der Skala q . Ferner wurde im letzten Schritt die Näherung $C_{(m)}(q) \approx C(m \cdot q)$ unter der Voraussetzung eines asymptotischen Potenzgesetzes genutzt. Das \simeq -Zeichen wurde verwendet, weil die Varianz durch $\sigma_0^2 = \frac{1}{n-1} \sum^n (x - \langle x \rangle)^2$ gegeben ist, die Mittelung aber durch $\langle \cdot \rangle = \frac{1}{n} \sum^n (\dots)$, was für große n egal ist ($n - 1 \simeq n$). Setzt man Gl. (2.52) in (2.55) ein und zieht die Wurzel, um die Standardabweichung zu erhalten, so ergibt sich für Langzeitkorrelationen ($0,5 \leq \alpha < 1,0$) mit Gl. (2.50),

$$\begin{aligned}
 \sigma(m, q) &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{\sigma_0^2 m^{2(\alpha-1)} - \langle \tau_i \tau_{i+1} \rangle (m \cdot q)^{-(2-2\alpha)}} \\
 &= \sqrt{2} \sigma_0 \cdot m^{-(1-\alpha)} \sqrt{1 - C(1) \cdot q^{-2(1-\alpha)}} . & (2.56)
 \end{aligned}$$

2.3 Eigenschaften langzeitkorrelierter Datenreihen

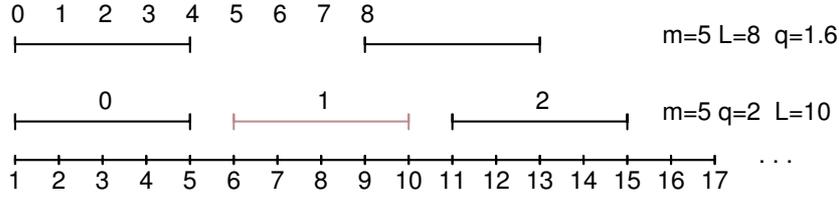


Abbildung 2.16: Veranschaulichung der Größen L , q und m bei der Berechnung der Mittelwertdifferenzen ΔT_i . Das Fenster zur Berechnung der Mittelwerte bzw. gleitenden Mittel hat die Größe m . Bei der Mittelwertdifferenz werden die Mittelwerte subtrahiert, die entweder durch q Fenster voneinander getrennt sind (mittlere Reihe) oder durch L Einheiten der ursprünglichen Reihe (obere Reihe). Es gilt Gl. (2.59): $L = q \cdot m$.

Wie zu erwarten, hängt $\sigma(m, q)$ potenzgesetzartig von beiden Variablen m und q ab, und zwar für $0,5 \leq \alpha < 1,0$ mit m abfallend und mit q ansteigend, was sich intuitiv auch nachvollziehen läßt. Für $\alpha > 1$ werden die Werte von $\sigma(m, q)$ wieder kleiner, weil die Vorgabe einer endlichen Standardabweichung (in der Regel $\sigma_0 = 1$) die Differenzen klein werden läßt. Die Reichweite des Random Walk kommt nicht weit über ± 1 hinaus, da er herunterskaliert wird. Ein ähnlicher Effekt wird von Kantelhardt u. a. 2000 [112] beschreiben.

Als obere und untere Schranken kann man für $\sigma(m, q)$

$$\sqrt{2}\sigma_0 m^{-(1-\alpha)} > \sigma(m, q) > \sqrt{2}\sigma_0 m^{-(1-\alpha)} \sqrt{1 - q^{-2(1-\alpha)}} \quad (2.57)$$

angeben, für $q \rightarrow \infty$ bzw. $\langle \tau_i \tau_{i+1} \rangle / \sigma_0 \rightarrow 1$. Für den unkorrelierten Fall verschwinden die Nächstenachbarkorrelationen und man erhält $\sigma(m, q) = \sqrt{2}\sigma_0 m^{-1/2}$.

Zur Verallgemeinerung sollen nicht nur ganzzahlige q möglich sein, sondern beliebige Abstände zwischen den beiden Fenstern. Dazu ist das gleitende Mittel

$$\tilde{\tau}_i^{(m)} := \frac{1}{m} \sum_{j=i-m_1}^{i+m_2} \tau_j \quad \text{mit} \quad \begin{array}{ll} m_1 = m_2 = \text{int}(m/2) & \text{für ungerade } m \\ m_1 = m/2 \quad m_2 = m/2 - 1 & \text{für gerade } m \end{array} \quad (2.58)$$

über m Jahre erforderlich. Es wirkt glättend und stellt einen Tiefpaßfilter dar, siehe z.B. [38]. Außerdem wird definiert

$$L := q \cdot m, \quad (2.59)$$

siehe Abb. 2.16, so daß in Abb. 2.15 $L = q \cdot m = 5 \cdot 30 = 150$ ist. Dann beschreibt $\Delta T_j(m, L) := \tilde{\tau}_{i+L}^{(m)} - \tilde{\tau}_i^{(m)}$ die Differenz zwischen den Punkten des gleitenden Mittels mit Fenstergröße m (Gl. (2.58)), die um L Werte in der ursprünglichen Reihe τ_i getrennt sind. Die Standardabweichung, Gl. (2.56), der $\Delta T_j(m, L)$ lautet dann für Langzeitkorrelationen ($0,5 \leq \alpha < 1,0$)

$$\sigma(m, L) = \sqrt{2}\sigma_0 \cdot m^{-(1-\alpha)} \sqrt{1 - C(1) \cdot \left(\frac{L}{m}\right)^{-2(1-\alpha)}}. \quad (2.60)$$

Für Abb. 2.17 wurden künstliche langzeitkorrelierte Reihen mittels FFM erzeugt. Zu diesen konnten dann die Mittelwerte und deren Differenzen $\Delta T_i(m, q)$, Gl. (2.53), berechnet werden. Die Standardabweichungen $\sigma(m, q)$, Gl. (2.56), sind für verschiedene Parameter dargestellt.

2 Langzeitkorrelationen

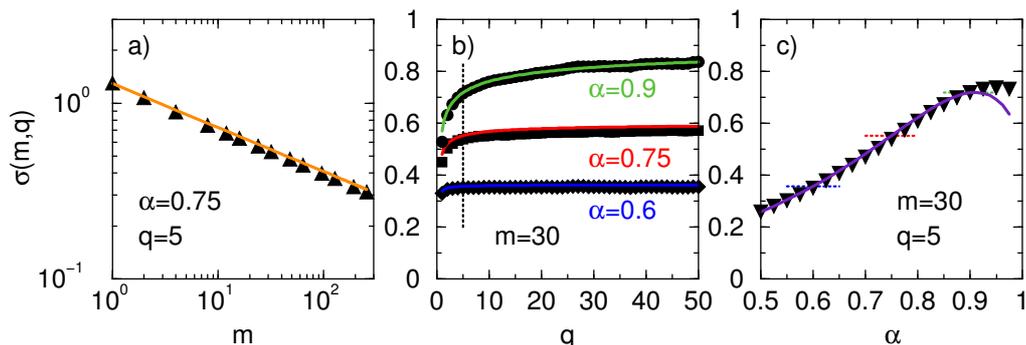


Abbildung 2.17: Abhängigkeit der Standardabweichung der Mittelwertdifferenzen $\sigma(m, q)$ von der Fenstergröße m der Mittelwerte, von der Anzahl q der dazwischen liegenden Intervalle und von dem Fluktuationsexponenten α . a) Die Standardabweichung $\sigma(m, q)$ gegen die Fenstergröße m bei festem Intervallabstand $q = 5$ und für $\alpha = 0,75$ ($\gamma = 0,5$), unter normierten Bedingungen $\sigma_0 = 1$. b) $\sigma(m, q)$ gegen q für $m = 30$ und die α -Werte 0,6; 0,75; 0,9 ($\gamma = 0,8; 0,5; 0,2$, von oben \circ, \square, \diamond). c) $\sigma(m, q)$ gegen den Fluktuationsexponenten α für $m = 30$ und $q = 5$ ($\sigma_0 = 1$). Mit zunehmender Ausprägung der Langzeitkorrelationen wächst die Standardabweichung der Mittelwertdifferenzen. Die durchgezogene Linie ist durch Gl. (2.56) gegeben, wobei $C(1)$ numerisch bestimmt wurde.

In Abb. 2.17a) findet sich das Potenzgesetz $m^{-(1-\alpha)}$ wieder, das im Grunde auf das Aggregieren in Gl. (2.51) zurückzuführen ist. Ferner wächst die Standardabweichung $\sigma(m, q)$ mit zunehmendem Abstand zwischen den Mittelwertfenstern, wie in Abb. 2.17b) zu sehen ist. Erwartungsgemäß ist die Verteilung der Mittelwertdifferenzen $\Delta T_i(m, q)$ bei stärkeren Langzeitkorrelationen breiter (Abb. 2.17c)).

Bei α nahe 1, sind die Langzeitkorrelationen an der Grenze zur Instationarität. Da die Reihen normiert sind, werden die Fluktuationen klein gehalten [112], so daß es in diesem Bereich zu Abweichungen zwischen den berechneten und den theoretischen Werten kommt.

Die Größe $\sigma(m, L)$, Gl. (2.60) wird in Kap. 3.3 genutzt, um die natürliche Variabilität von Temperatur-Rekonstruktionen der nördlichen Hemisphäre zu quantifizieren. Dabei spielen die hier gewonnenen Erkenntnisse über den Einfluß von Langzeitkorrelationen eine wesentliche Rolle. Für die auftretenden Abweichungen lassen sich Wahrscheinlichkeiten bestimmen. Ist eine solche sehr klein, so ist der Verdacht begründet, daß es sich um einen Trend handelt. Dabei werden jedoch keine direkten Aussagen über Trends gemacht, es kann lediglich quantifiziert werden, wie unwahrscheinlich starke Anstiege oder Abfälle sind.

Kurzzeitkorrelationen

An den vorhergehenden Abschnitt anknüpfend werden zum Vergleich nun die Differenzen der Mittelwertreihe und die Standardabweichung der Differenzen für kurzzeitkorrelierte Reihen behandelt. Hierzu kann man den einfachsten autoregressiven Prozeß (AR1) untersuchen. Er stellt nur ein simples Element einer großen Klasse von Kurzzeitprozessen dar, der sog. ARMA-Modelle [11]. Dabei setzt sich das Akronym aus AR für „autoregressiv“, also selbst-rückgrei-

2.3 Eigenschaften langzeitkorrelierter Datenreihen

fend, und MA für „moving average“ (gleitendes Mittel) zusammen. Sie bilden allgemeine lineare Modelle für stationäre und stochastische Prozesse.

Das AR1-Modell lautet iterativ

$$\tau_{i+1} = \lambda \cdot \tau_i + \eta_i \quad 0 < \lambda < 1 \quad (2.61)$$

mit der unkorrelierten gaußverteilten Reihe η_i mit $\langle \eta_i \rangle = 0$ und einem Startwert τ_0 , z.B. 0. Die resultierende Varianz $\langle \tau_i^2 \rangle$ hängt von der Varianz $\langle \eta_i^2 \rangle$ und λ ab, siehe Gl. (2.67). Der Parameter λ steuert die Stärke der Kurzzeitkorrelationen. Je größer er gewählt wird, desto mehr geht der letzte Wert in den neuen ein.

Multipliziert man Gl. (2.61) mit τ_i und bestimmt die Mittelwerte, dann ist

$$\begin{aligned} \tau_{i+1} \cdot \tau_i &= \lambda \cdot \tau_i^2 + \eta_i \tau_i \\ \langle \tau_i \tau_{i+1} \rangle &= \langle \lambda \tau_i^2 \rangle + \langle \eta_i \tau_i \rangle \\ \langle \tau_i \tau_{i+1} \rangle &= \lambda \sigma_0^2, \end{aligned} \quad (2.62)$$

da τ_i und η_i unabhängig voneinander sind ($\langle \eta_i \tau_i \rangle = 0$).

Schreibt man $\lambda = \lambda^1$, dann gilt für die Autokovarianzfunktion allgemein bei dem Übergang $1 \rightarrow s$:

$$C^V(s) = \langle \tau_i \tau_{i+s} \rangle = \lambda^s \cdot \sigma_0^2 \quad (2.63)$$

$$\text{oder} \quad = \sigma_0^2 e^{s \ln \lambda} \quad 0 < \lambda < 1 \rightarrow \ln \lambda < 0$$

$$C^V(s) = \sigma_0^2 e^{-s/s_\times} \quad \text{mit } s_\times := \frac{-1}{\ln \lambda} \quad (2.64)$$

$$C(s) = e^{-s/s_\times} .$$

Die Autokovarianzfunktion des einfachen autoregressiven Modells, Gl. (2.61), entspricht also an der Stelle $s = 0$ der Varianz ($C^V(0) = \sigma_0^2$) und fällt sonst mit der Korrelationslänge s_\times exponentiell ab, die direkt mit λ zusammenhängt. Das heißt nach s_\times fällt $C^V(s)$ auf den $1/e$ -ten Teil von σ_0^2 ab.

Analog kann auch hier eine Mittelwertreihe $\tau_i^{(m)}$ untersucht werden, Gl. (2.51). Die Varianz lautet

$$\begin{aligned} \sigma_{(m)}^2 &= \frac{1}{N/m - 1} \sum_{i=1}^{N/m} \left(\tau_i^{(m)} \right)^2 \\ &= \frac{1}{N/m - 1} \sum_{i=1}^{N/m} \left(\frac{1}{m} \sum_{\nu=1}^m \tau_{m \cdot (i-1) + \nu} \right)^2 \\ &\simeq \left\langle \left(\frac{1}{m} \sum_{\nu=1}^m \tau_{m \cdot (i-1) + \nu} \right)^2 \right\rangle \\ &= \left\langle \frac{1}{m^2} \sum_{r=1}^m \sum_{s=1}^m \tau_r \tau_s \right\rangle, \end{aligned}$$

was noch unabhängig von der Form der Korrelationen ist. Beim letzten Schritt wurde das Quadrat ausgeführt (mit neuen Indizes), so daß jeder Eintrag der τ_i -Reihe mit jedem anderen multipliziert wird. In der Doppelsumme werden alle Einträge dieser $m \times m$ -Matrix

2 Langzeitkorrelationen

aufsummiert. Sie kann aufgeteilt werden in Einträge mit gleichen Indizes (Diagonale mit m Einträgen) und Einträgen mit ungleichen Indizes auf den Nebendiagonalen mit der Länge $|m - l|$ (im folgenden Ausdruck). Da die Matrix symmetrisch ist ($\tau_r \tau_s = \tau_s \tau_r$) gilt:

$$\sigma_{(m)}^2 = \frac{1}{m^2} \left(m \cdot C^V(0) + 2 \cdot \sum_{l=1}^{m-1} (m-l) C^V(l) \right) .$$

Setzt man den Ausdruck Gl.(2.64) als Autokovarianzfunktion ein, so ergibt sich [58]

$$\begin{aligned} \sigma_{(m)}^2 &= \frac{\sigma_0^2}{m^2} \left(m + 2 \sum_{l=1}^{m-1} (m-l) e^{-l/s_\times} \right) \\ &= \frac{\sigma_0^2}{m^2} \left(m + 2 \sum_{l=1}^{m-1} m \cdot a^l - 2 \sum_{l=1}^{m-1} l \cdot a^l \right) \quad \text{mit } a := e^{-1/s_\times} \\ &= \frac{\sigma_0^2}{m^2} \left(m + 2m \sum_{l=1}^{m-1} a^l - 2 \cdot a \cdot \frac{d}{da} \sum_{l=1}^{m-1} a^l \right) \\ &= \frac{\sigma_0^2}{m^2} \left(m + 2m \left(\frac{a^m - 1}{a - 1} - 1 \right) - 2a \frac{d}{da} \left(\frac{a^m - 1}{a - 1} - 1 \right) \right) \\ &= \frac{\sigma_0^2}{m^2} \left(m + 2m \frac{a^m - 1}{a - 1} - 2m - 2a \left(\frac{ma^{m-1}}{a - 1} - \frac{a^m - 1}{(a - 1)^2} \right) \right) \\ &= \frac{\sigma_0^2}{m^2} \left(-m - 2m \frac{1}{a - 1} + 2 \frac{a^{m+1} - a}{(a - 1)^2} \right) \\ &= \frac{\sigma_0^2}{m^2} \left(m \frac{1 + a}{1 - a} + 2 \frac{a^{m+1} - a}{(a - 1)^2} \right) \\ &= \frac{\sigma_0^2}{m^2} \left(m \frac{1 + e^{-1/s_\times}}{1 - e^{-1/s_\times}} + 2 \frac{e^{-(m+1)/s_\times} - e^{-1/s_\times}}{(e^{-1/s_\times} - 1)^2} \right) \\ &= \frac{\sigma_0^2}{m^2} \left(m \frac{1 + \lambda}{1 - \lambda} + 2 \frac{\lambda^{m+1} - \lambda}{(\lambda - 1)^2} \right) \end{aligned}$$

und

$$\sigma_{(m)}^2 = \sigma_0^2 \frac{2(\lambda^{m+1} - \lambda) - m(\lambda^2 - 1)}{m^2(\lambda - 1)^2} .$$

Für Kurzzeitkorrelationen des AR1-Prozesses lautet die Varianz der Differenzen zwischen zwei Werten der Mittelwertreihe $\tau_i^{(m)}$, die um q Segmente voneinander getrennt sind, mit Gl. (2.55) und Gl. (2.63)

$$\begin{aligned} \sigma^2(m, q) &\simeq 2 \cdot \left(\sigma_{(m)}^2 - C^V(q \cdot m) \right) \\ &= 2 \left(\frac{2(\lambda^{m+1} - \lambda) - m(\lambda^2 - 1)}{m^2(\lambda - 1)^2} \sigma_0^2 - \lambda^{q \cdot m} \sigma_0^2 \right) \end{aligned}$$

und somit für die Standardabweichung

$$\sigma(m, q) = \sqrt{2} \sigma_0 \sqrt{\frac{2(\lambda^{m+1} - \lambda) - m(\lambda^2 - 1) - m^2(\lambda - 1)^2 \lambda^{qm}}{m^2(\lambda - 1)^2}}$$

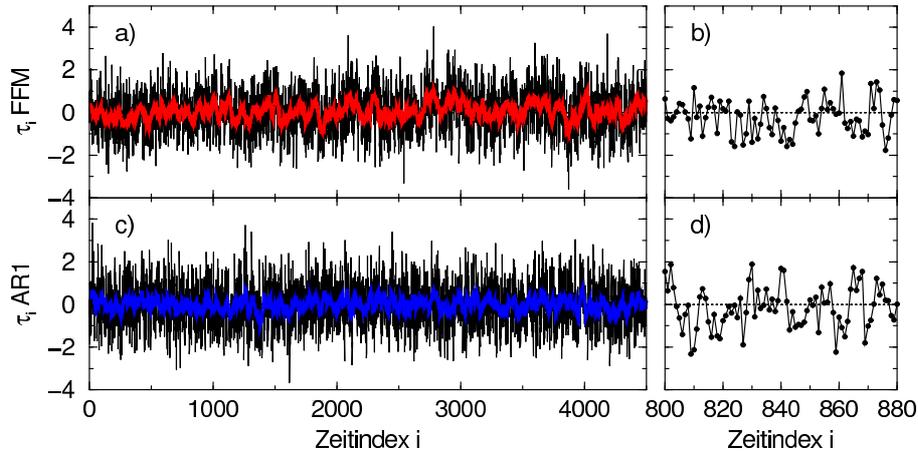


Abbildung 2.18: Beispiel einer langzeitkorrelierten Reihe, erzeugt mit der FFM, und einer kurzzeitkorrelierten, erzeugt mit dem AR1-Prozeß, mit gleichen Nächstenachbarkorrelationen $C(1)$ und Standardabweichung $\sigma_0 = 1$. Aufgetragen sind die τ_i gegen den Index i für a)+b) Langzeitkorrelationen und c)+d) Kurzzeitkorrelationen. In a)+c) sind zusätzlich die gleitenden Mittel der Fenstergröße $m = 30$ eingezeichnet. Auf kleinen Zeitskalen, Teilbilder b)+d), sehen sich beide Reihen qualitativ ähnlich, während sich die langzeitkorrelierte Reihe in a) auf großen Skalen weiter und länger vom Mittel entfernt als die kurzzeitkorrelierte in c), z.B. bei $i \approx 2800$.

bzw. wieder mit $q = \frac{L}{m}$, vgl. Abb. 2.16,

$$\sigma(m, L) = \sqrt{2}\sigma_0 \sqrt{\frac{2(\lambda^{m+1} - \lambda) - m(\lambda^2 - 1) - m^2(\lambda - 1)^2 \lambda^L}{m^2(\lambda - 1)^2}}. \quad (2.65)$$

Ganz ohne Korrelationen, also für $\lambda = 0$, erhält man $\sigma(m, q) = \sqrt{2}\sigma_0 m^{-1/2}$, was konsistent mit dem Ergebnis für Langzeitkorrelationen ist.

Modellierung

1. Langzeitkorrelationen:

Ohne es explizit zu beschreiben, wurden langzeitkorrelierte Reihen bereits mit künstlichen Reihen modelliert. Dabei wurde die Annahme gemacht, daß die zu modellierende Reihe gaußverteilt ist und ausschließlich Langzeitkorrelationen vorliegen. Die Modellierung besteht dann aus

- Quantifizierung der Langzeitkorrelationen mittels DFA
- Erzeugung der Modellreihe(n) mittels FFM
- Gegebenenfalls Anpassung von Mittelwert und Standardabweichung.

2. Kurzzeitkorrelationen:

Ähnlich lassen sich Reihen mit Kurzzeitkorrelationen modellieren, speziell mit dem einfachsten autoregressiven Prozeß (AR1). Dabei werden nur die Standardabweichung und

2 Langzeitkorrelationen

die Korrelationen bei der Skala $s = 1$ modelliert. Da die Autokorrelationsfunktion exponentiell abfällt, stellt die Modellreihe also eine Approximation für kleine Skalen dar. Auch hier gilt die Annahme der Gaußverteilung.

Um also eine Reihe zu erzeugen, die wie Gl. (2.64) korreliert ist, müssen in Gl. (2.61) der Parameter λ , der mit der Korrelationslänge s_\times zusammenhängt, und die Varianz des weißen Rauschens $\langle \eta^2 \rangle$ bekannt sein.

Sei x_i die zu modellierende Reihe, dann folgt aus Gl. (2.62) unmittelbar

$$\lambda = \frac{\langle x_i x_{i+1} \rangle}{\langle x_i^2 \rangle} = C(1) . \quad (2.66)$$

Ferner folgt aus Gl. (2.61)

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= \lambda x_i + \eta_i \\ \eta_i &= x_{i+1} - \lambda x_i \\ \eta_i^2 &= (x_{i+1} - \lambda x_i)^2 \\ &= x_{i+1}^2 - 2\lambda x_i x_{i+1} + \lambda^2 x_i^2 \\ \langle \eta_i^2 \rangle &= \langle x_{i+1}^2 - 2\lambda x_i x_{i+1} + \lambda^2 x_i^2 \rangle \\ &= \langle x_{i+1}^2 \rangle (1 + \lambda^2) - 2\lambda \langle x_i x_{i+1} \rangle , \end{aligned}$$

und mit Gl. (2.66)

$$\begin{aligned} \langle \eta_i^2 \rangle &= \langle x_i^2 \rangle \left(1 + \frac{\langle x_i x_{i+1} \rangle^2}{\langle x_i^2 \rangle^2} \right) - 2 \frac{\langle x_i x_{i+1} \rangle^2}{\langle x_i^2 \rangle} \\ &= \langle x_i^2 \rangle - \frac{\langle x_i x_{i+1} \rangle^2}{\langle x_i^2 \rangle} \\ \langle \eta_i^2 \rangle &= \langle x_i^2 \rangle (1 - \lambda^2) , \end{aligned}$$

so daß

$$\sigma_\eta \simeq \sigma_0 \sqrt{(1 - \lambda^2)} . \quad (2.67)$$

Mit diesen Betrachtungen ist es nun also möglich, mit dem AR1-Prozeß, Gl. (2.61), dem Parameter λ , gegeben durch Gl. (2.66), und der Standardabweichung von den unkorrelierten η_i , gegeben durch Gl. (2.67), zufällige kurzzeitkorrelierte Reihen zu erzeugen, die die gleiche Standardabweichung und gleichen Nächstenachbarkorrelationen zeigen wie die zu modellierende Reihe. Alternativ kann man auch das AR1-Modell mit gewünschtem λ anwenden und die erzeugte Reihe nachträglich normieren.

Zum Vergleichen der Effekte und Auswirkungen von Lang- und Kurzeitkorrelationen, ist es erforderlich, beide Typen zu modellieren, so daß sie ähnliche Eigenschaften aufweisen, konkret betrifft das die kleinen Skalen, weil dies der ‚gemeinsame Nenner‘ beider ist.

Solch ein Paar einer langzeitkorrelierten Reihe und assoziierter kurzzeitkorrelierten Reihe ist in Abb. 2.18 gezeigt. Über kleine Zeit sehen sich beide Reihen qualitativ ähnlich, aber über große unterscheiden sie sich in ihrer Persistenz. Diese Reihen wurden für Abb. 2.19 mit der direkt geschätzten Autokorrelationsfunktion und der konventionellen Fluktuationsanalyse untersucht. Aufgrund der Erzeugung sind sie stationär. Es zeigt sich, daß die Ergebnisse

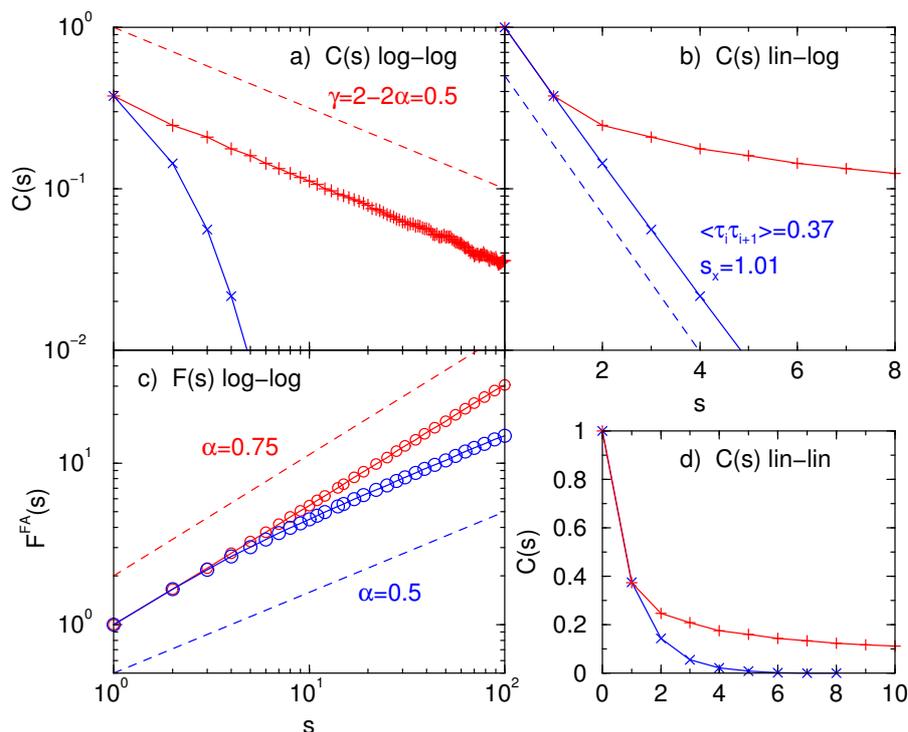


Abbildung 2.19: Vergleich von Lang- und Kurzzeitkorrelationen mit der geschätzten Autokorrelationsfunktion und der konventionellen Fluktuationsanalyse. Zunächst wurde eine langzeitkorrelierte Reihe mit $\alpha = 0,75$ generiert (rot) und anschließend wurde mit dem AR1-Prozeß, Gl. (2.61), eine kurzzeitkorrelierte Reihe erstellt (blau), die in σ_0 und $C(1)$ identisch mit der langzeitkorrelierten ist, Gl. (2.66) und (2.67). Gezeigt ist die Autokorrelationsfunktion in a) doppelt-logarithmischer, b) halb-logarithmischer und d) linearer Auftragung, außerdem in c) die konventionelle Fluktuationsanalyse in doppelt-logarithmischer Darstellung, siehe auch Abb. 2.4. Gestrichelt sind die entsprechenden Steigungen eingezeichnet. Erwartungsgemäß sind σ_0 und $C(1)$ bei beiden untersuchten Reihen gleich. Bei diesem einfachen Modell fällt $C(s)$ der kurzzeitkorrelierten Reihe sehr schnell ab, im Gegensatz zu der langzeitkorrelierten Reihe, wo $C(s)$ auch für große Skalen s positiv bleibt.

tatsächlich in σ_0 und $C(1)$ identisch sind (Abb. 2.19a-d)). Die Langzeitkorrelierte Reihe ist potenzgesetzartig korreliert, Gerade in a), und die kurzzeitkorrelierte Reihe ist exponentiell korreliert, Gerade in b). Der Unterschied zwischen den beiden wird bei der Fluktuationsanalyse erst bei größeren Skalen $s \approx 10$ deutlich. Mittels eines solchen Vergleichs kann man testen, welche statistischen Eigenschaften Reihen haben, die sich auf kurzen Skalen ähneln. Das ist dann relevant, wenn man prüfen will, wie sich die Unkenntnis von Langzeitkorrelationen auswirkt.

In Abbildung 2.20 sind die Standardabweichungen der Mittelwertdifferenzen $\sigma(m, L)$, aus Gl. (2.53) und (2.54), in Abhängigkeit des Fluktuationsexponenten α für Langzeitkorrelationen und assoziierte Kurzzeitkorrelationen gezeigt. Tatsächlich gibt es den Exponenten α bei Kurzzeitkorrelationen nicht bzw. er ist asymptotisch 0,5. Aufgrund der unterschiedlichen Natur der Parameter α und λ kann man die beiden Prozesse eigentlich nicht direkt vergleichen.

2 Langzeitkorrelationen

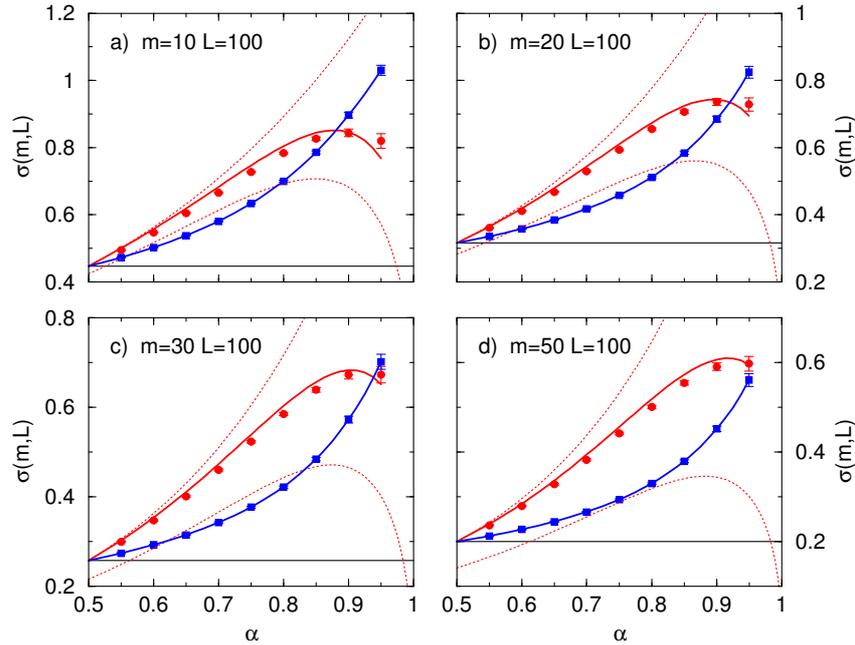


Abbildung 2.20: Standardabweichung der Mittelwertdifferenzen in Abhängigkeit der Stärke der Langzeitkorrelationen im Vergleich mit Kurzzeitkorrelationen. Aufgetragen ist $\sigma(m, L)$ gegen den Fluktuationsexponenten α . Dargestellt sind mit roten Symbolen die Werte für langzeitkorrelierte Reihen und mit blauen die Werte für die assoziierten kurzzeitkorrelierten Reihen, Gl. (2.61, 2.66, 2.67). Die Symbole zeigen die numerisch bestimmten Werten und die durchgezogenen Linien den Zusammenhang nach Gl. (2.60) bzw. (2.65), wobei für ersteres die Nächstenachbarkorrelationen numerisch bestimmt wurden, vgl. Abb. 2.17c). Zudem sind gepunktet die oberen und unteren Grenzen für Langzeitkorrelationen nach Gl. (2.57) aufgetragen. Die horizontale schwarze Linie stellt die Werte für unkorrelierte Reihen dar ($\alpha = 0,5$). Folgende Parameterkombinationen sind gezeigt: a) $m = 10, L = 100$ ($q = 10$); b) $m = 20, L = 100$ ($q = 5$); c) $m = 30, L = 100$ ($q = 3.33$) und d) $m = 50, L = 100$ ($q = 2$). Im relevanten Bereich $0,5 < \alpha \lesssim 0,85$ liegen die $\sigma(m, L)$ für Langzeitkorrelationen je nach Parameter deutlich über denen für das assoziierte AR1-Modell.

Deswegen muß man bei Abb. 2.20 im Hinterkopf behalten, daß die assoziierten kurzzeitkorrelierten Reihen in σ_0 und $C(1)$ gleich sind mit denen der langzeitkorrelierten bei einem Exponenten α . Man hätte auch λ an der Abszisse auftragen können. Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen den $\sigma(m, L)$ von künstlichen Reihen und den theoretischen Kurven, nach Gl. (2.60) und (2.65). Die Vorhersage für die Langzeitkorrelationen ist vor allem bei sehr starken Langzeitkorrelationen nicht so gut, was vermutlich mit dem Übergang zum instationären Bereich bei $\alpha = 1$, siehe Gl. (2.13), zu begründen ist. Für $\alpha \lesssim 0,85$ liegen die $\sigma(m, L)$ für Langzeitkorrelationen je nach Parameter m und L deutlich über denen der Kurzzeitkorrelationen. Daß letztere sich dann doch stärker als die Langzeitkorrelationen auswirken, ist auf die großen λ bei großen α zurückzuführen, denn für $\lambda \rightarrow 1$ stellt der AR1-Prozeß ein Profil dar. An Abb. 2.20 kann man erkennen, daß sich Langzeitkorrelationen deutlicher auswirken, wenn man die Fenstergröße des gleitenden Mittels m größer wählt.

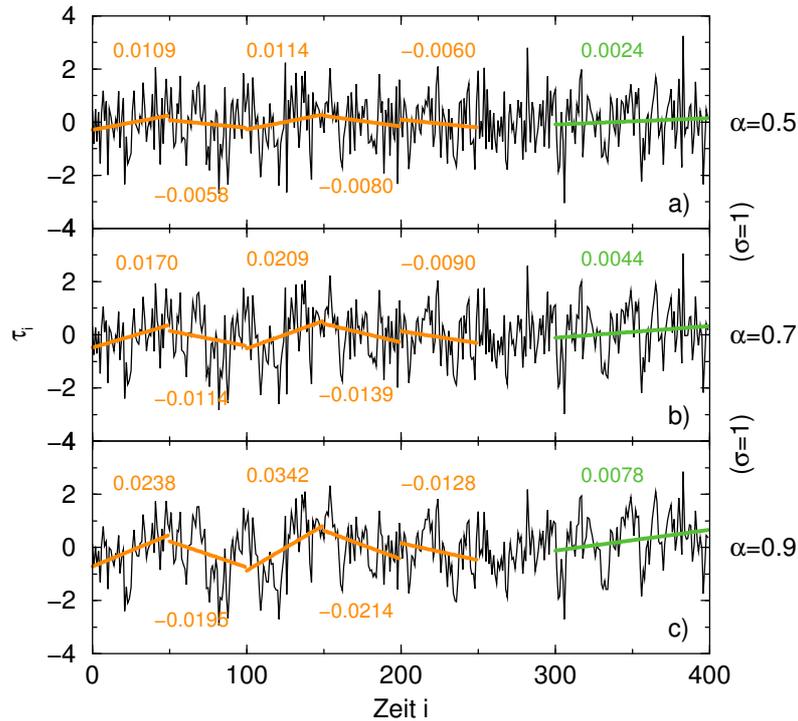


Abbildung 2.21: Beispiele von linearen Regressionen, die in Reihen unterschiedlicher Fluktuationsexponenten gefunden werden können. Gezeigt sind die normierten Reihen selbst, die mit der FFM erzeugt wurden (bis auf a)) mit den Fluktuationsexponenten a) $\alpha = 0,5$; b) $\alpha = 0,7$ und c) $\alpha = 0,9$. In Fenstern der Größe $s = 50$ (orange) und $s = 100$ (grün) wurden die linearen Regressionen eingezeichnet, deren Steigungen in der Nähe der Geraden angegeben sind. Es ist zu sehen, daß die Steigungen für $s = 100$ kleiner sind als für $s = 50$. Außerdem nimmt ihr Betrag mit größeren α , also stärkeren Langzeitkorrelationen, zu, während für die oberste unkorrelierte Reihen nur sehr kleine Steigungen gefunden werden.

Allerdings handelt es sich bei den hier untersuchten Kurzzeitkorrelationen um die einfachste Form. Wegen der Vorgabe gleicher σ_0 und $C(1)$ fällt Korrelationslänge eher klein aus, was sich erst bei großen λ und somit großen α ändert.

Voraussetzung für die Ausführungen in diesem Abschnitt ist die Gaußverteilung. Wie sich die Zusammenhänge bei anderen Grundverteilungen verhalten, wurde nicht untersucht. Zwei Spezialfälle wären noch zu nennen. Die Wahl $L = m$ wird im folgenden Kap. 2.3.3 verwendet. Für $L = 1$ fallen bis auf den ersten und letzten Summanden alle aus den Mittelwerten heraus, so daß man wieder etwas wie die Fluktuationsfunktion der konventionellen FA erhält ($\sigma(m, L = 1) = F(m)/m$).

2.3.3 Auswirkungen auf lineare Regressionen

Im vorhergehenden Kapitel 2.3.2 wurde ausgeführt, wie bei langzeitkorrelierten Reihen Abweichungen der Zufallsgröße von ihrem Mittelwert auftreten, so daß solche Abschnitte trendähnlich erscheinen können, ohne dabei tatsächlich instationär zu sein. Ein ähnlicher Ansatz be-

2 Langzeitkorrelationen

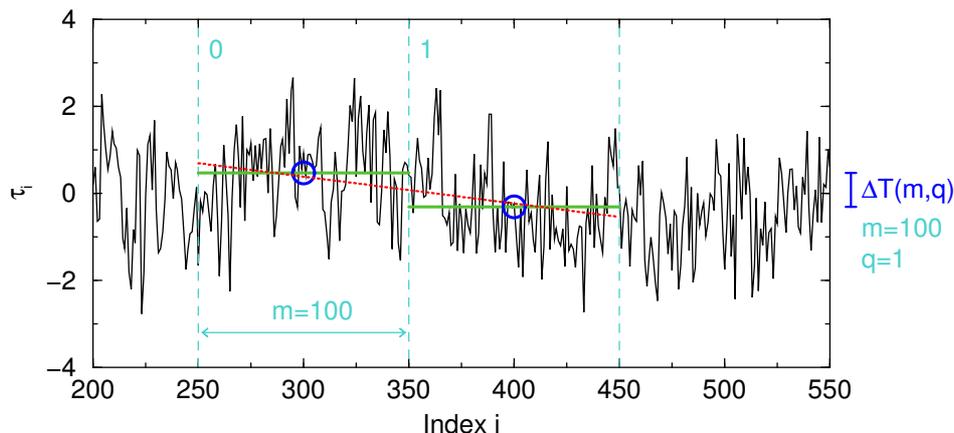


Abbildung 2.22: Beispiel einer Differenz aus Mittelwerten in zwei benachbarten Fenstern $\Delta T(m, q=1)$ und lineare Regression darin. Gezeigt ist eine beliebige Reihe τ_i gegen i mit zwei Fenstern der Größe $m = 100$ deren Mittelwerte als grüne horizontale Balken und blau Kreise dargestellt sind. Rot gestrichelt ist die lineare Regression über beide Fenster eingezeichnet. Die Differenz und die Steigung sind bis auf die Division durch die Fensterbreite (wegen des Differenzenquotienten) annähernd gleich.

steht darin, nicht Differenzen von Mittelwerten zu betrachten, sondern direkt Steigungen zu berücksichtigen. Intuitiv sind ähnliche Ergebnisse zu erwarten, da sich die Differenzen nur um die Division durch die Fensterbreite von dem Differenzenquotienten (Steigung) unterscheiden.

Den Effekt der trendähnlichen Epochen kann man untersuchen, indem in einer Reihe der Länge N in Fenstern der Größe s lineare Regressionen durchgeführt werden, siehe Abb. 2.21. Man erhält dann die Verteilung der auftretenden Steigungen, die bei einer stationären Reihe einen Mittelwert nahe Null hat und die Standardabweichung $\sigma_{\text{Stg}}(s)$. Man erwartet, daß die Verteilung um so schmaler wird, je größer die Fenster sind, in die die Ausgleichsgeraden gelegt werden. Außerdem ist eine Erhöhung von $\sigma_{\text{Stg}}(s)$ zu erwarten, je stärker die Langzeitkorrelationen sind, vgl. Abb. 2.21.

Vjushin u. a. 2001 [216] haben für die kumulierte Reihe Gl. (2.9) die Proportionalität $\sigma_{\text{Stg}}(s) \sim s^{-(1-\alpha)}$ hergeleitet und belegt. Da hier die eigentliche Reihe τ_i untersucht wird, ist $\sigma_{\text{Stg}}(s) \sim s^{-(2-\alpha)}$ zu erwarten, denn das Aufsummieren zum Profil stellt eine Integration dar.

Eine Näherung für die Abhängigkeit der $\sigma_{\text{Stg}}(s)$ läßt sich ausgehend von den Überlegungen zu Mittelwertdifferenzen anstellen. Abb. 2.22 zeigt beispielhaft eine beliebige Reihe. In zwei benachbarten Fenstern der Größe m wurden die Mittelwerte und deren Differenz $\Delta T(m, q)$ bestimmt. Die lineare Regression durch beide Fenster hat dann ungefähr die gleiche Steigung wie $\Delta T_i(m, q)/m$.

Also kann man mit Gl. (2.56) für $q = 1$

$$\sigma(m, 1) = \sqrt{2}\sigma_0 m^{-(1-\alpha)} \sqrt{1 - C(1)}$$

schreiben. Um die Steigung zu erhalten, muß zusätzlich durch die Fensterbreite m dividiert werden (Differenzenquotient). Darüberhinaus wird in Abb. 2.22 die Regression in der Fensterbreite $2m$ durchgeführt, die Differenz $\Delta T(q, m)$ bezieht sich aber auf $L = qm = 1m$,

2.3 Eigenschaften langzeitkorrelierter Datenreihen

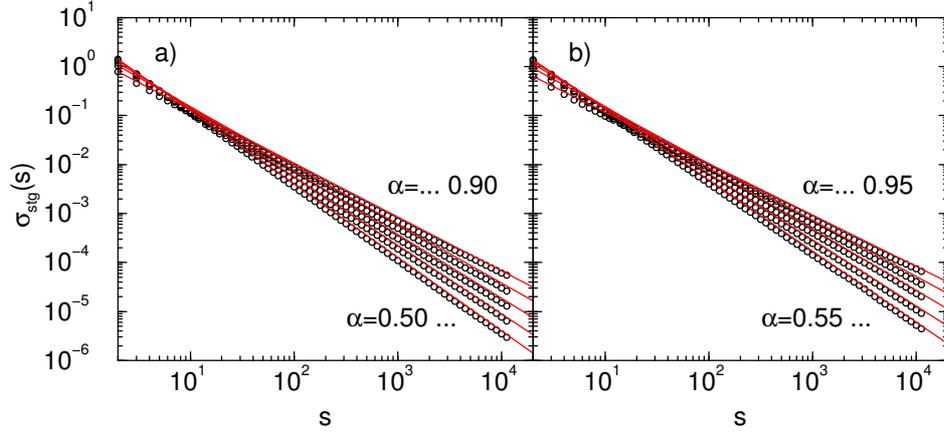


Abbildung 2.23: Standardabweichung der auftretenden Steigungen $\sigma_{Stg}(s)$ in Abhängigkeit der Fensterbreite s für verschiedene künstliche langzeitkorrelierte Reihen mit Fluktuationsexponenten α . Aufgetragen sind die gefundenen Werte (schwarze \circ) für die simulierten Reihen und die theoretischen Kurven nach Gl. (2.68) (rote Geraden) gegen s . Gezeigt sind a) $\alpha = 0,5; 0,6; \dots; 0,9$ und b) $\alpha = 0,55; 0,65; \dots; 0,95$. Für jeden Punkt wurde eine generierte gaußverteilte Reihe der Länge $N = 1\,048\,576$ untersucht. Für die theoretischen Kurven wurde kein Fit verwendet, sondern nur die vorgegebenen Werte für α und die numerisch bestimmten Werte von $C(1)$. Bei Langzeitkorrelationen nimmt die Breite der Verteilung der auftretenden Steigungen also potenzgesetzartig mit der Fenstergröße der Regressionen ab. Vom Betrag her treten um so größere Steigungen auf je stärker die Langzeitkorrelationen.

so daß $m = s/2$ mit $s \geq 2$ ersetzt werden muß. Dann ergibt sich:

$$\begin{aligned} \sigma_{Stg}(s) &\stackrel{m=s/2}{\approx} \sigma(m, 1)/m \\ &\stackrel{m=s/2}{\approx} \sqrt{2}\sigma_0 m^{\alpha-2} \sqrt{1 - C(1)} \\ &\approx \sqrt{2}\sigma_0 \left(\frac{s}{2}\right)^{\alpha-2} \sqrt{1 - C(1)} , \end{aligned}$$

also

$$\sigma_{Stg}(s) \approx 2^{2,5-\alpha} \sigma_0 s^{\alpha-2} \sqrt{1 - C(1)} . \quad (2.68)$$

Gleichung (2.68) ist für $s = 2$ konsistent mit der Standardabweichung der Differenzenreihe bzw. Reihe der Inkremente (die „Regression“ durch zwei aufeinanderfolgende Werte ist gleichzusetzen mit ihrer Differenz):

$$\begin{aligned} \langle (\tau_{i+1} - \tau_i)^2 \rangle &= \langle \tau_{i+1}^2 - 2\tau_{i+1}\tau_i + \tau_i^2 \rangle \\ &= 2\sigma_0^2 - 2C^V(1) \\ \sigma_{Stg}(2) &= \sqrt{2}\sigma_0 \sqrt{1 - C(1)} . \end{aligned}$$

Um diesen Ausdruck für die Standardabweichung der auftretenden Steigungen in Fenstern der Länge s , Gl. (2.68), in einer langzeitkorrelierten Reihe mit Fluktuationsexponenten α zu prüfen, wurden wie zuvor künstliche Reihen mit der Fourier Filter Methode (FFM), siehe

2 Langzeitkorrelationen

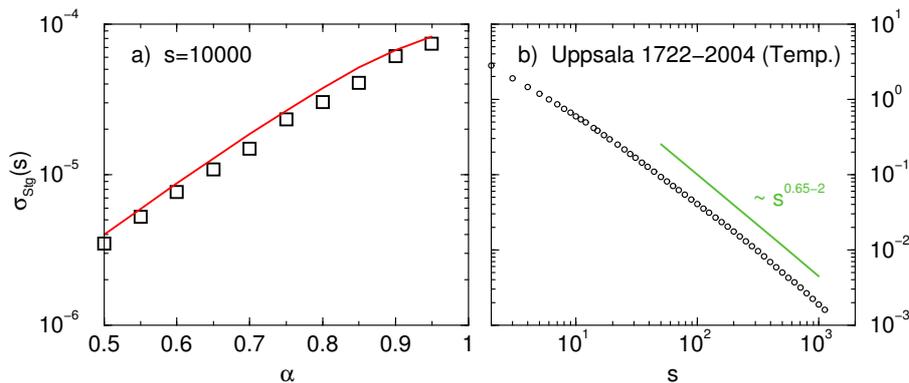


Abbildung 2.24: Abhängigkeit der Standardabweichung der auftretenden Steigungen von dem Fluktuationsexponenten und Standardabweichung der auftretenden Steigungen in der Temperaturreihe von Uppsala [12, 151]. a) Dargestellt sind die numerisch bestimmten Standardabweichungen $\sigma_{\text{Stg}}(s)$ (schwarze \square) für $s = 10\,000$, vgl. Abb. 2.23, und die theoretischen Werte (durchgezogene rote Linie) nach Gl. (2.68), aufgetragen gegen den Fluktuationsexponenten α . Zwischen den Werten von $\sigma_{\text{Stg}}(s)$ für $\alpha = 0,5$ und $\alpha = 0,65$, der typisch ist für Temperaturreihen, liegt mehr als ein Faktor 2. b) zeigt die Standardabweichung von den in der Temperaturreihe von Uppsala [12, 151] auftretenden Steigungen (\circ) gegen die Fitfensterbreite s . In grün ist ferner mit Bezug auf Gl. (2.68) und mit $\alpha = 0,65$ eine Gerade proportional zu $s^{0,65-2}$ eingezeichnet. Der Fluktuationsexponent, der mittels der DFA bestimmt wurde, spiegelt sich also auch in der Größe $\sigma_{\text{Stg}}(s)$ wieder.

Kap. 2.2.3, für verschiedene α erzeugt und $\sigma_{\text{Stg}}(s)$ von ihnen berechnet. Die Ergebnisse sind in Abb. 2.23 zusammen mit der theoretischen Abhängigkeit, Gl. (2.68), dargestellt. Die Proportionalität $s^{-(2-\alpha)}$ wird durch die Parallelität der gemessenen Werte und der theoretischen Kurven bestätigt. Bei Langzeitkorrelationen nimmt die Standardabweichung der auftretenden Steigungen mit der Fitfenstergröße ab, aber mit dem Fluktuationsexponenten zu. Die vertikale Lage, die durch den Proportionalitätsfaktor $2^{2,5-\alpha}\sigma_0\sqrt{1-C(1)}$ gegeben ist, stimmt nicht ganz so gut. Nur auf kleinen Skalen, wo die gemessenen $\sigma_{\text{Stg}}(s)$ eine Krümmung nach oben – ähnlich dem Artefakt der DFA – aufweisen, stimmen die Werte besser überein. Grob stellt Gl. (2.68) aber eine passable Näherung dar. Für die Abb. 2.23 und 2.24 wurden keine Fitparameter verwendet.

Die Abhängigkeit der Standardabweichung $\sigma_{\text{Stg}}(s)$ von dem Fluktuationsexponenten α ist in Abb. 2.24a) für das Beispiel $s = 10\,000$ grafisch dargestellt. Die Stärke der Langzeitkorrelationen wirkt sich sehr auf die auftretenden Steigungen aus. Zwischen dem Wert für $\alpha = 0,5$ (unkorreliert) und $\alpha = 0,95$ (fast instationär) liegt ungefähr ein Faktor 20. Zwischen $\alpha = 0,5$ und $\alpha = 0,65$ (typischer für Temperaturreihen) ist es ca. ein Faktor 2, so daß vom Betrag ungefähr doppelt so große Steigungen auftreten.

In Abb. 2.24b) ist die Standardabweichung der auftretenden Steigungen für die Temperaturreihe von Uppsala [12, 151] aufgetragen gegen die Fitintervalllänge s . Die gemessenen Werte laufen ungefähr parallel zu der eingezeichneten Geraden $\sim s^{0,65-2}$, was den mit der DFA bestimmten Fluktuationsexponenten $\alpha = 0,63$ bestätigt. Bei kleinen s -Werten ist die Kurve flacher, wie es wegen der angesprochenen Kurzzeitkorrelationen zu erwarten ist. Die Korrelationsstruktur spiegelt sich also in der Größe $\sigma_{\text{Stg}}(s)$ wieder. Eine Untersuchung wie für

2.3 Eigenschaften langzeitkorrelierter Datenreihen

Abb. 2.24b) ließe sich auch anstellen, wenn man statt der Standardabweichung der Steigungen die der Mittelwerte aufträgt. Man würde dann wegen Gl. (2.52) die Proportionalität $s^{\alpha-1}$ erhalten.

Folgende Erkenntnisse lassen sich zusammenfassen:

- Die Standardabweichung der auftretenden Steigungen in einer langzeitkorrelierten Reihe fällt potenzgesetzartig mit wachsender Fitintervalllänge ab, Abb. 2.23.
- Der Exponent des Potenzgesetzes hängt in der Art mit dem Fluktuationsexponenten α zusammen, daß $\sigma_{\text{Stg}}(s)$ mit stärkeren Korrelationen zunimmt, Abb. 2.24a).
- Die Standardabweichung $\sigma_{\text{Stg}}(s)$ läßt sich mit Gl. (2.68) annähernd beschreiben.
- In langzeitkorrelierten Reihen treten vom Betrag her größere Steigungen auf (die fälschlicherweise als Trends interpretiert werden können) als in unkorrelierten Reihen, siehe Abb. 2.21.

Persistenz, insbesondere Langzeitkorrelationen, äußern sich als statistische Tendenzen, die über längere Zeit auftreten und wie Trends erscheinen. Bei echten gemessenen Daten, die auch Langzeitkorrelationen aufweisen, führt dieses Charakteristikum zu einem Abgrenzungsproblem zwischen einer statistischen stationären Komponente und einer deterministischen systematischen Änderung, siehe Gl. (2.17). Die Identifikation von Trends ist Gegenstand von Kap. 3.

2 *Langzeitkorrelationen*

3 Analyse langjähriger Temperaturreihen: Langzeitkorrelationen und Trends

Das vorhergehende Kapitel widmete sich der Charakterisierung von Langzeitkorrelationen als besondere Form der statistischen Abhängigkeit in der Anordnung von Datenelementen. Dabei wurden Grundbegriffe definiert und einige Eigenschaften und Auswirkungen der Langzeitkorrelationen erörtert. Dank der modernen DFA-Methode und ihrer multifraktalen Erweiterung ist es möglich, die Langzeitabhängigkeiten zuverlässig zu quantifizieren.

Gegenstand dieses Kapitels ist zunächst die systematische Untersuchung von langen modellierten und gemessenen Temperaturreihen mit dem DFA-Verfahren. Dabei wird einerseits die Ubiquität von Langzeitkorrelationen in klimatischen Temperaturreihen untersucht. Andererseits werden die Simulationsläufe des betrachteten Klimamodells in dieser Hinsicht evaluiert.

Anschließend richtet sich die Fragestellung nicht mehr nach den zufälligen Änderungen in den Reihen, sondern nach den deterministischen, systematischen. Es geht dann um Instationaritäten, speziell des Mittelwertes, also um Trends. Ein einfaches Beispiel ist der Jahresgang, der normalerweise ausgeblendet wird. Er hat einen deterministischen Verlauf und man kann vorhersagen, daß es in Potsdam im Sommer normalerweise um rund 18°C wärmer ist als im Winter (Abb. 2.2). Dieser periodische Trend ist wegen der im Verhältnis zur Reihenhöhe kurzen Periodendauer noch relativ unkompliziert. Schwieriger ist es, langfristige Trends von Langzeitkorrelationen zu unterscheiden, da letztere wegen ihrer ausgeprägten Berg-und-Tal-Struktur trendähnlich erscheinen können, siehe Kap. 2.3, speziell Kap. 2.3.3. Umgekehrt können Trends, z.B. linearer Art, die mit Rauschen überlagert sind, Korrelationen vortäuschen, da beispielsweise zu Beginn tendenziell kleine Werte auf kleine folgen und am Ende eher große auf große.

Nur Dank trendbereinigender Methoden wie der DFA ist es überhaupt möglich, bei der Anwesenheit von Trends Korrelationen zu charakterisieren. Dabei hat man aber noch nichts über den unterliegenden Trend gelernt, denn die lokalen Trends aus Schritt 4 der DFA (S. 10) werden nicht weiter berücksichtigt. In [216] wurde zwar versucht, diese Information zu verwenden, der beobachtete Effekt ist aber nicht ausreichend, um schwache Trends zu detektieren.

Hier wird das Problem in zwei unterschiedlichen Situationen mit verschiedenen Ansätzen angegangen. Zunächst findet eine DFA-basierte Herangehensweise exemplarisch bei einer regionalen Analyse der Temperatur in Zentralasien Anwendung. Der zweite Ansatz verwendet gleitende Mittel und ihre Differenzen. Er wird für eine größere Skala, nämlich die räumlich gemittelte oberflächennahe Temperatur der nördlichen Hemisphäre, verfolgt.

3.1 Langzeitkorrelationen in modellierten und gemessenen Temperaturreihen

In diesem Kapitel werden Temperaturreihen des globalen Klimamodells ECHO-G analysiert. Es handelt sich um ein gekoppeltes Atmosphären-Ozeanmodell, dessen oberflächennahe Temperatur aus langen Simulationen mit der Trendbereinigenden Fluktuationsanalyse räumlich differenziert untersucht wird. Dabei geht es um einen Kontrolllauf, bei dem keine äußeren Einflüsse (Antriebe) wirken, und um eine historische Simulation, bei der Variationen in der Sonneneinstrahlung und der Treibhausgaskonzentrationen berücksichtigt werden. Die Langzeitkorrelationen in den modellierten Temperaturen werden mit den Ergebnissen für gemessene Reihen verglichen.

In dem folgenden Unterkapitel wird zunächst mit Bezug auf frühere Arbeiten die Fragestellung formuliert. Das Klimamodell und die betrachteten Simulationen werden dann in Kap. 3.1.2 kurz vorgestellt. In Kapitel 3.1.3 folgen die Analyseergebnisse, die abschließend diskutiert werden.

3.1.1 Motivation

Nachdem von Koscielny-Bunde u. a. 1998 [120] Anzeichen universeller Langzeit-Persistenz in den Reihen oberflächennaher Temperatur gefunden wurden [119, 122], kam die Idee auf, diese Eigenschaft zu nutzen, um globale Klimamodelle zu evaluieren. Schließlich können Langzeitkorrelationen trendähnlich wirken (siehe z.B. [35] und Kap. 2.3), so daß von diesem Standpunkt aus langfristige Klimavorhersagen nur dann erfolgreich sein können, wenn die Langzeitkorrelationen korrekt simuliert werden. Deshalb wurden von Govindan u. a. 2001 [84] erstmals Klimamodelle mit der DFA getestet. Es folgten weitere Arbeiten [85, 215], die für sechs verschiedene Standorte die Temperaturreihen von sieben Modellen und zwei Szenarien testeten. Die Studien zeigen, daß die Modelle jener Zeit das universelle Skalenverhalten nicht gut reproduzieren konnten (siehe auch [85, 176, 223, 126]). Erst neuere Modellansätze, die auch Vulkanaktivität berücksichtigen, verbesserten die Umsetzung der Langzeitkorrelationen [225], siehe auch [17, 224]. Vyushin u. a. 2004 [225] haben das NCAR PCM („*National Center for Atmospheric Research, Parallel Climate Model*“) getestet. Eines der Motive zu der in diesem Kapitel vorgestellten Untersuchung war es also, das ECHAM4-Modell (setzt sich aus „*European Centre for Medium Range Weather*, das Modell auf dem ECHAM basiert, und Hamburg zusammen) in seiner Fähigkeit, Langzeitkorrelationen in der oberflächennahen Temperatur zu reproduzieren, zu evaluieren.

Ein anderer Aspekt ist die Universalität der Langzeitkorrelationen in der oberflächennahen Temperatur. Eichner u. a. 2003 [61] finden in einer umfangreichen Untersuchung von 95 Temperaturreihen, daß die gefundenen Fluktuationsexponenten nur gering um 0,65 streuen. Das gilt für hohe Lagen, Küsten und selbst für sehr kontinentale Standorte. Einzige Ausnahme bilden Stationen auf Inseln, wo tendenziell größere Exponenten gefunden wurden, die auch über einen weiteren Wertebereich verteilt sind. Dem entgegen berichten Fraedrich und Blender 2003 [69] von verschwindenden Langzeitkorrelationen inmitten der Kontinente und von $1/f$ -Rauschen ($\alpha = 1$) über den Ozeanen. Der Argumentation zufolge werden die Langzeitkorrelationen von den Ozeanen verursacht und müßten folglich im Inland verschwinden. Strittig ist also vor allem, ob $\alpha = 0,65$ für das stark kontinentale Klima, z.B. in Asien, gilt. Bunde

3.1 Langzeitkorrelationen in modellierten und gemessenen Temperaturreihen

u. a. 2004 [29] haben aber auf Fehler in [69] hingewiesen (siehe auch [70]). Einerseits wurden die Steigungen in dem von [69] gezeigten Beispiel nicht korrekt bestimmt. Andererseits wurden räumlich gerasterte Daten analysiert, die nicht die Qualität von Reihen einzelner Klimastationen haben. Während in [16] zwei Modelle, darunter ECHAM4, für die Zeiträume 1860-2099 und 2000-2099 (Szenario IS92a) in monatlicher Auflösung untersucht wurden, dient in [69] der 1000-jährige Kontrolllauf des ECHAM4/HOPE-Modells („*Hamburg Ocean Primitive Equation*“) als Datengrundlage. In beiden Fällen berichten die Autoren von $\alpha \approx 0,5$ bei innerkontinentalen Bereichen. Ein Ziel dieses Kapitels ist es also auch, diese Resultate zu hinterfragen und dabei die Rolle äußerer Einflüsse zu verifizieren.

In diesem Zusammenhang ist es ferner interessant, zu prüfen, wie lang die Langzeitkorrelationen reichen. Die längsten instrumentell gemessenen Reihen sind 100 bis 200 Jahre lang, oder im Fall von Prag und Uppsala sogar noch etwas länger. Da die DFA-Fluktuationfunktionen nur bis zu Skalen von einem Viertel der Reihenlänge betrachtet werden können, beträgt die maximale Skala gut 50 Jahre, eigentlich noch etwas weniger, da ja zur Bestimmung einer Steigung ein Skalenbereich nötig ist. Kein Potenzgesetz, das in der Natur auftritt, gilt unbegrenzt in beide Richtungen. Meist sind es nur eine oder zwei Dekaden, manchmal mehr. Die kleinen Skalen sind durch Kurzzeitkorrelationen und die zeitliche Auflösung bestimmt. Die großen Skalen sind durch die Reihenlänge beschränkt. Es kann also die Frage aufkommen, wie lang die Persistenz tatsächlich anhält. Brechen die Langzeitkorrelationen oberhalb von 50 Jahren ab, oder reichen sie noch länger? Mit gemessenen Temperaturreihen läßt sich die Frage nicht beantworten, also bietet es sich an, eine historische Klimasimulation zu Hilfe zu nehmen. Ob rekonstruierte Temperaturreihen langzeitkorreliert sind, wird in Kap. 3.3.3 behandelt.

Um die auftretenden Muster in den Fluktuationsexponenten der modellierten Meeresoberflächentemperatur zu verifizieren, werden abschließend die rekonstruierten Daten von Kaplan u. a. 1998 [115] systematisch analysiert. Monetti u. a. 2003 [153] hatten bereits zuvor stichprobenhaft die Langzeitkorrelationen dieser Daten untersucht.

3.1.2 Modellbeschreibung

Das Klimamodell dieser Untersuchung ist das globale gekoppelte Zirkulationsmodell ECHO-G [130]. Es besteht aus dem atmosphärischen Modell ECHAM4 [178] mit einer T30 Auflösung (ca. $3,75^\circ \times 3,75^\circ$) und 19 vertikalen Ebenen sowie dem Ozeanmodell HOPE-G [230] mit einer Auflösung von $2,81^\circ \times 2,81^\circ$ und 20 vertikalen Ebenen. Mit einer zunehmenden Auflösung in den Tropen, die einen Gitterpunktabstand von $0,5^\circ$ am Äquator erreicht, soll eine bessere Verkörperung des El-Niño ermöglicht werden.

In dieser Arbeit werden zwei Simulationsläufe des globalen Klimamodells (GCM: „*general circulation model*“ oder „*global climate model*“) untersucht. Einerseits ist es der Kontrolllauf (1000 Jahre), der ohne äußere Einflüsse („*forcings*“) durchgeführt wird, also bei konstanten Konzentrationen von Treibhausgasen und mit einer nicht variierenden Solarkonstanten. Für Details sei auf [231, 227] verwiesen. Andererseits wird das Modell für die Jahre 1000-1990 (991 Jahre) mit rekonstruierter vulkanischer und solarer Aktivität und rekonstruierten Treibhausgaskonzentrationen des letzten Jahrtausends (Abb. 3.1) betrieben, siehe z.B. [221, 232, 80]. Das Ziel solcher historischer Simulationen ist es, das Klima zu rekonstruieren, siehe auch Kap. 3.3.2.

3 Analyse langjähriger Temperaturreihen: Langzeitkorrelationen und Trends

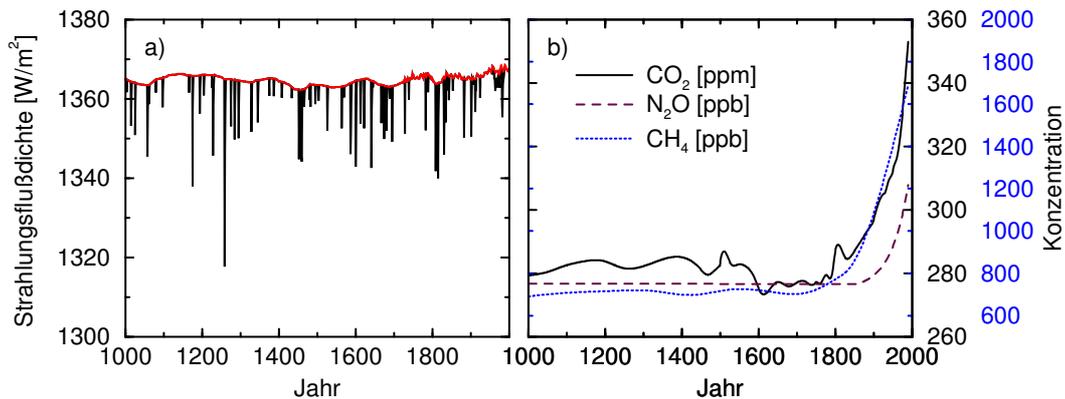


Abbildung 3.1: Äußere Einflüsse (Forcings), die der historischen 1000-jährigen Simulation mit dem globalen Zirkulationsmodell ECHAM4/HOPE auferlegt wurden. a) Variationen der Solarkonstante (rote Linie) und der effektiven Solarkonstante (schwarz), die eine Reduktion aufgrund der vulkanischen Aerosolpartikel berücksichtigt. Man beachte die kleinen absoluten Variationen dieser Größe. b) Angesetzte Variationen der Treibhausgaskonzentrationen, nämlich CO_2 , CH_4 und N_2O .

Die Entwicklung der Sonnenaktivität wurde ermittelt, indem die Rekonstruktion von Lean u. a. 1995 [129] in die Abschätzung der solaren Variabilität von Crowley 2000 [47] eingebunden wurde, die auf dem kosmogonischen Isotop ^{10}Be basiert. Darüber hinaus wurde die Solarkonstante – die ja demnach nicht konstant ist – auf eine Differenz von 0,3% zwischen den Werten des späten Maunderminimums und heute skaliert. Abbildung 3.1a) zeigt die zugrunde gelegten Variationen der Solarkonstanten (rote Kurve).

Die Rekonstruktion der vulkanischen Aktivität basiert auf einem empirischen Modell, bei dem der Säuregrad in Eisbohrkernen mit tatsächlich beobachteten Variationen in der Strahlung aufgrund vulkanischer Eruptionen in Beziehung gesetzt wird [47]. Indes konnte die vulkanische Aktivität wegen der schlecht aufgelösten Stratosphäre nicht direkt in das Klimamodell eingebracht werden. Stattdessen hat man diese Information in eine effektive Solarkonstante konvertiert. Der physikalische Mechanismus hinter dieser Vereinfachung ist ein Netto-Kühleffekt, der durch die Vulkanausbrüche verursacht wird. Die Fluktuationen der Sonnenaktivität werden in Abb. 3.1a) von der Verdunkelung durch die Vulkane überlagert (schwarze Kurve). Die Konzentrationen der Treibhausgase basieren auf Messungen der Luft, die in Eisbohrkernen der Antarktis eingeschlossen ist [64]. Der zeitliche Verlauf der Konzentrationen ist in Abb. 3.1b) dargestellt. Es ist zu erkennen, wie die Treibhausgas-Konzentration im 19. oder spätestens 20. Jahrhundert abrupt zunahm. Die historische Simulation berücksichtigt weder Änderungen der anthropogenen Aerosolkonzentrationen, noch der Landbedeckung durch Vegetation oder Landnutzung.

Zusätzliche Flüsse an Wärme und Frischwasser werden zugeführt, um eine klimatische Verschiebung („*climate drift*“) in einer solch langen Simulation zu verhindern [233]. Diese physikalischen Flüsse wurden aus einer gekoppelten Anlaufintegration („*spin-up*“) entnommen, mit Termen, die die Meeresoberflächentemperatur und Oberflächensalinität zu den tatsächlich beobachteten Werten führen. Diese Flußkorrektur ist konstant in der Zeit und ihr globales Integral verschwindet [233].

3.1 Langzeitkorrelationen in modellierten und gemessenen Temperaturreihen

Da die Temperaturdaten bereits für andere Arbeiten berechnet wurden [231, 221], lagen sie gespeichert vor und konnten abgerufen werden.

3.1.3 Analyse der Temperaturreihen

Das Modellgitter besteht aus $360^\circ / 3,75^\circ \times 180^\circ / 3,75^\circ = 96 \cdot 48 = 4608$ Punkten. Die historische Simulation geht über 991 Jahre (1000-1990). Da das Modelljahr 360 Tage lang ist, bestehen die Reihen jedes Gitterpunktes aus $360 \cdot 991 = 356\,760$ Tagen. Die Reihen des Kontrollaufs sind entsprechend etwas länger. In dem Klimamodell wird eine Vielzahl von Variablen für jeden Raumzeitpunkt berechnet. In dieser Arbeit ist es die 2m-Temperatur, die bearbeitet wird. Sie ist vergleichbar mit der gemessenen oberflächennahen Temperatur, während man bei den Ozeanen normalerweise die Oberflächentemperatur mißt.

Nach der Saisonbereinigung des Mittelwertes, Gl. (2.1), wurde die trendbereinigende Fluktuationsanalyse zweiter Ordnung auf die Temperaturreihen angewendet. Aufgrund der großen Anzahl der Reihen konnte das „*scaling*“, also der gerade Verlauf der Fluktuationsfunktionen, nur stichprobenartig kontrolliert werden (siehe unten). Die Fluktuationsexponenten α_{DFA2} mußten also weitgehend blind bestimmt werden. Beispiele bei denen das gut funktioniert sind in Abb. 3.3 gezeigt. Die DFA kann normalerweise bis zu einem Viertel der Reihenlänge, $s < 89\,190$, verwertet werden. Der hier gewählte Fitbereich lautet $850 < s < 70\,000$ Tage, geht also von etwas mehr als zwei Jahre bis fast 200 Jahre.

Die ermittelten Fluktuationsexponenten sind in Abb. 3.2 gezeigt, oben für die historische Simulation, unten für den Kontrolllauf. Die Exponenten sind in einer kartesischen Projektion farblich dargestellt. So lassen sich die α -Werte der verschiedenen Gitterpunkte am deutlichsten erkennen und voneinander unterscheiden. Tatsächlich werden die Flächen, die die Gitterpunkte repräsentieren, zu den Polen hin wesentlich kleiner. Für die Farbgebung wurde eine Klassengröße (Bingröße) von 0,05 verwendet, die auf Einheiten von fünf Hundertstel zentriert sind, z.B. deckt die Klasse für $\alpha = 0,65$ den Bereich 0,625 bis 0,675 ab (hellblau). Ausgeblendet wurden die α -Werte, die kleiner als 0,475 (weiß) oder größer als 1,025 (schwarz) sind, da hier nur der Bereich stationärer Langzeitkorrelationen $0,5 < \alpha < 1,0$ von Interesse ist.

Konzentriert man sich zunächst auf die historische Simulation (Abb. 3.2, oben), dann fallen die violetten und weißen Bereiche in der Nähe des Äquators auf, sowie die roten und schwarzen Areale bei der Antarktis bzw. Grönland. Diese Problemgebiete werden später diskutiert. Abgesehen davon ist pauschal zu erkennen, daß über Land Langzeitkorrelationen mit größtenteils Exponenten von 0,6 bis 0,65 auftreten. In einzelnen Fällen sind die Langzeitkorrelationen auch etwas stärker (Osten der USA bzw. Mongolei-China) oder schwächer (Alaska-Kanada). Ferner wird im europäischen Kontinent die Vorgabe der längsten gemessenen Temperaturreihen [120, 61] mit Fluktuationsexponenten um 0,65 sehr gut erfüllt. Auch fallen die Langzeitkorrelationen über den Ozeanen insgesamt stärker aus als über den Kontinenten. Zum Beispiel werden im Nordpazifik und -atlantik um 30°N hauptsächlich Exponenten zwischen 0,75 und 0,85 gefunden. Es ist erstaunlich zu beobachten, daß sich bestimmte Strömungen abzeichnen, wie z.B. der Kuroshio bei Japan mit etwas erhöhten Werten (orange) oder der Südäquatorialstrom, am deutlichsten im indischen Ozean, mit etwas kleineren Werten (blau-violett). Es bleibt unklar, weshalb diese Meereströme an der Meeresoberfläche zu (scheinbar) stärkeren oder schwächeren Langzeitkorrelationen führen.

3 Analyse langjähriger Temperaturreihen: Langzeitkorrelationen und Trends

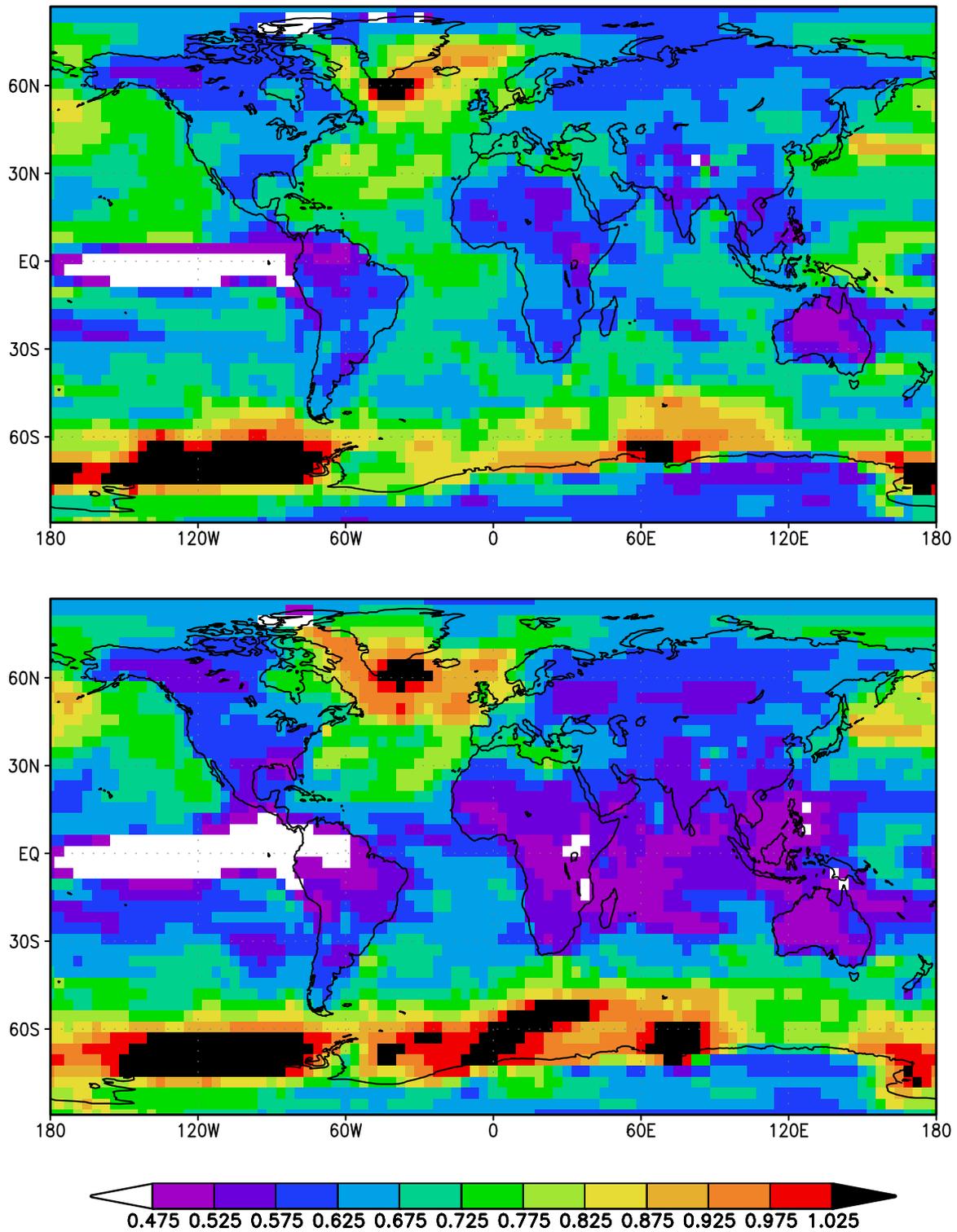


Abbildung 3.2: Globale Verteilung der DFA2-Fluktuationsexponenten α der simulierten 2m-Temperaturreihen. Dabei handelt es sich um die Reihen der historischen Simulation, die vom Jahr 1000 bis zum Jahr 1990 integriert wurde (oberes Teilbild), und des entsprechenden Kontrolllaufs (unteres Teilbild). Nach der Saisonbereinigung der Reihe jedes Gitterpunktes wurde die DFA zweiter Ordnung angewendet und der Fluktuationsexponent α auf den Skalen von 850 bis 70 000 Tagen bestimmt.

3.1 Langzeitkorrelationen in modellierten und gemessenen Temperaturreihen

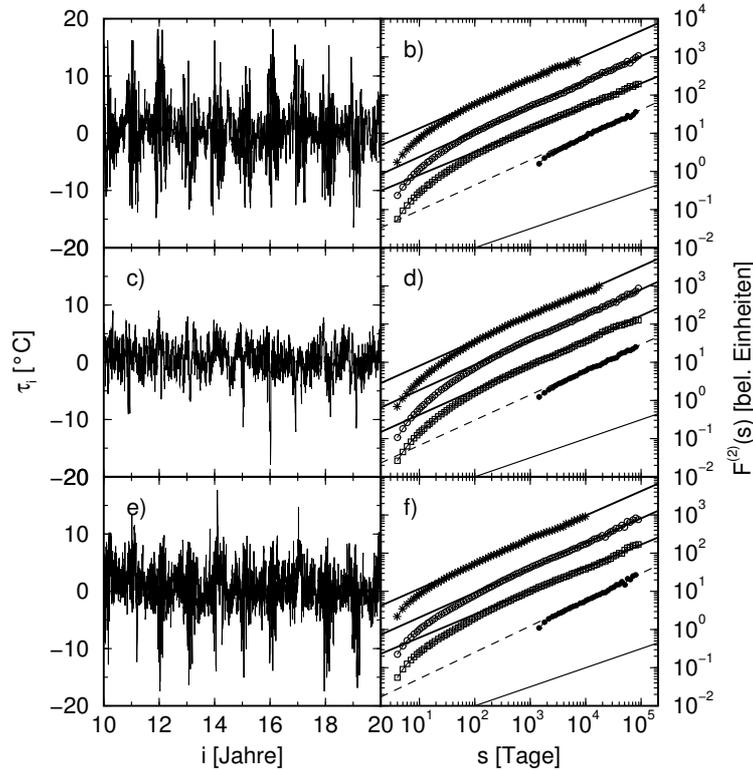


Abbildung 3.3: Temperaturschwankungen um den Jahresgang (historische Simulation) und DFA2-Fluktuationsfunktionen für drei kontinentale Gitterpunkte. a)+b) Chita (112,50 O; 53,81 N), c)+d) Prag (15,00 O; 50,10 N) und e)+f) Albany (−75,00 O; 42,68 N). Die Teilbilder b), d), f) zeigen die Fluktuationsfunktionen $F^{(2)}(s)$ gegen die Zeitskala s für die gemessenen Reihen (Sterne, oberste Kurve), für die historische Simulation (Kreise), für den Kontrolllauf (Quadrate) und für die Jahreswerte der historischen Simulation (gefüllte Kreise, unterste Kurve). Die folgenden Steigungen sind eingezeichnet: b) 0,64; 0,66; 0,60 und 0,66; d) 0,65; 0,66; 0,65 und 0,66 sowie f) 0,64; 0,65; 0,61 und 0,69 (jeweils von oben). Die gerade Linie am unteren Ende der Teilbilder hat die Steigung 0,5.

Die Fluktuationsexponenten für den Kontrolllauf sind im Vergleich zur historischen Simulation insgesamt etwas kleiner. Zudem erstrecken sich die Problembereiche für $\alpha < 0,5$ (weiß) oder $\alpha > 1,0$ (schwarz) über größere Flächen. Die innerkontinentalen Gitterpunkte zeigen deutlich kleinere α -Werte als bei der historischen Simulation. In dem Modell leisten die Forcings der historischen Simulation also einen wichtigen Beitrag bei der Ausprägung der Langzeitkorrelationen in den Reihen der oberflächennahen Temperatur.

Die Abbildungen 3.3 bis 3.6 zeigen jeweils auf ihrer rechten Seite exemplarische Fluktuationsfunktionen der historischen Simulation (Kreise), des Kontrolllaufs (Quadrate) sowie, falls vorhanden, echter Reihen (Sterne) bzw. rekonstruierter Reihen (Plus). Die gefüllten Kreise stellen die Fluktuationsfunktionen der Jahreswerte der historischen Simulation dar. Dazu wurden die s -Werte mittels Multiplikation mit 360 von Jahres- auf Tageswerte skaliert. In den linken Teilbildern sind jeweils für die historische Simulation zwanzig Jahre der Temperaturreihen an den entsprechenden Gitterpunkten geplottet.

3 Analyse langjähriger Temperaturreihen: Langzeitkorrelationen und Trends

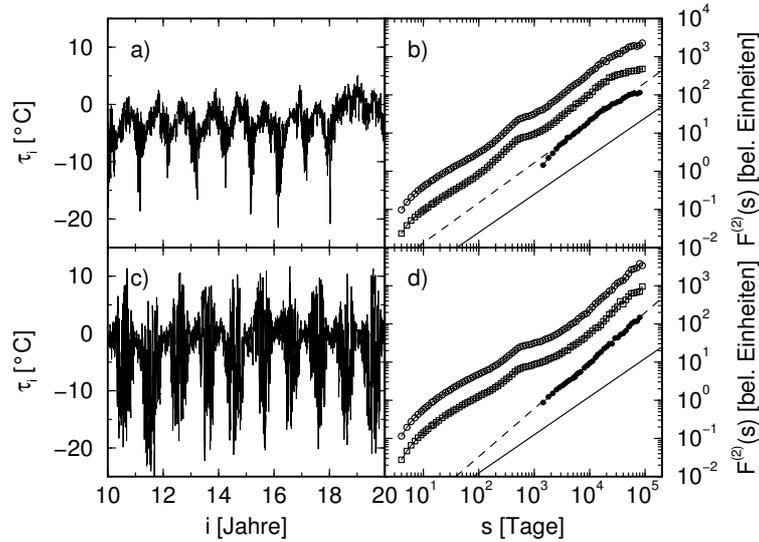


Abbildung 3.4: Temperaturschwankungen um den Jahresgang (historische Simulation) und DFA2-Fluktuationsfunktionen für zwei Gitterpunkte an der Meereiskante. a)+b) bei Grönland ($-41,25$ O; $-57,52$ N) und c)+d) bei der Antarktis ($-142,50$ O; $-72,36$ N). Die Teilbilder b)+d) zeigen die Fluktuationsfunktionen $F^{(2)}(s)$ gegen die Zeitskala s für die historische Simulation (Kreise, obere Kurve), für den Kontrolllauf (Quadrate, mittlere Kurve) und für die Jahreswerte der historischen Simulation (gefüllte Kreise, untere Kurve). Die gestrichelt eingezeichneten Geraden haben die Steigungen b) 1,05 und d) 1,26. Die gerade Linie am unteren Ende der Teilbilder hat die Steigung 1.

In Abb. 3.3 sind Beispiele mit eindeutigen Fluktuationsfunktionen gezeigt. Es handelt sich um kontinentale Standorte, zu denen die Gitterpunkte so gewählt wurden, daß sie möglichst nah an den Koordinaten der echten Meßstationen von Chita, Prag und Albany liegen. Die Fluktuationsfunktionen zu den gemessenen Temperaturwerten (jeweils oberste Kurve) zeigen einen geraden Verlauf [61]. Dies gilt auch für die Fluktuationsfunktionen der simulierten Temperaturreihen, die bis zu Skalen von ca. 100 000 Tagen ein gutes Scaling aufweisen. Auch die ermittelten Steigungen haben vernünftige Werte, wobei sie dicht an denen der gemessenen Reihen liegen, nur die Exponenten des Kontrollaufs sind eher etwas niedriger. Die Fluktuationsfunktionen der jährlichen Reihen des historischen Laufs bestätigen die eingezeichneten Steigungen. Bemerkenswert ist, wie gut die Langzeit-Persistenz durch das Modell reproduziert wird. Auch auf kleinen Skalen sehen die Fluktuationsfunktionen dieser Gitterpunkte gut aus.

In dem linken Teil vom Abb. 3.3 ist zu sehen, daß die saisonbereinigten Temperaturreihen der historischen Simulation durchaus einen starken Jahresgang in der Amplitude der Fluktuationen zeigt, der die Ergebnisse der DFA2 jedoch nicht verfälscht. Wie aus Abb. 2.2 ersichtlich wird, unterscheidet sich die Standardabweichung (zumindest für Potsdam) nicht so stark zwischen Sommer und Winter.

Unklar sind die Ergebnisse für weite Bereiche um den Äquator sowie an der Meereiskante bei Grönland und der Antarktis. Um besser zu verstehen, was an diesen Stellen passiert, ist es nötig, die Reihen selbst sowie die Fluktuationsfunktionen genauer zu betrachten.

Für Abbildung 3.4 wurden zwei Gitterpunkte mit sehr großen Fluktuationsexponenten aus-

3.1 Langzeitkorrelationen in modellierten und gemessenen Temperaturreihen

gewählt. Sie liegen für die Teilbilder 3.4a)+b) bei Grönland und für 3.4c)+d) im Südpazifik bei der Antarktis. Die Fluktuationsfunktionen zweiter Ordnung zeigen keinen tatsächlich geraden Verlauf, was die automatische Anpassungsprozedur zur Berechnung von α nicht erkennt. Bei beiden Modellläufen zeigen sich Höcker in den Kurven, die von Periodizitäten verursacht werden. Es handelt sich um Überbleibsel des Jahresganges, wie in Abb. 3.4 links auch offensichtlich wird. Die Reihen haben nicht nur einen Jahresgang in der Standardabweichung, sondern auch im Mittelwert. Die DFA reagiert empfindlich auf solche Oszillationen, vgl. Abb. 2.10. Auf Skalen unterhalb der Periode (hier 360) erscheinen die Schwingungen stark korreliert (große Steigung) und auf Skalen oberhalb der Periode erscheinen sie antikorreliert (kleine Steigungen). Je nach Amplitude können sich die eigentlichen Langzeitkorrelationen falls vorhanden erst auf viel größeren Skalen durchsetzen.

Abgesehen davon haben die Fluktuationsfunktionen, verglichen mit der eingezeichneten Vergleichsgeraden, grob abgeschätzt eine Steigung um 1. Besser sind die Steigungen in den Fluktuationsfunktionen der Jahreswerte zu erkennen, weil hier der Jahresgang weggemittelt ist. Bei Grönland knickt $F^{(2)}(s)$ auf ganz großen Skalen leicht ab und bei der Antarktis sind die asymptotischen Steigungen noch größer als eins. Leider liegen für diese Regionen keine langen instrumentell gemessenen Reihen vor, so daß kein Vergleich zur Verfügung steht. Möglicherweise sind diese extremen Langzeitkorrelationen an der Grenze zur Instationarität auf die Flußkorrektur (vgl. Kap. 3.1.2) der langen Simulationsläufe zurückzuführen.

Als nächstes werden Beispiele besprochen, die unter dem Einfluß von ENSO („*El Niño - Southern Oscillation*“) stehen. ENSO ist ein Klimaphänomen, das durch eine Atmosphären-Ozean-Wechselbeziehung verursacht wird, und sich vorwiegend vor der Westküste Südamerikas äußert, aber auch im gesamten äquatorialen Pazifik. Dabei treten mit einer Periode von 3-8 Jahren außergewöhnlich warme (El Niño) und außergewöhnlich kalte (La Niña) Meeresoberflächentemperaturen in Erscheinung.

Die näher betrachteten Gitterpunkte liegen in Zentralafrika (Abb. 3.5a)+b)), im Pazifik auf Höhe des Äquators (Abb. 3.5c)+d)) und in Mitten Australiens (Abb. 3.5e)+f)). Für die afrikanischen Temperaturreihen beider Simulationen zeigen die Fluktuationsfunktionen wieder einen Höcker. Jedoch liegt er nicht wie zuvor bei einer Periode von einem Jahr, sondern jetzt etwas später bei zwei Jahren. Auch wenn er nur schwach ausgeprägt ist, muß davon ausgegangen werden, daß die ermittelten und eingezeichneten Exponenten zu klein ausfallen. In den Tropen herrscht Tageszeitklima, d.h. die Temperaturunterschiede zwischen Tag und Nacht sind größer als zwischen Sommer und Winter. Es handelt sich um Reihen täglicher Auflösung und die Saisonbereinigung des Jahresganges hat wenig Wirkung. In dem Modell zeigen sich nämlich zusätzlich Oszillationen einer zweijährigen Periode, die eine Auswirkung von ENSO darstellen. Da die El-Niño-Ereignisse unregelmäßig auftreten, lassen sich diese Schwingungen nicht so einfach mit dem Ansatz aus Gl. (2.1) abziehen. Eine Periode von zwei Jahren ist in Abb. 3.5a) mit bloßem Auge kaum zu erkennen.

Drastischer zeigt sich ENSO im Pazifik vor Südamerika. In Abb. 3.5d) sind die Fluktuationsfunktionen so stark von den Oszillationen verfälscht, daß auf großen Skalen sogar Steigungen gefunden werden, die kleiner als 0,5 sind, also antikorreliert erscheinen. Die wahre Korrelationsstruktur wird von ENSO überdeckt, die in Abb. 3.5c) als eine zweijährige Struktur zu erkennen ist. Insgesamt lassen sich die weißen Bereiche in Abb. 3.2 also mit ENSO erklären. Es handelt sich nicht um Antikorrelationen, sondern wegen der dominanten Schwingungen läßt sich die unterliegende Korrelationsstruktur nicht messen. Das gilt für beide Simulationsläufe.

3 Analyse langjähriger Temperaturreihen: Langzeitkorrelationen und Trends

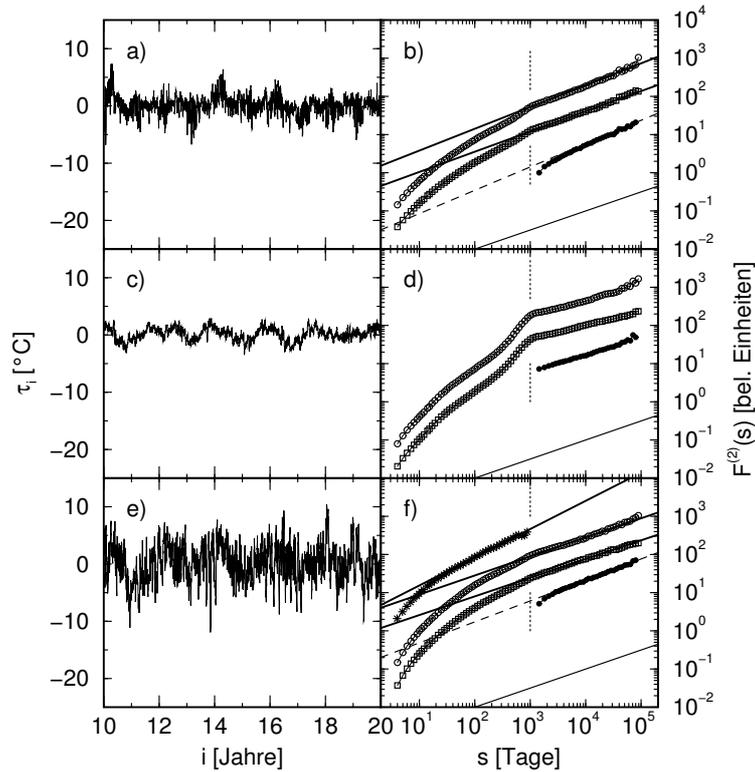


Abbildung 3.5: Temperaturschwankungen um den Jahresgang (historische Simulation) und DFA2-Fluktuationsfunktionen für drei Gitterpunkte unter dem Einfluß von ENSO. a)+b) in Zentralafrika (26,25 O; 5,57 N), c)+d) äquatorialer Pazifik (−93,75 O; −1,86 N) und e)+f) Kontinentalaustralien (131,25 O; −20,41 N). Die Teilbilder b), d), f) zeigen die Fluktuationsfunktionen $F^{(2)}(s)$ gegen die Zeitskala s für die historische Simulation (Kreise, obere Kurve), für den Kontrolllauf (Quadrate, mittlere Kurve) und für die Jahreswerte der historischen Simulation (gefüllte Kreise, untere Kurve). Zusätzlich stellt die oberste Kurve in f) die Fluktuationsfunktion der gemessenen Temperaturreihe von Rabbit Flat (1969-1998) in Australien (130,02 O; −20,18 N) dar [60]. Die folgenden Steigungen sind eingezeichnet: b) 0,57; 0,53 und 0,61 sowie f) 0,74; 0,50; 0,49 und 0,55 (jeweils von oben). Die gerade Linie am unteren Ende der Teilbilder hat die Steigung 0,5. Die gepunkteten vertikalen Linien markieren die Stelle $s = 1000$.

3.1 Langzeitkorrelationen in modellierten und gemessenen Temperaturreihen

Die Teilbilder 3.5e)+f) gehören zu einem Gitterpunkt inmitten Australiens. Wieder zeigen sich kleine Höcker in den Fluktuationsfunktionen der Modellläufe. Es ist davon auszugehen, daß auch hier die ENSO-Schwingungen zu verkleinerten Steigungen führen. In der Temperaturreihe der historischen Simulation läßt sich ein Muster von zwei Jahren erkennen. Die Frage ist, wie es außerhalb der Modellwelt aussieht. Zeigen sich tatsächlich solche Fluktuationsfunktionen? In Abbildung 3.5f) ist zusätzlich das DFA2-Ergebnis der Temperaturreihe von Rabbit Flat eingezeichnet [60]. Es ist eine der zentralsten australischen Stationen, deren Temperaturreihe vorlag. Zum Vergleich mit diesen gemessenen Daten, wurde der betrachtete Gitterpunkt schon im Vorfeld möglichst nah bei Rabbit Flat ausgesucht. Leider ist die gemessene Reihe zu kurz (1969-1998), um die Ergebnisse des Modells bewerten zu können. Längere Reihen aus Australien lagen nur für die Küsten vor. Interessant ist aber das kontinentale Klima, und die Frage ob dort auch die typischen Langzeitkorrelationen auftreten. Dies läßt sich hier nicht klären. Es fehlen die entscheidenden Meßwerte, mit denen man sehen könnte, ob die Fluktuationsfunktion auf Skalen oberhalb der Periodizität wieder flacher wird oder nicht.

Insgesamt stellen die Verfälschungen der DFA durch die Oszillationen ein großes Problem dar. Weil die Periode länger als zwei Jahre ist, hilft dabei auch nicht die Betrachtung der Jahreswerte. Folglich dürften große Gebiete nördlich und südlich des Äquators nicht berücksichtigt werden, weil hier ein systematischer Fehler in Richtung zu kleiner Fluktuationsexponenten vorliegt. Ähnliches gilt für die Bereiche in der Nähe der Meereiskante, wo keine geraden Potenzgesetze der Fluktuationsfunktionen auftauchen. Im Fall der Oszillationen mit einjähriger Periode kann es hilfreich sein, die Jahreswerte zu untersuchen (z.B. Abb. 3.4).

In Abbildung 3.6 sind zu Gitterpunkten in Ozeanen wieder Teile von Temperaturreihen und Fluktuationsfunktionen wiedergegeben. Diese Beispiele zeigen ein ungewöhnliches Korrelationsverhalten. Für den Nordpazifik (Abb. 3.6b)) läßt sich kein vernünftiges durchgehendes Potenzgesetz finden, weil zwei Crossover auftreten, die schwer zu verstehen sind. Für diese Punkte liegen keine echten Temperaturmessungen vor, die man vergleichen könnte. Jedoch haben Kaplan u. a. 1998 [115] Reihen der Meeresoberflächentemperatur rekonstruiert, die bereits in [153] mit der DFA untersucht wurden. Für die beiden hier betrachteten Punkte sind die Fluktuationsfunktionen auch in Abb. 3.6b)+d) eingetragen. Da die Kaplan-Daten monatsbasiert sind, wurden die Werte der s -Achse ihrer $F^{(2)}(s)$ skaliert, also mit einem Faktor multipliziert, so daß die Werte etwa den Tagesdaten entsprechen. Für den Punkt im Nordpazifik zeigt sich auch bei den rekonstruierten Reihen kein gutes Scaling.

Die Daten der Positionen im Nordatlantik sehen etwas anders aus. Die Fluktuationsfunktionen der Modellläufe sind zwar auch hier etwas ungewöhnlich, aber mit gutem Willen kann man eine asymptotische Steigung bestimmen. Die DFA der Kaplan-Reihe sieht besser aus und im Vergleich dazu sind die Steigungen der Simulationen etwas kleiner. Betrachtet man die Fluktuationsfunktionen zu den Jahresdaten der historischen Simulation, dann findet man ein besseres Scaling.

Anhand dieser Beispiele wird deutlich, daß die Fluktuationsexponenten aus der Abb. 3.2 insgesamt mit großer Vorsicht zu beurteilen sind, weil man einfach nicht an allen Punkten prüfen kann, ob die Fluktuationsfunktion auch wirklich ein gutes Scaling, einen geraden Verlauf, zeigt. Man hat es also mit einer großen Unsicherheit zu tun.

Um die ermittelten Fluktuationsexponenten aus Abb. 3.2 besser einschätzen zu können, wurden sie für beide Simulationen getrennt nach Land und Ozean entlang der Breitenkreise gemittelt. In Abbildung 3.7 sind die Mittelwerte mit den Standardabweichungen gegen die

3 Analyse langjähriger Temperaturreihen: Langzeitkorrelationen und Trends

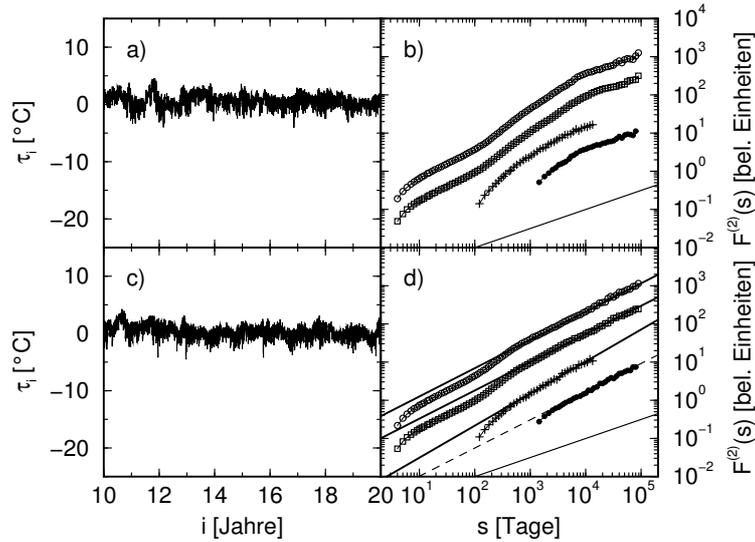


Abbildung 3.6: Temperaturschwankungen um den Jahresgang (historische Simulation) und DFA2-Fluktuationsfunktionen für zwei ozeanische Gitterpunkte. a)+b) Nordpazifik ($-150,00$ O; $42,68$ N) und c)+d) Nordatlantik ($26,25$ O; $42,68$ N). Die Teilbilder b)+d) zeigen die Fluktuationsfunktionen $F^{(2)}(s)$ gegen die Zeitskala s für die historische Simulation (Kreise, obere Kurve), für den Kontrolllauf (Quadrate), für die Kaplan-Rekonstruktion (Plus) und für die Jahreswerte der historischen Simulation (gefüllte Kreise, unterste Kurve). Letztere wurden in s von Monaten bzw. Jahre auf Tage skaliert. In d) sind Geraden mit den Steigungen $0,74$; $0,74$; $0,84$ und $0,74$ (von oben) eingezeichnet. Die gerade Linie am unteren Ende der Teilbilder hat die Steigung $0,5$.

geographische Breite aufgetragen. Diese Darstellung ist wie besprochen mit Vorsicht zu genießen, da einerseits die Fluktuationsexponenten der einzelnen Gitterpunkte großen Fehlern unterliegen (teilweise systematisch) und da andererseits geographische Aspekte wie Küstennähe und Inland nicht differenziert werden.

Betrachtet man zuerst den Kontrolllauf (Abb. 3.7b)+d)), dann erkennt man eine v-förmige Struktur. Nahe des Äquators sind die Steigungen eher klein und in Richtung der Pole etwas größer, wobei dies bei den Ozeanen stärker ausgeprägt ist. An Land variieren die Mittelwerte zwischen ca. $0,5$ und $0,75$, während sie auf See zwischen ca. $0,5$ und $1,0$ liegen. Die kleinen Werte in der Nähe des Äquator lassen sich mit dem Einfluß von ENSO erklären. Die systematische Abhängigkeit auch oberhalb bzw. unterhalb der 10° oder 20° ist fragwürdig. Der Kontrolllauf kann die „optimalen“ Exponenten von $0,65$ an Land nicht reproduzieren (Abb. 3.7b)). Für Australien finden Király und János 2005 [117] sogar den umgekehrten Fall, daß nämlich die Exponenten im Norden Australiens größer sind als im Süden, vgl. [60]. Dieser Verlauf ist also ungewiß, zumal auch bei den gemessenen Temperaturreihen eine Abhängigkeit der Fluktuationsexponenten von der geographischen Breite nicht zweifelsfrei belegt ist. Die Ozeanwerte des Kontrolllaufs, Abb. 3.7d) zeigen eine noch extremere Abhängigkeit von der geographischen Breite. Fast linear verlaufen die Exponenten zwischen Polarkreis und Äquator. Hier ist aber davon auszugehen, daß ENSO weiter wirkt als an Land, so daß die Fluktuationen verfälscht werden, was auch die großen Standardabweichungen vermuten lassen. Hauptsächlich aus Mangel an echten Daten lassen sich die Resultate nicht verifizieren.

3.1 Langzeitkorrelationen in modellierten und gemessenen Temperaturreihen

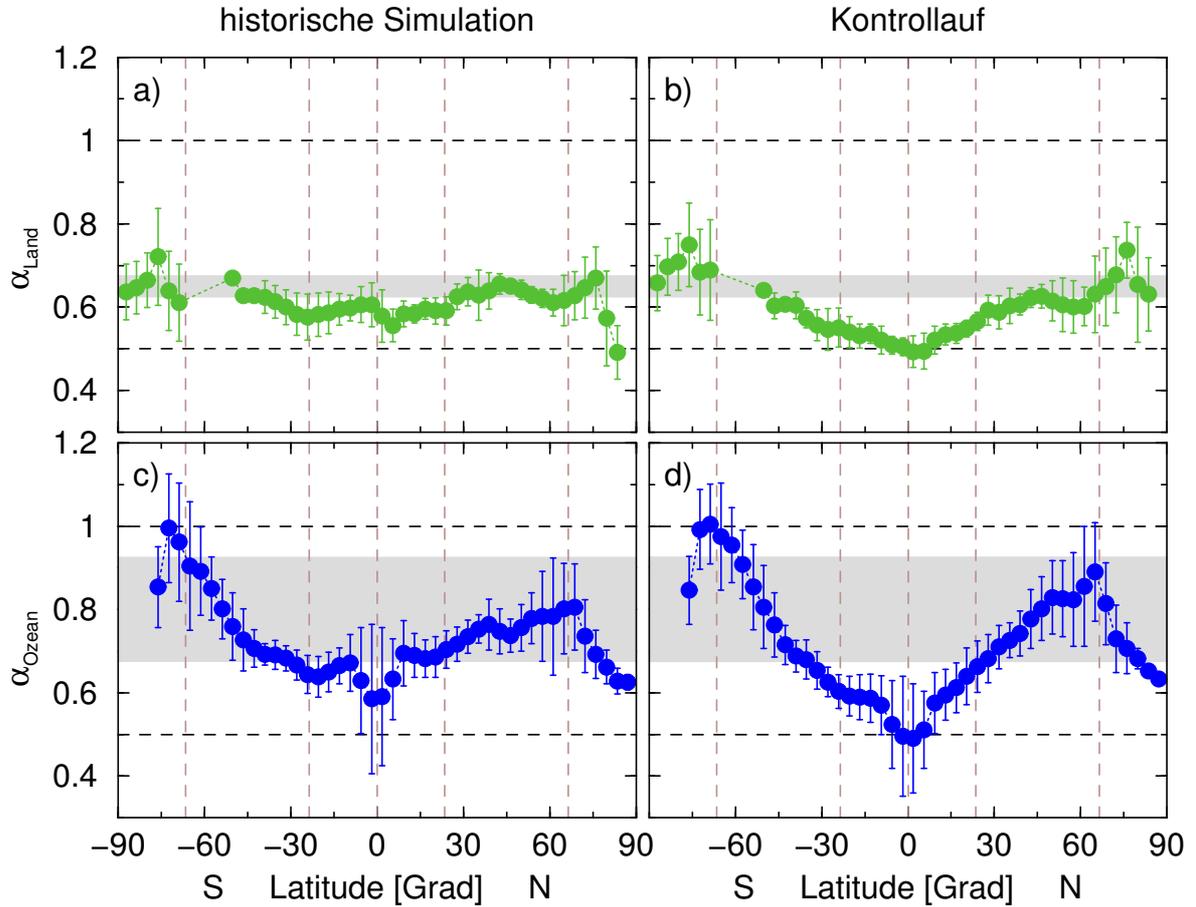


Abbildung 3.7: Über die geographische Länge gemittelte Fluktuationsexponenten der DFA2, getrennt nach Land (oben) und Ozean (unten), für die historische Simulation (links) und den Kontrolllauf (rechts). Aufgetragen sind die gemittelten DFA2-Exponenten mit den Standardabweichungen als Fehlerbalken gegen die geographische Breite (Süden: links, Norden: rechts). a) historische Simulation, Land; b) Kontrolllauf, Land; c) historische Simulation, Ozean und d) Kontrolllauf, Ozean. Grau sind Bänder mit den zu erwartenden Werten eingetragen, an Land $0,625 < \alpha_{\text{Land}} < 0,675$ [61] und auf See $0,675 < \alpha_{\text{Ozean}} < 0,925$ [153]. Die horizontalen gestrichelten Linien zeigen den unkorrelierten Fall ($\alpha = 0,5$) und die Grenze zur Instationarität ($\alpha = 1,0$). Die vertikalen gestrichelten Linien stellen die Polarkreise ($\pm 66,5^\circ$), die Wendekreise ($\pm 23,5^\circ$) sowie den Äquator dar (von außen). Die äußerst niedrigen Werte am Äquator sind auf den Einfluß von ENSO zurückzuführen (siehe Abb. 3.5).

3 Analyse langjähriger Temperaturreihen: Langzeitkorrelationen und Trends

Das gleiche gilt für die α -Werte der historischen Simulation an Gitterpunkten in Ozeanen (Abb. 3.7c). Auch hier zeigt sich ein großer Unterschied zwischen den mittleren Fluktuationsexponenten am südlichen Polarkreis von ca. 1 bzw. am nördlichen Polarkreis von ca. 0,8 und 0,6 am Äquator. Der Effekt von ENSO ist deutlich zu erkennen. An Land sehen die Werte der historischen Simulation deutlich besser aus, (Abb. 3.7a). Die mittleren Fluktuationsexponenten variieren kaum mit der geographischen Breite. Nur bei den Polen, für die ohnehin keine gemessenen Vergleichswerte vorliegen, sind sie etwas höher oder niedriger. Am Äquator zeigt sich eine leichte Verfälschung durch ENSO, aber wesentlich schwächer als in allen anderen Teilbildern. Besonders positiv ist zu bewerten, daß die α -Werte der mittleren Breiten der Nordhalbkugel sehr nahe bei 0,65 liegen, was auch durch die kleinen Fehlerbalken bestätigt wird. Für diese Region liegen die meisten gemessenen Temperaturreihen vor, anhand derer in früheren Arbeiten die universellen Langzeitkorrelationen untersucht wurden. Nur auf der Südhalbkugel sind die mittleren Exponenten etwas klein, was aber auch noch eine Folge von ENSO sein kann. Andererseits wird [117] in gewisser Weise bestätigt, als daß die mittleren Werte zwischen -25°N und -5°N leicht ansteigen.

Bilanz

Insgesamt wird vor allem an Land das asymptotische Langzeitverhalten der Temperaturreihen recht passabel von der historischen Simulation reproduziert. Die Tatsache, daß dies für den Kontrolllauf nicht so ist, läßt auf den Einfluß der Forcings schließen. Sie scheinen nicht nur die Langzeitkorrelationen in den mittleren Breiten zu begünstigen, sondern auch den Effekt von ENSO zu schwächen. Bei den Ozeanen zeigt sich vor allem eine Abhängigkeit der Exponenten von der geographischen Breite. Aus Mangel an echten gemessenen Daten läßt sich das in der Wirklichkeit nicht verifizieren.

Um trotzdem eine Idee zu bekommen, sind in Abb. 3.8 die analogen Ergebnisse zu Abb. 3.2 (oben) für die rekonstruierten Meeresoberflächentemperatur nach [115] abgebildet, wobei die räumliche Auflösung etwas schlechter ist. Auch hier gelten die gleichen Einschränkungen wie zuvor. Es besteht keine Gewißheit über den geraden Verlauf der Fluktuationsfunktionen, so daß die Resultate großen Unsicherheiten unterliegen. Vorsicht ist auch deshalb geboten, weil die Rekonstruktion in der Zeit auf einem autoregressiven Modell erster Ordnung basiert [115], das nur Kurzzeitkorrelationen erzeugen kann (Kap. 2.3.2).

Überraschend ist die Übereinstimmung der hohen α -Werte vor Grönland, dessen Ursache noch nicht bekannt ist. Eine andere Übereinstimmung sind die etwas niedrigeren Werte beim Südäquatorialstrom zwischen Madagaskar und Australien. Auch der Kuroshio mit etwas erhöhten Werten findet sich wieder. Auffällig ist aber, daß die ENSO-Verfälschung im Pazifik vor Südamerika nicht besteht. Im Gegenteil, bei den Kaplan-Daten werden hier größere Exponenten gefunden. Um dies ernst zu nehmen, müßten aber die Fluktuationsfunktionen im Detail betrachtet werden. Nördlich und südlich dieser ENSO-Region, sind mit erhöhten Exponenten die Äquatorialströme des Pazifik zu erkennen, die bei der historischen Simulation in dieser Ausprägung nicht zu sehen sind. Insgesamt zeigen die rekonstruierten Daten stärkere Langzeitkorrelationen, die räumlich homogener sind und nicht so stark variieren wie im Modell.

Zum Schluß soll nun noch die zeitliche Entwicklung der Fluktuationsexponenten aus der historischen Simulation berücksichtigt werden. Dazu wurden die 991 Jahre langen Reihen in vier

3.1 Langzeitkorrelationen in modellierten und gemessenen Temperaturreihen

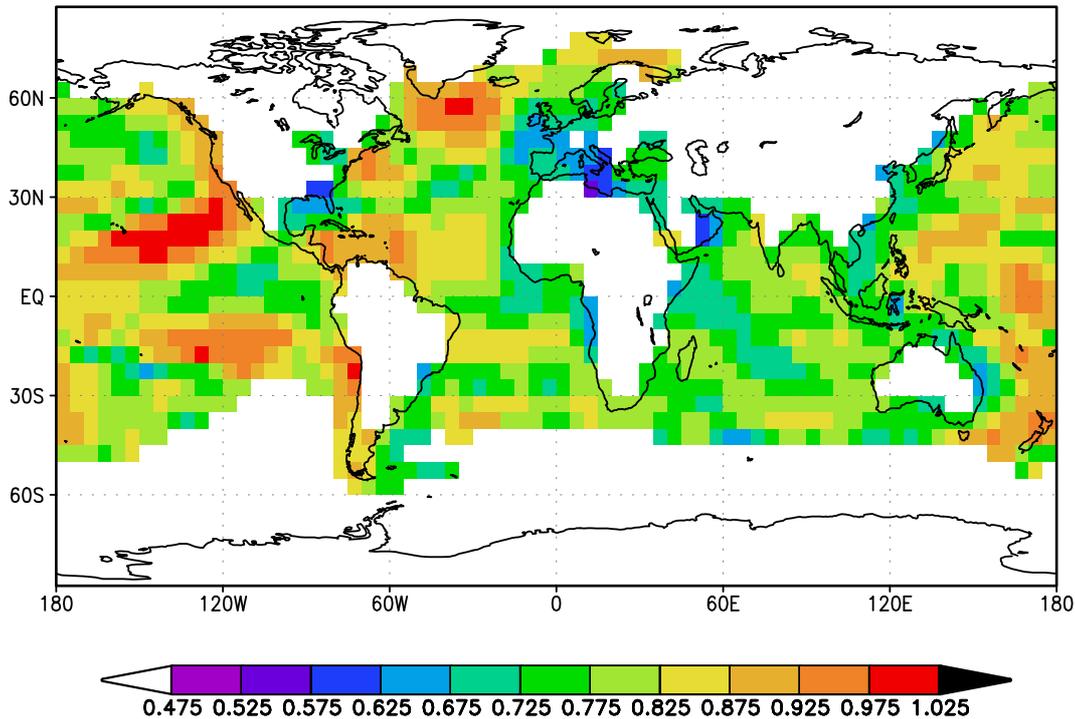


Abbildung 3.8: Globale Verteilung der DFA2-Fluktuationsexponenten für die monatlichen rekonstruierten Meeresoberflächen-Temperaturanomalien nach Kaplan u. a. 1998 [115] (1856-2002). Die Reihen jedes verfügbaren Gitterpunktes wurden nach der Saisonbereinigung mit der DFA zweiter Ordnung untersucht und die Fluktuationsexponenten auf den Skalen von 15 bis 400 Monaten bestimmt.

Teile mit je 248 bzw. 247 Jahren getrennt. Diese wurden dann analog zu Abb. 3.2 analysiert. Die vier Karten sind in ihrer chronologischen Folge in Abb. 3.9 oben links, oben rechts, unten links und unten rechts gezeigt. An manchen Orten variieren die α -Werte beachtlich. Zum Beispiel zeigen sich zu Beginn im Bereich der Aläuten sehr große Steigungen, die sich später verringern. Ferner sind im indischen Ozean sehr kleine Steigungen zu finden, die später etwas größer werden. In Nordamerika stellen sich teilweise innerhalb des Kontinents sehr kleine Exponenten ein, die am Ende auch sehr groß werden. Auffällig ist außerdem, daß im kontinentalen Asien durchgängig etwas kleine Exponenten auftreten, während im Bereich der Mongolei eher große α zu finden sind. Wegen der kleineren Reihenlänge sind die Ergebnisse noch unsicherer als die aus Abb. 3.2.

Folgende Ergebnisse lassen sich für die bodennahe Temperatur zusammenfassen:

1. Exponenten um 0,65 über den Kontinenten werden bestätigt
Dies gilt natürlich vorrangig für die mittleren Breiten auf der Nordhalbkugel. Somit wird [69] insofern entkräftet, als daß hier neben dem Kontrolllauf vor allem auch eine historische Simulation analysiert wird. Bei dieser liegen die α -Werte der kontinentalen Temperaturen größtenteils um 0,65.

3 Analyse langjähriger Temperaturreihen: Langzeitkorrelationen und Trends

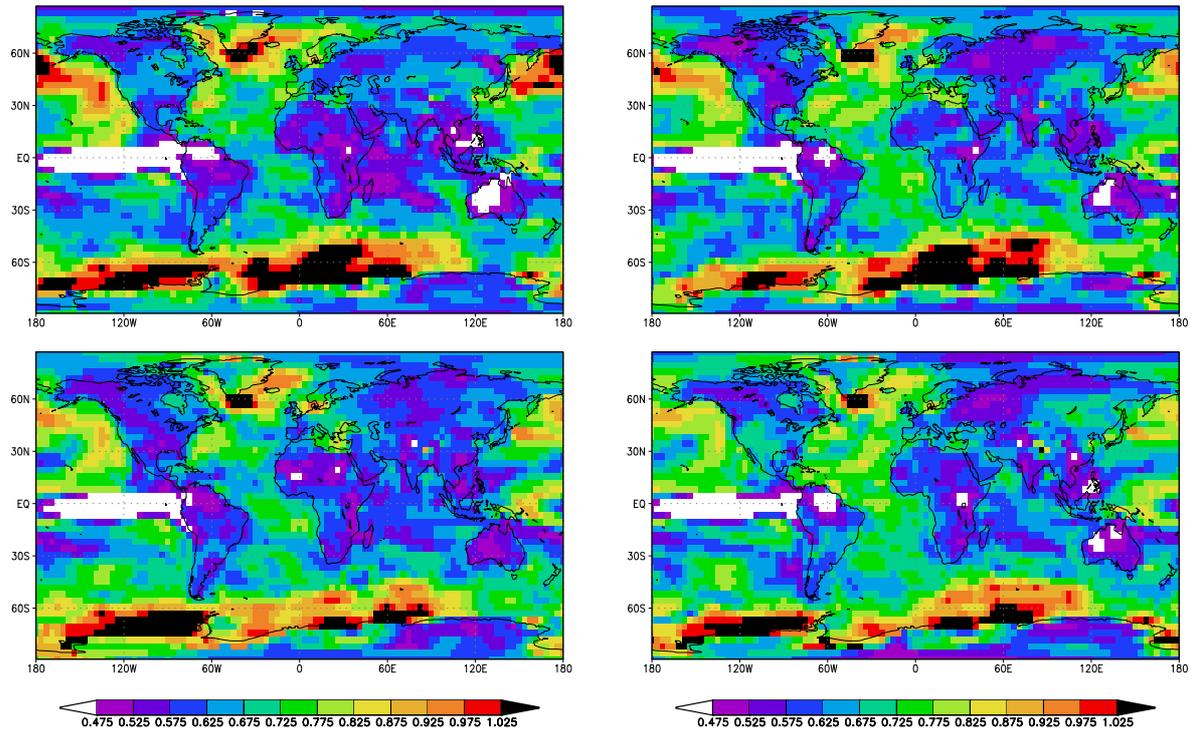


Abbildung 3.9: Zeitliche Entwicklung der DFA2-Fluktuationsexponenten, die für die 2m-Temperaturreihen der historischen Simulation berechnet wurden. Dazu wurde die DFA2 separat in Zeitfenstern von 248 Jahren (das letzte mit 247y) berechnet und die Fluktuationsexponenten auf Skalen zwischen 850 und 19 000 Tagen bestimmt. Die globale Verteilung ist gezeigt für die Jahre 1000 – 1247 (oben links), 1248 – 1495 (oben rechts), 1496 – 1743 (unten links) und 1744 – 1990 (unten rechts).

2. Forcings (Antriebe des Modells) spielen eine wichtige Rolle

Der Vergleich von Kontrolllauf und historischer Simulation hat gezeigt, daß die Langzeitkorrelationen durch die Forcings begünstigt werden. Als Antriebe dienten hier die effektive Solarkonstante, welche Schwankungen aufgrund der Vulkanaktivität beinhaltet, und Variationen in der Konzentration an Treibhausgasen. Mit dieser systematischen Analyse wird also [225] bestätigt.

3. Langzeitkorrelationen wirken in der historischen Simulation bis 200 Jahre

Die Analyse der historischen Simulation hat auch gezeigt, daß die Langzeitkorrelationen zumindest im Modell über die maximal 50 Jahre der gemessenen Reihen hinausreichen.

Diese Schlußfolgerungen sind jedoch mit Bedacht zu verwenden, da die präsentierten Ergebnisse mit teilweise großen Unsicherheiten belegt sind. Einerseits verhindern Oszillationen die genaue Bestimmung der Fluktuationsexponenten, andererseits ist es schlechtes Scaling, das die Resultate unsicher macht. Es liegen also zwei mögliche Fehlerszenarien vor.

Die Leistungsfähigkeit des Klimamodells kann nicht besser evaluiert werden, da zu wenig gemessene Vergleichsdaten vorliegen. Dies betrifft hauptsächlich die Südhalbkugel und extreme Regionen wie innerhalb der Polarkreise.

Aus der vorgestellten Untersuchung heraus stellen sich weitere Fragen:

- Was hat es mit den Meeresströmungen auf sich?
Wie in den Simulationen, aber auch bei den rekonstruierten Kaplan-Daten zu sehen ist, kommt es in den Bereichen mancher Meeresströmungen zu größeren oder kleineren Fluktuationsexponenten. Unklar ist weshalb dort die Langzeitkorrelationen unterschiedlich stark ausgeprägt sind.
- Ist ENSO im Modell übertrieben?
Beim Vergleich der Modellsimulationen mit der Kaplan-Rekonstruktion stellt sich die Frage, wie stark der Einfluß von El-Niño-Ereignissen wirklich ist und wie weit er reicht.
- Wie lassen sich Oszillationen besser herausfiltern?
Leider konnte die Langzeitkorrelationen hauptsächlich im Wirkungsbereich des ENSO, nördlich und südlich des Äquators, nicht genauer quantifiziert werden. Deshalb ist eine Methode erforderlich, die Periodizitäten zuverlässiger entfernt.
- Was passiert an den Meereiskanten?
Sowohl bei Grönland als auch bei der Antarktis kommt es, abgesehen von allen Unsicherheiten, zu instationärem Langzeitverhalten. Es stellt sich die Frage nach der Ursache hierfür.

Zur Beantwortung dieser Fragen sind weitere Untersuchungen nötig. Dem Verständnis der Meeresströmungen und des Temperaturverhaltens an der Meereiskante wäre es dienlich, verschiedene Größen des Modells zu betrachten. Dabei kann möglicherweise die Analyse der Daten eines anderen Simulationslaufes oder eines komplett anderen Modells hilfreich sein. Für eine bessere Bestimmung des Korrelationsverhaltens der Temperatur im Bereich des Äquators ist eine überarbeitete Technik zum Entfernen der Oszillationen erforderlich.

3.2 Trendanalyse mittels DFA

Ziel dieses Abschnittes ist es, die trendbereinigende Eigenschaft der DFA höherer Ordnung zu nutzen, um im Vergleich mit der nicht trendbereinigenden konventionellen FA Rückschlüsse auf Trends zu ziehen. Voraussetzung dafür ist, daß sich die Fluktuationsexponenten deutlich von der maximalen Steigung 1 der FA unterscheiden, was für Temperaturreihen von Einzelstationen gegeben ist, bei denen typische Fluktuationsexponenten um 0,65 auftreten. Dies ist in Kap. 3.3 für die Reihen der nördlichen Hemisphäre nicht der Fall, da solche Reihen stärkere Langzeitkorrelationen aufweisen. Während später in globaler Größenordnung gemittelte Daten untersucht werden, sind es hier lokale Punktmessungen, die einer regionalen Trendanalyse zugrunde liegen.

Die Methode basiert auf dem Ansatz, viele Reihen zu erzeugen, die Langzeitkorrelationen gleicher Stärke enthalten wie die zu untersuchende Reihe, um abschätzen zu können, wie wahrscheinlich es ist, eine ähnliche Diskrepanz zwischen den Fluktuationsexponenten von FA und DFA höherer Ordnung zu finden. Motiviert wird dieser Ansatz durch die Notwendigkeit, bei der Trendanalyse Langzeitkorrelationen zu berücksichtigen. Denn viele Verfahren unterliegen der Einschränkung auf unabhängige (unkorrelierte) Reihen. Als Beispiel soll hier nur

3 Analyse langjähriger Temperaturreihen: Langzeitkorrelationen und Trends

die Bruchpunktanalyse nach Pettitt 1979 [169] genannt werden, die bereits bei Kurzzeitkorrelationen nachweislich scheitert [37].

Im nun folgenden Teilkapitel 3.2.1 wird die spezielle Fragestellung in Bezug auf das Untersuchungsgebiet in Zentralasien formuliert. Daraufhin werden die Langzeitkorrelationen der betrachteten Temperaturreihen analysiert (Kap. 3.2.2), wobei die Grundlagen aus den ersten Kapiteln dieser Arbeit vorausgesetzt werden. Das Verfahren zur Trendanalyse mittels FA/DFA wird anschließend in Kap. 3.2.3 dargelegt und exemplarisch demonstriert, wo auch die Diskussion der Ergebnisse erfolgt.

3.2.1 Problemstellung für Zentralasien

Die hier untersuchten Temperaturreihen wurden von kirgisischen Klimastationen gemessen. Das Land liegt größtenteils in dem Hochgebirge Tian-Shan, siehe Abb. 5.17 in Kap. 5.2.1, dessen gletscherreiche Erhebungen Höhen von über 7 000 m erreichen. Der dort fallende Niederschlag stellt eine der wichtigsten Wasserressourcen und somit eine zentrale Lebensgrundlage für die Region dar [78]. Mittels Bewässerungsanlagen versucht die Bevölkerung das steppenartige bis aride Umland urbar zu machen. Giese u. a. 2004 [78] beschreiben, wie die drei Unteranliegerstaaten Kasachstan, Usbekistan und Turkmenistan wegen des ariden Klimas von den Wasserressourcen der Oberanliegerstaaten Kirgistan und Tadschikistan abhängen. Seit der Auflösung der Sowjetunion besteht ein erhöhtes Konfliktpotential, da die Verfügungsgewalt nicht mehr bei der Moskauer Zentrale liegt, sondern bei den nun souveränen Staaten [78]. Im Zusammenhang mit der Wasserentnahme, aber auch bezüglich der Energiegewinnung durch Stauseen, entstehen verschiedene Probleme, die nicht nur das prominente Beispiel der Austrocknung des Aral-Sees mit all seinen Folgen betreffen. Es stellt sich also die Frage nach den Ursachen und Auswirkungen der zunehmenden Wasserverknappung in den Trockengebieten Zentralasiens [155].

Seit einigen Jahren verzeichnet man einen verstärkten Rückgang der größten Gletscher des Tian-Shan ([77] und Referenzen darin). Diese Entwicklung geht einher mit einem zunehmenden Wasserabfluß, den man zumindest teilweise auf steigende Lufttemperaturen hauptsächlich in den tieferen Lagen, zurückführt. Darüber hinaus zeigen sich Seespiegelschwankungen der großen natürlichen Seen. Dabei ist zu bemerken, daß der Stand einiger Seen seit den letzten fünf Jahren auch wieder ansteigt [77].

Somit stellt sich die Frage nach einer Klimaerwärmung in Zentralasien [77]. Daß es auch in dieser Region zu einer Erwärmung kommt, ist unumstritten. Unklar ist aber, ab wann und wie stark sich das Klima ändert. Ferner fragt man sich, wie die Erwärmung im Kontext des globalen Klimawandels (vgl. Kap. 3.3.1) zu betrachten ist. Direkt dazu soll hier eine Darstellung vorweggenommen werden. Abbildung 3.10 stellt die Temperaturkurve von Karakol (Kap. 5.2.1) der Temperaturkurve für die nördliche Hemisphäre (instrumentell gemessen, verfügbar über [48], siehe auch Kap. 3.3) gegenüber. In beiden Fällen ist eine Erwärmung zu beobachten, die sich in ihrer Form aber unterscheidet. Zwischen 1910 und 1920 war es in Karakol überdurchschnittlich warm und zwischen 1925 und 1960 gut ein halbes Grad kälter als im räumlichen Mittel der nördlichen Hemisphäre. Deswegen scheint die Erwärmung in Karakol bereits um 1950 zu beginnen und nicht erst 1970 wie bei dem letzten Erwärmungsschub der nördlichen Hemisphäre. Insgesamt sind die Tendenzen vereinbar mit den Ergebnissen von

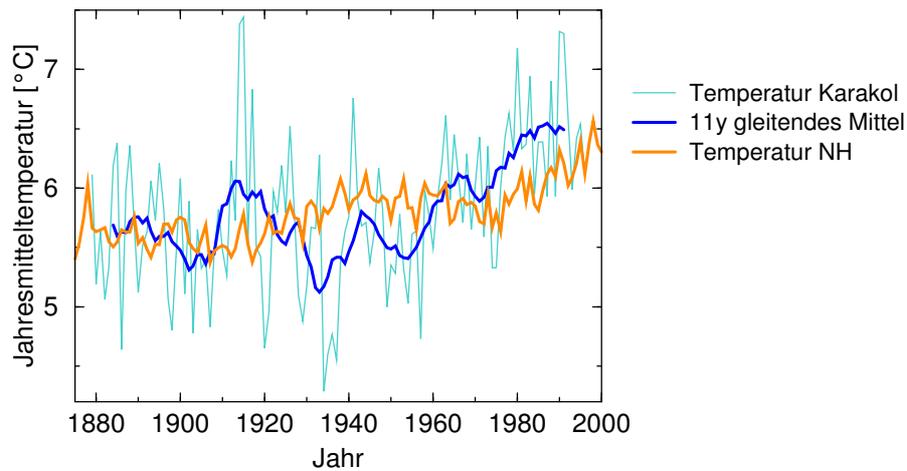


Abbildung 3.10: Entwicklung der Jahresmitteltemperatur von Karakol (hellblau) und der nördlichen Hemisphäre (orange) [48] im Vergleich. Die Reihen wurden nicht in den Mittelwerten für den Zeitraum 1961-1990 in Übereinstimmung gebracht, sondern für den gesamten Zeitraum (die Variabilität bleibt unverändert). Außerdem wurde zum besseren Vergleich für die Temperaturreihe von Karakol zusätzlich ein elfjähriges gleitendes Mittel (blau) eingezeichnet.

Esper u. a. 2003 [63], die ca. 1800 einsetzend eine positive Entwicklung der Temperatur im südlichen Tian-Shan anhand von Baumringen beschreiben.

Aus methodologischer Sicht bleibt die Frage, ob sich mit dem Verfahren, das hier vorgestellt wird, die Ergebnisse von Regressionsanalysen bestätigen. Zum Beispiel finden Giese und Mosig 2004 [77] für die Temperaturreihe von Karakol einen Anstieg von $2,7^{\circ}\text{C}/100\text{y}$ in den Jahren 1972-1996. Die deterministische Eigenschaft von Trends wirft weiter die Frage auf, ob sich die gefundenen Trends fortschreiben lassen. Die auf der DFA basierende Methode berücksichtigt Langzeitkorrelationen, also die Zufallskomponente der Meßreihen, vgl. Gl. (2.17+2.18). Ein ermittelter Trend dürfte also nicht wie der stationäre Verlauf einer langzeitkorrelierten Reihe irgendwann zufällig seine Richtung ändern.

3.2.2 Bestimmung der Langzeitkorrelationen

Die Trendanalyse mittels des Vergleichs von FA und DFA konzentriert sich in dieser Arbeit auf die Temperaturreihen der zentralasiatischen Stationen Karakol und Bajtyk. Die Auswahl erfolgte aufgrund der unterschiedlichen Lagen. Karakol liegt am östlichen Rande des Issyk-Kul-Beckens in 1718 m Höhe, die Station wurde aber leider 1997 geschlossen [77]. Bajtyk befindet sich im nördlichen Tian-Shan, 20 km südlich von Bischkek [77] (siehe auch Kap. 5.2.1). Die Daten in monatlicher Auflösung wurden in ihren Mittelwerten saisonbereinigt, Gl. (2.1). Die Fluktuationsfunktionen der FA und DFA1-3 (vgl. Kap. 2.2.1) sind in Abb. 3.11 gezeigt. Wie man sehen kann, zeigen die Fluktuationsfunktionen der DFA verschiedener Ordnung einen weitgehend parallelen Verlauf. Mit den Werten $\alpha = 0,66$ für Karakol und $\alpha = 0,62$ für Bajtyk liegen sie im Bereich $0,65 \pm 0,05$, wie er für kontinentale Temperaturreihen erwartet wird (Kap. 2 und 3.1). Die Fluktuationsfunktion der konventionellen, nicht trendbereinigen-

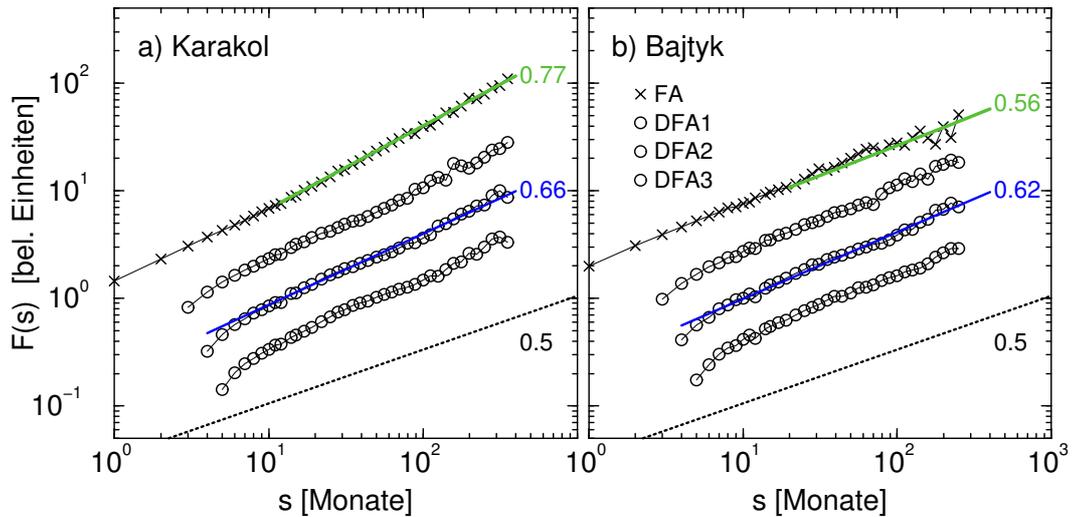


Abbildung 3.11: Fluktuationsfunktionen der zentralasiatischen Temperaturreihen der Klimastationen Karakol und Bajtyk. Aufgetragen sind die Fluktuationsfunktionen $F(s)$ der konventionellen FA und der DFA1-3 (jeweils von oben) gegen die Zeitskala s , für die monatlichen Temperaturreihen von a) Karakol und b) Bajtyk. Zusätzlich sind Geraden mit der Steigung 0,5 gestrichelt eingezeichnet (unten). Blau dargestellt sind die Steigungen, die für die DFA2 ermittelt wurden und grün die der FA (nach [155, 182]).

den FA zeigt dagegen für Karakol einen etwas zu großen Exponenten ($\alpha_{FA} = 0,77$) und für Bajtyk eine eher zu kleine Steigung ($\alpha_{FA} \approx 0,56$). Bei der konventionellen Fluktuationsanalyse wird nicht zwischen Langzeitkorrelationen und Trends unterschieden, weshalb ein Trend wie Korrelationen wirkt und sich als Abhängigkeit äußert, die zu einer erhöhten Steigung der FA gegenüber der DFA höherer Ordnung führt. Die Situation bei Karakol deutet also auf einen Trend hin. Diese Abweichung wird im folgenden Kap. 3.2.3 genutzt, um die unterliegenden Trends abzuschätzen.

3.2.3 Anwendung der DFA zur Trendbestimmung

Die Trendbereinigende Fluktuationsanalyse wurde erstmals von Bunde u. a. 2000 [33] systematisch auch in höherer polynomialer Ordnung angewendet (DFA in Kap. 2.2.1). Der Einfluß von Trends auf die Fluktuationsfunktionen verschiedener Ordnung wurde dann als erstes von Kantelhardt u. a. 2001 [110] im Detail betrachtet. Wie in Kap. 2.2.1 wiedergegeben wurde, eliminiert die DFA polynomiale Trends der Ordnung n im Profil, also der Ordnung $n - 1$ in der ursprünglichen Reihe. Entsprechend bereinigt DFA2 lineare Trends, DFA1 konstante Trends (Stufen) und DFA0 bzw. FA gar keine Trends. Es zeigt sich aber, daß die Fluktuationsfunktionen nicht immer so glatt sind, vgl. Abb. 3.11 und z.B. 2.6, und mal eine etwas größere oder kleinere Steigung ergeben. Man kann also nicht eins zu eins auf einen bestimmten Trend schließen (Abb. 2.9). Hinzu kommt, daß sich schwache Trends mit denen man es hier zu tun hat, nicht auf die DFA1 auswirken, sondern nur auf FA bzw. DFA0. Kantelhardt u. a. 2001 [110] untersuchen aber nur DFA_n bei relativ starken Trends. Da bei dieser

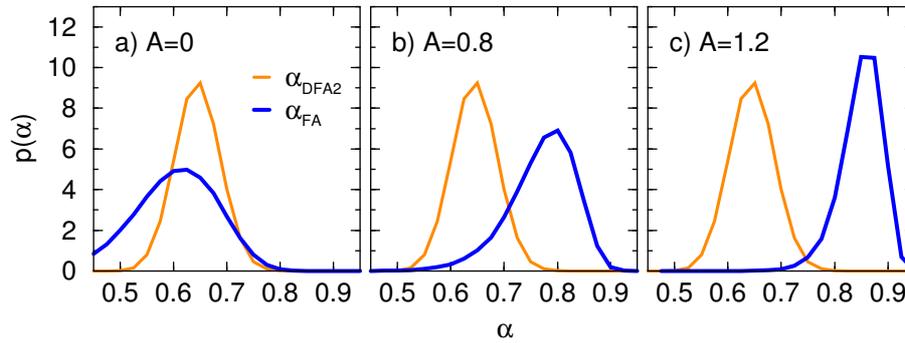


Abbildung 3.12: Histogramme der Exponenten α_{FA} und α_{DFA2} , die aus modellierten, mit Trends unterlegten Reihen der Temperaturreihe von Karakol gewonnen wurden. Für die Berechnung wurden je 100 000 gaußverteilte Reihen der Länge $N = 1416$ und mit der Vorgabe $\alpha_{FFM} = 0,66$ erzeugt und mit der DFA2 (orange) und der FA (blau) analysiert. In a) sind die Reihen trendfrei, in b) und c) wurden jeweils Trends der Stärke $A = 0,8$ bzw. $A = 1,2$ in Einheiten der Standardabweichung pro Reihenlänge addiert. Man sieht, daß die Exponenten der DFA2 unbeeinflusst bleiben, während die α_{FA} mit zunehmendem Trend größer werden. Die Histogramme sind normiert und ihnen liegt eine Klassenbreite von 0,025 zugrunde.

Studie von einem schwachen Trend ausgegangen wird, soll ihm ein linearer Ansatz genügen. Zur Bestimmung der Langzeitkorrelationen ist man mit DFA2 also auf der sicheren Seite (Kap. 3.2.2).

Die vorgestellte Methode [182, 155] basiert also auf dem Vergleich der Fluktuationen von FA und DFA2. Die Frage ist, wie wahrscheinlich es ist, für eine stationäre langzeitkorrelierte Reihe mit α_{DFA2} eine FA-Fluktuationen mit dem gefundenen Exponenten α_{FA} zu erhalten. Der Fall $1 \geq \alpha_{FA} \gg \alpha_{DFA2}$ kommt selten vor, weshalb man dann auf einen Trend schließen kann. Um aber eine solche Wahrscheinlichkeit zu berechnen, muß man viele Reihen erzeugen, die möglichst ähnliche Eigenschaften haben, wie die zu untersuchende Reihe, besonders was die Langzeitkorrelationen angeht. Anhand dieser läßt sich dann abzählen, wie häufig die Steigungen α_{FA} und α_{DFA2} der zu untersuchenden Reihe mit einer gewissen Unsicherheit bei den simulierten Reihen auftritt. Als nächstes wiederholt man die Prozedur, gibt den generierten Reihen aber einen zusätzlichen Trend mit vorgegebener Stärke, so daß man wieder einen Wert dafür berechnet, wie wahrscheinlich das ‚Bild‘ von FA und DFA2 ist. Variiert man die Steigung des linearen Trends, dann kann man den Punkt der größten Wahrscheinlichkeit suchen, der dann den wahrscheinlichsten Trend angibt.

Zuerst wird die monatliche Temperaturreihe von Karakol betrachtet. Sie ist 118 Jahre also 1416 Datenpunkte lang und hat laut Abb. 3.11 Langzeitkorrelationen mit $\alpha_{DFA2} = 0,66$. Für die Trendanalyse wurden 100 000 zufällige gaußverteilte Reihen mit der Länge $N = 1416$ und mit vorgegebenen Fluktuationsexponenten $\alpha_{FFM} = 0,66$ mittels der Fourier Filter Methode (FFM, vgl. Kap. 2.2.3) erzeugt. Es wird also die Annahme gemacht, daß es sich um keine sehr von Gauß abweichende Grundverteilung handelt. Sodann wurde die FA/DFA auf jede Reihe angewendet und jeweils die Steigungen α_{FA} und α_{DFA2} auf den Skalen $14 < s < 140$ bestimmt. Abbildung 3.12a) zeigt die Verteilungsdichten der ermittelten Exponenten. Während die α_{DFA2} -Werte um ihre Vorgabe streuen, liegen die Steigungen der FA etwas

3 Analyse langjähriger Temperaturreihen: Langzeitkorrelationen und Trends

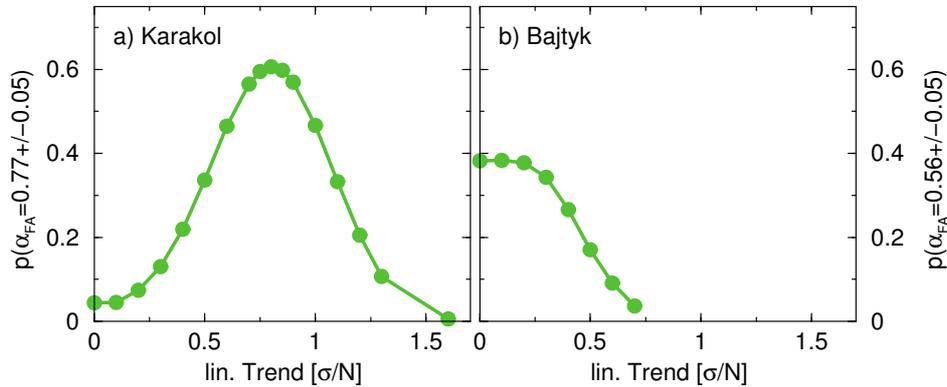


Abbildung 3.13: Anteil der künstlichen Reihen, die ähnliche Exponenten α_{FA} und α_{DFA2} aufweisen wie die echten Reihen von Karakol bzw. Bajtyk in Abb. 3.11. In Abhängigkeit des adaptierten linearen Trends, vgl. Abb. 3.12, ist die Wahrscheinlichkeit dafür aufgetragen, daß die künstlichen Reihen Steigungen in den Fluktuationsfunktionen aufweisen, die den echten ähneln, also für a) Karakol, $\alpha_{DFA2} = 0,66 \pm 0,05$ und $\alpha_{FA} = 0,77 \pm 0,05$ sowie b) Bajtyk, $\alpha_{DFA2} = 0,62 \pm 0,05$ und $\alpha_{FA} = 0,56 \pm 0,05$ (nach [155, 182]).

darunter und sind über einen größeren Bereich verteilt. Beides sind Eigenarten der FA. Per Definition sind diese generierten Reihen stationär, weisen also keinen Trend auf. Man findet, daß in dieser Situation nur rund 4% aller Reihen $\alpha_{DFA2} = 0,66 \pm 0,05$ und $\alpha_{FA} = 0,77 \pm 0,05$ aufweisen. Die Situation von Abb.3.11a) tritt also selten auf, weshalb es unwahrscheinlich ist, daß die Temperaturreihe von Karakol keinen Trend beinhaltet.

Im nächsten Schritt werden die künstlichen Reihen mit einem linearen Trend der Stärke A versehen (Gl. (2.19) mit $p = 1$). Der gesamte Vorgang wird wiederholt und man betrachtet wieder die gewonnenen Exponenten und deren Verteilungsdichte. Beispiele dafür sind in Abb. 3.12b)+c) gezeigt. Mit zunehmendem linearen Trend bleiben die Exponenten der DFA2 unverändert. Unterdessen nehmen die Steigungen der FA tendenziell größere Werte an, die Verteilung verschiebt sich nach rechts. Bei einem Trend treten größere Steigungen α_{FA} also häufiger auf. Bestimmt man für diese Histogramme nun wieder den Anteil der Realisationen, die $\alpha_{DFA2} = 0,66 \pm 0,05$ und $\alpha_{FA} = 0,77 \pm 0,05$ erfüllen und trägt das gegen die Stärke des Trends auf, dann findet man den Verlauf in Abb. 3.13a). Bei Null (ohne Trend) sind die eingangs bestimmten 4% eingetragen. Bei zunehmendem Trend erfüllen immer mehr Reihen die Bedingung $\alpha_{FA} = 0,77 \pm 0,05$ weshalb die Kurve ansteigt, bis zu einem Maximum bei dem Trend von $0,8 \sigma_0/N$. Ein Trend der Stärke $1,2 \sigma_0/N$ (Abb. 3.12c)) ist dann immer noch wahrscheinlicher als kein Trend. Verschwindend ist dagegen die Wahrscheinlichkeit für einen Trend mit einer Steigung, die größer als $1,5 \sigma_0/N$ ist.

Man kann also schlußfolgern, daß es sich mit größter Wahrscheinlichkeit um einen Trend der Steigung $0,8 \sigma_0/N$ handelt, wobei die Unsicherheit wegen der Breite der Kurve in Abb. 3.13a) recht groß ist. Rechnet man diesen wahrscheinlichsten Trend um, von Einheiten der Standardabweichung pro Reihenlänge nach Grad Celsius pro 100 Jahre, dann bekommt man einen Anstieg von $1^\circ\text{C}/100\text{y}$ [155, 182] mit einer geschätzten Unsicherheit von $0,2^\circ\text{C}/100\text{y}$.

Führt man die gleiche Methode für die Temperaturreihe von Bajtyk durch, mit den entsprechenden Parametern $\alpha_{FFM} = 0,62$; $N = 1044$ und den Bedingungen $\alpha_{DFA2} = 0,62 \pm 0,05$;

$\alpha_{\text{FA}} = 0,56 \pm 0,05$, dann gelangt man zu den Wahrscheinlichkeiten von Abb. 3.13b). Die Wahrscheinlichkeit, daß die Reihe von Bajtyk keinen Trend beinhaltet beträgt 38%. Der gleiche Wert gilt aber auch noch für einen Trend mit der Steigung von $0,2 \sigma_0/N$, was einem Anstieg von $0,5^\circ\text{C}/100\text{y}$ entspricht. Dieser Trend ist aber unwahrscheinlicher als der von Karakol.

Mossig und Rybski 2005 [155] vergleichen die hier vorstellten Resultate mit den entsprechenden Regressionsanalysen von Giese und Mossig 2004 [77]. Für Karakol ergibt sich mit dem DFA-basierten Verfahren wider Erwarten ein etwas stärkerer Trend als der, den man mit einer Regression findet. Im Fall von Bajtyk ist es umgekehrt, die Regressionsanalyse ergibt eine größere Steigung. Es ist nicht ganz verstanden, warum die Regression für die Karakol-Reihe eine kleinere Steigung ergibt, als mit dem DFA-Verfahren berechnet wurde, schließlich erwartet man aufgrund der Langzeitkorrelationen, daß die herkömmliche Regressionsanalyse Trends überschätzt, siehe z.B. Abb. 2.21. Vermutlich liegt die Ursache in der statistischen Natur des Problems. Die Regressionen streuen um einen tatsächlichen Wert. Möglicherweise handelt es sich hier um einen Fall, der zufällig klein ausfällt.

In [155] werden außerdem Trends untersucht, die bis 1950 konstant sind und dann linear einsetzen. Dabei zeigt sich, daß die Regressionsanalyse eine größere Steigung detektiert als der FA/DFA-Vergleich. Dies kann damit erklärt werden, daß bei der Regression um so größere Steigungen gefunden werden, je kleiner das Fenster ist. Für Langzeitkorrelationen gilt der Zusammenhang aus Gl. (2.68). Mit dem DFA-basierten Verfahren zeigt sich für den Trend ab 1950 genau die Steigung, die nötig ist, um auf den gleichen Gesamtanstieg zu kommen, wie der Trend über die gesamte Reihe. Die Methode differenziert also nicht die Form des Trends, sondern bestimmt einzig den Gesamtanstieg.

Die hier beschriebene Methode zur Quantifizierung systematischer Änderungen des Mittelwertes unterscheidet außerdem nicht zwischen ansteigenden und abfallenden Trends. Dies liegt darin begründet, daß sich beide Richtungen in gleicher Weise auf die FA auswirken (wegen des Quadrates in Gl. (2.14)). Aus Plausibilitätsgründen wurde aber immer von ansteigenden Trends ausgegangen.

Die künstlichen langzeitkorrelierten Reihen wurden nach ihrer Erzeugung mit linearen Trends unterschiedlicher Steigung versehen. Diese Maßnahme vergrößert die Standardabweichung, die ihrerseits zur Umrechnung des Trends benötigt wird. Da der addierte Trend klein ist im Verhältnis zu den Fluktuationen, kann der Einfluß auf die Trendabschätzung vernachlässigt werden.

Abbildung 3.13 stellt für jeden getesteten Trend den Anteil der Konfigurationen dar, die eine Bedingung $\alpha \pm 0,05$ erfüllen, also deren bestimmte Exponenten im Bereich $(\alpha - 0,05) < \alpha < (\alpha + 0,05)$ liegen. Die Spanne $\pm 0,05$ wurde gewählt, weil sie in der Größenordnung des typischen Fehlers liegt, der bei Monatsdaten auftritt. Andere Intervalle führen zum gleichen Verlauf von Abb. 3.13, nur in unterschiedlicher Höhe. Die Werte der berechneten Wahrscheinlichkeiten sind also nicht absolut zu betrachten.

Wie eingangs erwähnt wurde, ist die Voraussetzung für die Anwendung der vorgestellten Methode, daß der DFA2-Fluktuationsexponent der zu untersuchenden Reihe nicht zu groß ist, denn dann hat die FA mit einer maximalen Steigung 1 wenig Spielraum, um auf einen Trend zu reagieren.

Diskussion

In dieser exemplarischen Analyse von regionalen Temperaturtrends zweier Klimastationen in Zentralasien werden also Erwärmungen von wahrscheinlich ca. 1°C in hundert Jahren (Karakol) bzw. etwas unwahrscheinlicher ca. $0 - 0,5^{\circ}\text{C}/100\text{y}$ (Bajtyk) gefunden. Diese Werte liegen etwas über bzw. unter dem, was man qualitativ anhand der räumlich gemittelten instrumentellen Temperaturreihe der nördlichen Hemisphäre erwarten würde. Da die Stationen nur etwa 320 km in Luftlinie voneinander entfernt liegen, fragt man sich trotzdem, wie es zu so unterschiedlichen Trends kommt. Die Untersuchungen von Kap. 5.2 zeigen, daß die Station von Karakol wegen ihrer Lage im Issyk-Kul-Becken klimatisch eher abgeschirmt ist, und daß die Temperaturreihen relativ verschieden voneinander verlaufen (geglättete Reihen sind in [155] abgebildet). Der gefundene Trend in der Temperaturreihe von Karakol unterscheidet sich gering von dem Ergebnis einer Regressionsanalyse [77].

3.3 Detektion mittels gleitender Mittel

Im vorhergehenden Kapitel 3.2 wurden Trends in Temperaturreihen einzelner Klimastationen mittels der DFA bestimmt, bzw. mittels der Verfälschung der FA-Ergebnisse durch Trends. In diesem Abschnitt werden Temperaturreihen der nördlichen Hemisphäre untersucht, die – so viel soll vorweggenommen werden – stärkere Langzeitkorrelationen aufweisen als die Reihen einzelner Stationen. Dadurch unterscheiden sich die Fluktuationsfunktionen der FA/DFA0 aber kaum von der maximalen Steigung 1, weshalb die DFA-Methode ungeeignet ist.

Nicht nur die Methode in diesem Kapitel ist eine andere, sondern zudem der Gegenstand. Auch wenn die Temperaturreihen einzelner Stationen stark miteinander verwandt sind (Kap. 5), so ist es doch etwas grundsätzlich Verschiedenes, die Temperatur an einem Punkt oder die großräumige über viele Punkte gemittelte Temperatur zu untersuchen. Zuvor ging es um die Trendanalyse einer lokalen (regionalen) Temperatur, während hier auf globaler Skala eine Trendbetrachtung für die Temperatur der nördlichen Hemisphäre vollzogen wird. Zudem haben die hier analysierten Reihen jährliche Auflösung.

Warum wurde die nördliche Hemisphäre ausgewählt? Die Erdoberfläche ist zu etwa 72 % von Wasser bedeckt. Der Großteil der Landmassen liegt dabei auf der Nordhalbkugel. Dort leben also auch die meisten Menschen und die Temperatur wurde folglich am längsten und mit besserer räumlicher Auflösung gemessen. Zwar werden mit der ausgedehnten Seeschifffahrt auch auf den Ozeanen Messungen vorgenommen, doch bleibt die Südhalbkugel schlechter abgedeckt. Satelliten messen erst seit einigen Jahrzehnten. Ähnliche Argumente gelten für die rekonstruierten Temperaturreihen, die auf sogenannten Proxydaten beruhen.

Zu Beginn werden in Kap. 3.3.1 die wichtigsten Aspekte der Diskussion um die globale Klimaerwärmung dargelegt, die seit mehreren Jahren kontrovers geführt wird. In Kapitel 3.3.2 werden dann die aus Proxydaten rekonstruierten Temperaturreihen für die nördliche Hemisphäre eingeführt, vor deren Hintergrund der instrumentell gemessene Temperaturanstieg des letzten Jahrhunderts betrachtet wird. Daß alle vorliegenden Temperaturrekonstruktionen langzeitkorreliert sind, ist Gegenstand von Kap. 3.3.3. Wie am Anfang dieser Arbeit bereits diskutiert wurde, führen Langzeitkorrelationen zu einer verstärkten Variabilität innerhalb einer Meßreihe (Kap. 2.3). Will man Aussagen darüber treffen, wie wahrscheinlich die beobachtete Klimaerwärmung mit den natürlichen Fluktuationen des Klimasystems erklärt werden

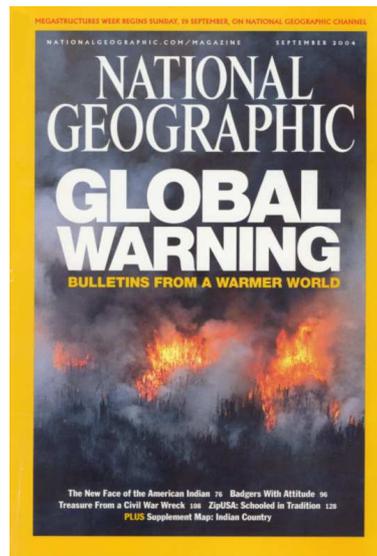


Abbildung 3.14: Das Titelblatt des *National Geographic* (Ausgabe September 2004) zeigt unter der Schlagzeile „*Global Warning*“, als Wortspiel mit *Global Warming* (Globale Erwärmung), einen Waldbrand in Alaska (Foto: Peter Essick).

kann, so kommt man nicht umher, dieser gesteigerten Variabilität Rechnung zu tragen. Die eigentliche Analyse des Anstiegs in der instrumentell gemessenen Temperatur der nördlichen Hemisphäre findet in Kap. 3.3.4 statt, wo die gemessene Reihe zu den Rekonstruierten in Bezug gesetzt wird. Die Analyse zeigt, wie wahrscheinlich der gegenwärtige Temperaturanstieg auf Basis von Temperatur-„Schätzungen“ über die letzten 500 bis 2 000 Jahre ist.

3.3.1 Klimadiskussion

In den 1980er Jahren hat sich der Ausdruck „globale Klimaerwärmung“ als Begriff für den beobachteten anthropogen bedingten Klimawandel etabliert. Man unterscheidet zwischen dem natürlichen Klimawandel, wie er in der Geschichte der Erde häufig aufgetreten ist, und dem anthropogen verstärkten Klimawandel (globale Erwärmung), der unter dem Einfluß des menschlichen Wirkens in den letzten Jahren beobachtet wurde. Seit Jahrzehnten wird eine kontroverse Diskussion um die globale Erwärmung geführt, und das Thema weist eine anhaltende Medienpräsenz auf. Zum Beispiel zeigt Abbildung 3.14 ein Titelblatt der englischen Ausgabe des *National Geographic*. Vor dem Hintergrund eines Waldbrandes in Alaska wird in großen Lettern mit dem Wortspiel „*Global Warning*“ vor der globalen Erwärmung gewarnt. Typisch an diesem Beispiel ist das Einbringen eines Ereignisses, das mit einem Klimawandel unmittelbar nichts zu tun hat. Natürlich kann man argumentieren, daß ein wärmeres Klima möglicherweise mehr Trockenheit verursacht, was wiederum unter Umständen zu mehr Waldbränden führen kann. Die kausalen Zusammenhänge sind dabei jedoch sehr vage. Ähnlich verhält es sich mit Hochwassern. Nach der Elbe-Flut im Jahr 2002 wurde dieses Ereignis immer wieder mit der globalen Erwärmung in Verbindung gebracht. Doch sind Niederschlags- und Abflußreihen sehr komplexer Natur, wie in Kap. 4 und 5 gezeigt wird. Zur Diskussion von Auswirkungen des Klimawandels auf die Hydrologie sei auf die Arbeiten von Mudelsee u. a. 2003 [156] sowie

3 Analyse langjähriger Temperaturreihen: Langzeitkorrelationen und Trends

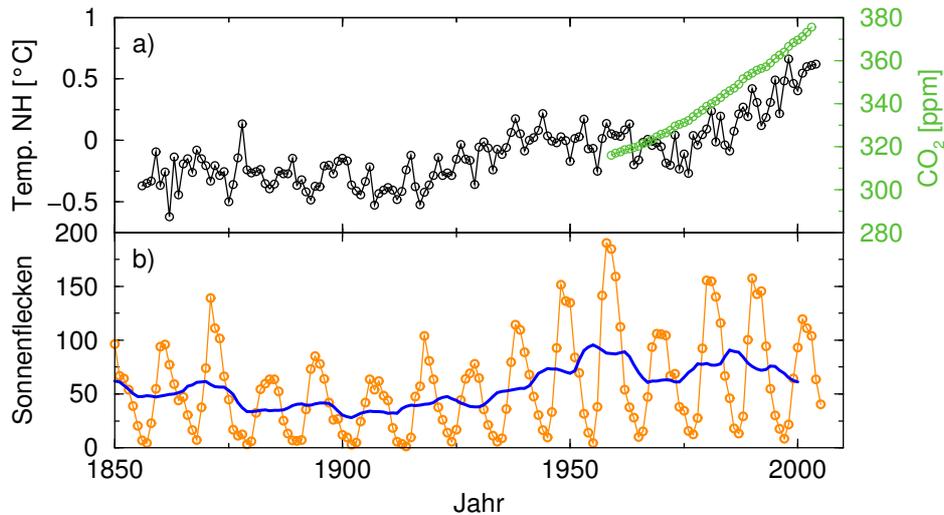


Abbildung 3.15: Instrumentell gemessene Temperaturreihe der nördlichen Hemisphäre und Variationen des CO₂-Gehaltes bzw. der Sonnenflecken. a) Die Temperatur der bodennahen Luftschicht gemessen 1856-2004 [48] (schwarz), zusammen mit der CO₂-Konzentration in der Luft, wie sie seit 1958 vom Mauna Loa Observatorium auf Hawaii gemessen wird [147] (grün). Für eine etwas größere Darstellung der Temperaturreihe siehe Abb. 3.22 (auch Abb. 3.17b)). b) Sonnenflecken pro Jahr [195] (orange) und 11-jähriges gleitendes Mittel (blau).

Kundzewicz und Schellnhuber 2004 [124] verwiesen. Es ist schon davon auszugehen, daß bei höheren Temperaturen der hydrologische Kreislauf zumindest beschleunigt wird [124]. Trotzdem sollte Vorsicht bezüglich der Diskussion um die Auswirkungen der globalen Erwärmung geboten sein.

Abbildung 3.15a) zeigt die instrumentell gemessene bodennahe Temperatur gemittelt über die nördliche Hemisphäre. Es besteht kein Zweifel an dieser Erwärmung, die auf globaler Skala stattfindet. In dem Teilbild ist auch der Verlauf der Kohlendioxid-Konzentration (CO₂) in der Luft abgetragen, die instrumentell am längsten auf dem Mauna Loa (Hawaii) in 3 400 m Höhe gemessen wird. Seit Beginn dieser CO₂-Messung im Jahr 1958 steigt die Konzentration streng monoton an. Auffällig ist, daß diese Zunahme sehr gut mit dem verstärkten Temperaturanstieg zusammenpaßt, der sich seit den 1970er Jahren vollzieht. Zunächst muß dabei kein kausaler Zusammenhang bestehen (siehe auch Kap. 5.4), denn es könnte auch sein, daß aufgrund eines wärmeren Klimas mehr Kohlendioxid freigesetzt wird. Oder es gibt einen dritten Faktor, den man nicht kennt, der sowohl den CO₂- als auch den Temperaturanstieg verursacht. Die Zunahme der Kohlendioxid-Konzentration führt man aber zweifelsfrei auf die massive Verbrennung fossiler Brennstoffe zurück, die überwiegend aus Kohlenstoffverbindungen bestehen, so daß bei der Verbrennung CO₂ entsteht und entweicht. Der Temperaturanstieg wird teilweise durch die physikalische Wirkung des Kohlendioxids, als Treibhausgas in der Atmosphäre, erklärt.

Aber was ist unter dem Treibhauseffekt zu verstehen? Der Ausdruck bezieht sich ursprünglich auf die Tatsache, daß es in einem Gewächshaus wärmer ist als außerhalb. Bei dem Gewächshaus spielen allerdings zwei Aspekte eine Rolle. Vereinfacht ausgedrückt durchdringt das Son-

nenlicht die Glasscheiben, trifft auf das Innere und wird größtenteils absorbiert, also in Wärme umgewandelt. Diese Wärme kann als langwellige Strahlung das Glas aber nicht mehr passieren, so daß sich die Wärme konzentriert. Darüber hinaus funktioniert das Gewächshaus besonders gut, weil die aufgewärmte Luft nicht entweichen kann. Außerhalb des Gewächshauses entweicht sie durch Konvektion nach oben oder wird einfach vom Wind davongetragen. Im Zusammenhang mit der Erwärmung der Atmosphäre meint man vor allem den ersten Effekt, da die Luft im Prinzip ohnehin an die Erde gebunden ist. Tatsächlich wirkt die Atmosphäre mit ihren Treibhausgasen erwärmend. Um dies zu zeigen, betrachtet man den Strahlungshaushalt der Erde im Gleichgewicht, siehe z.B. Kap 4.3 in [89]. Das Licht der Sonne hat an der Erdbahn eine Strahlungsflußdichte von $S \approx 1368 \text{ W/m}^2$ (Solarkonstante). Die Erde absorbiert mit der Fläche einer Kreisscheibe, also $F_1 = \pi r^2$, wobei r der Radius der Erde ist. Ein Bruchteil A der Strahlung wird reflektiert (Albedo für die Erde $\approx 0,3$), so daß die Leistung $(1 - A)S \cdot \pi r^2$ insgesamt absorbiert wird. Gleichzeitig emittiert die Erde nach dem Stefan-Boltzmann Gesetz die Leistung σT_g^4 mit der Temperatur T_g an jedem Quadratmeter (Stefan-Boltzmann-Konstante $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$). Die Abstrahlung erfolgt allerdings über die gesamte Kugeloberfläche $F_2 = 4\pi r^2$, also mit der Leistung $\sigma T_g^4 \cdot 4\pi r^2$. Im Gleichgewicht ist die Bilanz von Absorption und Emission gleich

$$\begin{aligned}\sigma T_g^4 \cdot 4\pi r^2 &= (1 - A)S \cdot \pi r^2 \\ \sigma T_g^4 \cdot 4 &= (1 - A)S \\ T_g &= \left(\frac{(1 - A)S}{4 \cdot \sigma} \right)^{1/4} .\end{aligned}$$

Man erhält die Strahlungsgleichgewichtstemperatur [89] von $T_g = 255 \text{ K} = -18^\circ\text{C}$. Glücklicherweise hat die Erde an ihrer Oberfläche aber eine Temperatur von $T_s \approx 288 \text{ K} = 15^\circ\text{C}$. Diese Differenz von 33°C führt man auf den Treibhauseffekt zurück. Dies ist natürlich nur eine stark vereinfachte Näherung, die etwa unterschiedliche Wellenlängen nicht differenziert, was auch die Albedo betrifft. Denn die Albedo, die das diffuse Rückstrahlvermögen bezieht, variiert je nach Oberfläche zwischen 5% (Wasseroberfläche, kleiner Winkel) bis 85% (Neuschnee) [82]. Außerdem unterliegt sie Rückkoppelungseffekten, wenn sich z.B. die Eisbedeckung ändert. Unumstritten bleibt aber, daß es einen solchen Treibhauseffekt in der Größenordnung von 33°C gibt. Man unterscheidet aber auch hier zwischen einem natürlichen Treibhauseffekt und einem anthropogen verstärkten Treibhauseffekt.

Neben dem CO_2 , dessen Eigenschaft als Treibhausgas erwiesen ist, wirken auch Methan (CH_4) und Distickstoffmonoxid (N_2O , auch Lachgas genannt) als Treibhausgase [49]. Dazu kommt troposphärisches Ozon, während stratosphärisches Ozon eher kühlend wirkt. Einige Aerosolpartikel (in der Luft fein verteilte Schwebstoffe), wie Sulfate, wirken dem Treibhauseffekt auch etwas entgegen.

Um diese Klimaerwärmung in den letzten 100-150 Jahren einschätzen zu können, ist es erforderlich, sich die Temperaturentwicklung in der Erdgeschichte anzusehen. Abbildung 3.16 veranschaulicht schematisch die qualitativen Temperaturschwankungen der nördlichen Hemisphäre für den Zeitraum bis eine Million Jahre vor heute. Dabei zeigen die Teilbilder von oben nach unten jeweils den Ausschnitt des jüngsten Zehntels. Der Verlauf wird zum Teil aus Eisbohrkernen gewonnen [168, 196]. Man erkennt die kleine Eiszeit, die an die mittelalterliche Warmperiode (MWP bzw. O_J in Abb. 3.16) anschließt. Noch davor, bei $0,2 \cdot 10^4 = 2000$ Jahren, liegt die römische Warmperiode (mittleres Teilbild, nicht gekennzeichnet). Geht man

3 Analyse langjähriger Temperaturreihen: Langzeitkorrelationen und Trends

weiter in die Vergangenheit, dann findet man sich abwechselnde Kalt- und Warmzeiten. Das Klima scheint sich auf der Skala von einer Million Jahren durchgehend in einem Zustand der Veränderung befunden zu haben, wobei die minimalen und maximalen Grenzen stabil zu sein scheinen [168]. Klimaschwankungen sind ein natürlicher Vorgang. Im obersten Teilbild von Abb. 3.16 scheinen die Fluktuationen eine quasi-periodische Form zu haben, mit einer Wellenlänge von ungefähr 100 000 Jahren. Schwankungen dieser Periode, wie auch 43 000 und 24 000 Jahre werden mit Variationen der Erdbahn und -rotation bzw. deren Überlagerungen erklärt (Milanković-Zyklen), siehe z.B. [46].

Es sind nicht nur diese großskaligen Schwankungen, die für Diskussionen gesorgt haben, sondern auch einige andere Aspekte. Argumente sind z.B., daß die Temperaturmessungen nicht korrekt sein könnten. Da sich die meisten Klimastationen in der Nähe von Siedlungen befanden, sind im Laufe der Jahre Städte um die Stationen gewachsen, die wiederum ihr eigenes Mesoklima haben. Da die in Abb. 3.15a) gezeigte Temperaturkurve letztlich teilweise auf den Messungen solcher Stationen beruht, ist tatsächlich davon auszugehen, daß sie zum Teil den Effekt der Stadterwärmung widerspiegelt. Man geht davon aus, daß die Stadterwärmung ca. 0,5 – 1,0 °C im jährlichen Mittel (Stadt/Umland) je nach Stadt ausmacht [82].

Ein anderer strittiger Punkt ist die Rolle der Sonneneinstrahlung [49]. Abbildung 3.15b) zeigt die Anzahl der Sonnenflecken, die in dem Zeitraum 1856-2004 pro Jahr aufgetreten sind. Die Sonnenflecken selbst stellen eine Verdunkelung dar. Sie treten allerdings zusammen mit den hellen Fackeln vermehrt in Epochen verstärkter Sonnenaktivität auf. Deshalb sind die Flecken ein Maß für die Sonnenaktivität – mittels Satelliten wird sie erst seit 1978 gemessen. Unter Zuhilfenahme von Proxydaten, wie z.B. der ^{10}Be -Konzentration, wird die Sonnenaktivität ergänzend rekonstruiert [226]. Dabei nutzt man aus, daß während Epochen erhöhter Sonnenaktivität die Erzeugung von ^{10}Be in der oberen Atmosphäre durch magnetische Felder des Sonnenwindes unterdrückt wird. Die rekonstruierte Sonnenaktivität (Abb. 3.1) ist ihrerseits z.B. erforderlich, um, wie in Kap. 3.1 beschrieben, das Klima zu rekonstruieren [233].

Bekanntermaßen variiert die Anzahl der Sonnenflecken unter anderem dominant mit einer Periode von etwa elf Jahren [171]. Um diese Oszillationen auszublenden, ist in Abb. 3.15b) auch das elfjährige gleitende Mittel der Sonnenflecken eingezeichnet. Wegen der Unregelmäßigkeit der Oszillationen zeigt das gleitende Mittel selbst auch noch Periodizitäten. Qualitativ läßt sich nur bedingt eine Ähnlichkeit zu der direkt gemessenen Temperaturreihe von Abb. 3.15a) erkennen. Von 1645-1715 fand eine Epoche stark reduzierter Sonnenaktivität statt, genannt Maunderminimum. Dieses Minimum fällt sehr gut mit den kalten Jahren der kleinen Eiszeit zusammen (vgl. die Moberg-Reihe in Abb. 3.17b)). Insgesamt ist der Einfluß der Sonnenaktivität auf das Klima der Erde umstritten. Fligge und Solanki 2002 [68] finden zwischen 1880 und 1975 einen annähernd parallelen Lauf der Helligkeit der Sonne und der globalen Mitteltemperatur. Für die jüngste Vergangenheit sehen die Autoren aber ein deutlich anderes Bild. Der klimatische Einfluß von Vulkanaktivität wird hier nicht diskutiert, findet aber in Kap. 3.1 kurz Erwähnung.

Es ist allgemein anerkannt, daß die Temperatur an der Erdoberfläche seit den letzten hundert Jahren zunimmt, mit einem verstärkten Anstieg in den letzten 25 Jahren (siehe Abb. 3.22 und 3.17b) oben). Die offene Frage lautet, wie viel von dieser Zunahme auf natürliche Fluktuationen zurückzuführen ist, und welcher Teil anthropogenen Ursprungs ist, z.B. verursacht durch eine verstärkte Treibhausgasemission im letzten Jahrhundert. Dies ist das Detektions-

3.3 Detektion mittels gleitender Mittel

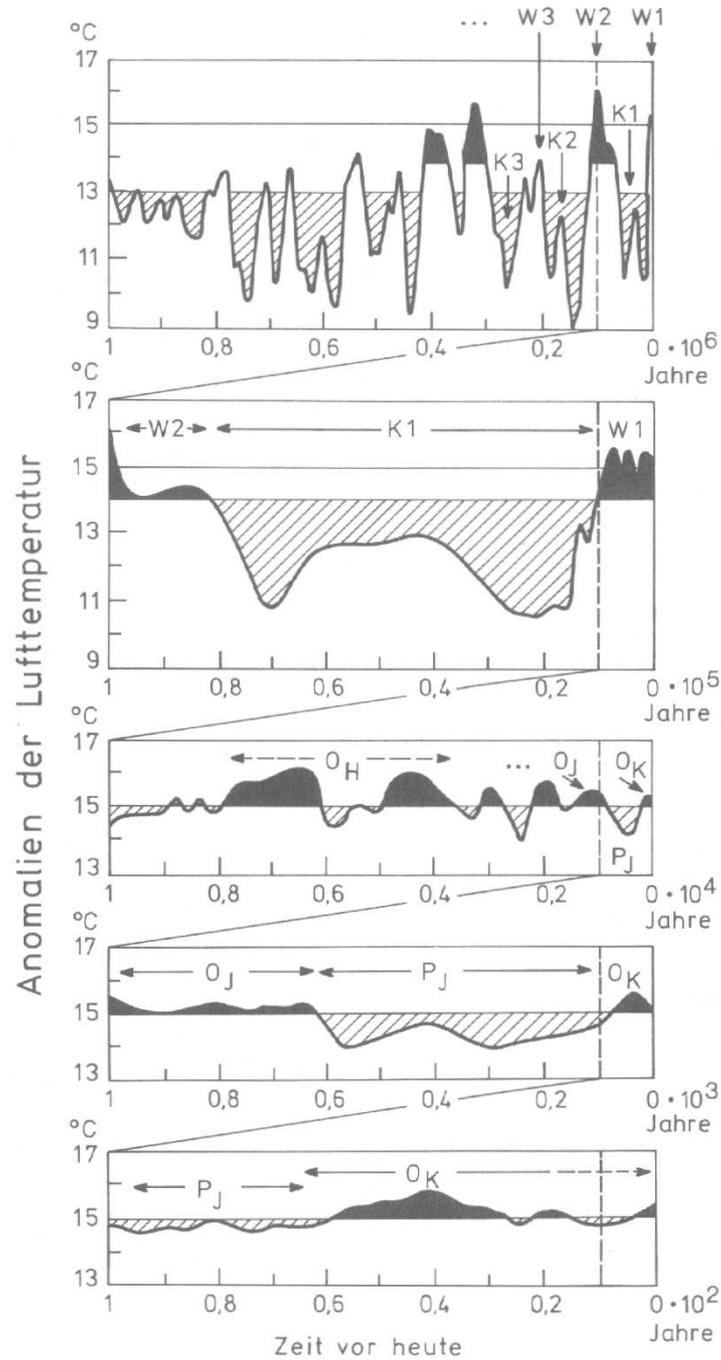


Abbildung 3.16: Schematischer Überblick der gemittelten Temperaturschwankungen der Nordhalbkugel bis eine Million Jahre in die Vergangenheit. Die Temperaturachse ist eher qualitativ zu verstehen. Gezeigt sind die Schwankungen seit einer Jahrillion (oben), seit 100 000 Jahren vor heute, bis schließlich für die letzten hundert Jahre (unten). Die Symbole benennen verhältnismäßig warme oder kalte Epochen: K3, Mindel-Kaltzeit; K2, Riß-Kaltzeit; K1, Würm-Kaltzeit; P_J, Kleine Eiszeit; W3, Holstein-Warmzeit; W2, Eem-Warmzeit; W1, Neo-Warmzeit (Postglazial); O_H, Holozänes (postglaziales) Klimaoptimum; O_J, Mittelalterliches Optimum (Warmzeit); O_K, Modernes (neuzeitliches) Klimaoptimum. (Entnommen aus [190])

3 Analyse langjähriger Temperaturreihen: Langzeitkorrelationen und Trends

und Attributionsproblem („*attribution*“: Zuschreibung, Zuordnung) [91, 95, 235, 92, 10], das eine bedeutende Rolle in der Serie der IPCC-Berichte spielt [97, 96].

Für das Detektionsproblem sind die Temperaturrekonstruktionen von großer Bedeutung. Die wichtigsten für die letzten Jahrhunderte bis zwei Jahrtausende werden im folgenden Kap. 3.3.2 besprochen. Die Rekonstruktion von Mann u. a. 1998 [140] (siehe Abb. 3.17a), genannt MBH98) hat große Popularität im Zusammenhang mit der globalen Erwärmung erlangt. Sie ist als „Fieberkurve der Erde“ bekannt und wird wegen ihrer Form auch „Hockeyschläger“-Kurve genannt. Dem halbwegs konstanten Verlauf bis Anfang des zwanzigsten Jahrhunderts folgt ein abrupter Anstieg, der sich bis in die heutige Zeit fortsetzt. Die Auseinandersetzungen um diese Kurve kulminierten in dem Versuch von McIntyre und McKittrick 2003 [148], die Reihe zu reproduzieren, was zu einem Corrigendum durch Mann u. a. 2004 [142] führte. Politisch instrumentalisiert wurde die Affäre, als Joe Barton, Republikaner und Vorsitzender des Energieausschusses im US-amerikanischen Repräsentantenhaus, die Autoren Mann, Bradley und Hughes aufforderte, ihre Geld- und Datenquellen offenzulegen, sowie ihre Arbeitsweise zu rechtfertigen. Während sich früher Kritiker Angriffen ausgesetzt sahen, wurden nun jene Forscher in die Defensive gedrängt, die vor der globalen Erwärmung warnen. Tatsächlich scheint die MBH98-Reihe einige Schwachstellen aufzuweisen, wie das häufig vorgeworfene Fehlen der mittelalterlichen Warmzeit. Obwohl die Arbeit methodisch nicht einwandfrei zu sein scheint [221], sollte man sie aber nicht gänzlich verurteilen, sondern als eine Etappe im wissenschaftlichen Prozeß ansehen. Inzwischen gibt es eine ganze Reihe anderer Kurven (Kap. 3.3.2), und die nach wie vor populäre Mann-Reihe verliert an Bedeutung.

Im Zuge der Diskussion um die globale Klimaerwärmung, die hier nur angerissen werden kann, malt man sich natürlich auch die Auswirkungen einer sich fortsetzenden Erwärmung aus. In Folge eines Rückgangs der Schneebedeckung und der Gletscher [45] befürchtet man eine Verringerung der Albedo, was zu einer erhöhten Absorption des Sonnenlichts führt, so daß eine weitere Erwärmung zu erwarten ist. Ein anderer Sorge ist die Beeinflussung des Golfstroms, siehe z.B. [174] und [25, 159], der für das Klima in Europa eine wichtige Rolle spielt. Berücksichtigt man die globale Tendenz einer verstärkten Besiedlung der Küstenstreifen, dann ist der Anstieg des Meeresspiegels [54, 149] besonders besorgniserregend. Dabei treten drei Effekte in Erscheinung. Das Wasser des abschmelzenden Kontinentaleises gelangt in die Ozeane und führt zum Anstieg des Meeresspiegels. Darüber hinaus wirkt die Wärmeausdehnung des Meerwassers. Diese ist zwar nur gering, aber da die Volumenzunahme nur in eine Raumrichtung stattfinden kann, gelangt man bei einer mittleren Ozeantiefe von ca. 3800 m auf einen Meeresspiegelanstieg von ca. 8 cm/°C. Komplex ist die Wirkung des abschmelzenden Kontinentaleises auf die Erdkruste, die dadurch deformiert wird. Das nachlassende Gewicht führt zur Anhebung entsprechender Stellen. Viele dieser Auswirkungen machen sich bereits bemerkbar und verdeutlichen zugleich die Tragweite des Klimawandels.

Unter Klima versteht von Storch 2005 [218] die Statistik des Wetters. Entsprechend wird bei Klimavorhersagen nicht das Wetter in einigen Jahren angegeben, sondern die Statistik des Wetters in einigen Jahren. Klimamodelle haben sich heute fest als Werkzeuge zur Klimaprognose etabliert [219, 217]. Bezüglich der globalen Klimaerwärmung existiert nämlich ein grundsätzliches Problem. Man kann keine Experimente mit dem Klimasystem der Erde durchführen – es gibt nur dieses eine und das ‚Experiment‘ läuft gerade. Also versucht man, das Klima mit aufwendigen Programmen und hoher Rechenleistung zu modellieren (siehe auch Kap. 3.1). Auf diese Weise lassen sich viele Fragestellungen bearbeiten. Die wichtigste in

diesem Kontext ist jedoch, wie sich das Klima in diesem Jahrhundert unter bestimmten Randbedingungen, was äußere Einflüsse (Forcings, vgl. Kap. 3.1), wie etwa die Entwicklung der Konzentration des Treibhausgases CO₂ angeht, entwickeln wird. Dabei haben Simulationen mit verschiedenen Szenarien von Forcings ergeben, daß, selbst wenn sich die Konzentration der Treibhausgase heute stabilisieren ließe (was sehr unwahrscheinlich ist), die Temperatur wegen der Trägheit der Ozeane trotzdem um mindestens ein weiteres halbes Grad steigen würde, siehe z.B. [149, 229], auch wenn sich die Ergebnisse der Modelle im Detail unterscheiden [80].

3.3.2 Rekonstruierte Temperaturreihen der nördlichen Hemisphäre

Um etwas über die Temperatur in der Vergangenheit zu erfahren, muß man auf sogenannte Proxydaten zurückgreifen („*proxy*“, Stellvertreter). In Anlehnung an die Paläontologie, also der Wissenschaft von Lebewesen vergangener Erdzeitalter, spricht man auch von paläoklimatischen Proxydaten. Ein Überblick zur Thematik der Klimarekonstruktion innerhalb der letzten ein bis zwei Jahrtausende wird von [19, 106] gegeben. Die Stellvertreter können verschiedensten Ursprungs sein und enthalten aufgrund der biologischen, chemischen oder physikalischen Eigenschaften indirekte Informationen über das Klima vergangener Zeiten. Ein Indikator für die Temperatur besagt, ob es an einem Ort eher warm oder eher kalt war. Dabei werden aufwendige Techniken verwendet, wie z.B. das Sauerstoff-Isotopenverhältnis $\delta^{18}\text{O}$. Um die Temperatur zu quantifizieren, ist eine Kalibrierung mit den instrumentell gemessenen Daten nötig. Doch dazu muß zunächst eine Datierung der Daten erfolgen, bei der die Reihe zeitlich eingeordnet wird. Hier kommt z.B. die ¹⁴C-Datierung zum Einsatz.

Man unterscheidet Indikatoren mit hoher zeitlicher Auflösung (wie Baumringe, Korallen, Eisbohrkerne jährlicher Auflösung u.A.) und niedriger Auflösung (wie Pollen, Muscheln, Binnenseesedimente u.A.). Nimmt man z.B. Baumringe, dann ist klar, daß sich einzelne Jahre präzise identifizieren lassen (gute zeitliche Auflösung). Die Segmente einzelner Baumstämme sind aber nur typischerweise 200 bis 400 Jahre lang [62]. Jedes einzelne Teilstück enthält also keine Schwankungen auf Zeitskalen mehrerer Jahrhunderte („*multicentennial*“). Dies hängt z.B. bei Baumringen damit zusammen, daß altersabhängige biologische Wachstumstrends abgezogen werden [62]. Die aus den Segmenten zusammengesetzte Reihe kann folglich auch nur schwerlich langfristige Fluktuationen auf Zeitskalen mehrerer Jahrhunderte wiedergeben. Um aber die langfristige Variabilität des Klimas zu untersuchen, kann man also auf die Indikatoren mit schlechter zeitlicher Auflösung nicht verzichten. Bei der Datierung können sie Fehler bis zu 100 Jahren haben, die aber auf Skalen von Jahrtausenden keine große Rolle spielen. Dafür enthalten sie aber Informationen über die langfristigen Fluktuationen.

Zur Rekonstruktion werden möglichst viele Proxyreihen zusammengesetzt und auch aus verschiedenen Typen kombiniert („*multiproxy*“). Bei den gängigen statistischen Verfahren zur Rekonstruktion hat sich allerdings gezeigt, daß dabei die Variabilität auf Skalen von Jahrhunderten verloren gehen kann [221]. Um dies zu vermeiden, benutzen Moberg u. a. 2005 [152] Wavelets zur Rekonstruktion, mittels derer die Baumringdaten auf Skalen unterhalb von 80 Jahren verwendet werden und die anderen Proxydaten, wie Bohrkerne, auf Skalen oberhalb der 80 Jahre.

Seit Ende der 90er Jahre haben sich verschiedene Gruppen der Rekonstruktion von Temperaturreihen, aber auch anderer Größen, angenommen. Verschiedene Arbeitsgruppen haben verschiedene Rekonstruktionen erstellt, wobei die Ergebnisse teilweise stark voneinander abweichen.

3 Analyse langjähriger Temperaturreihen: Langzeitkorrelationen und Trends

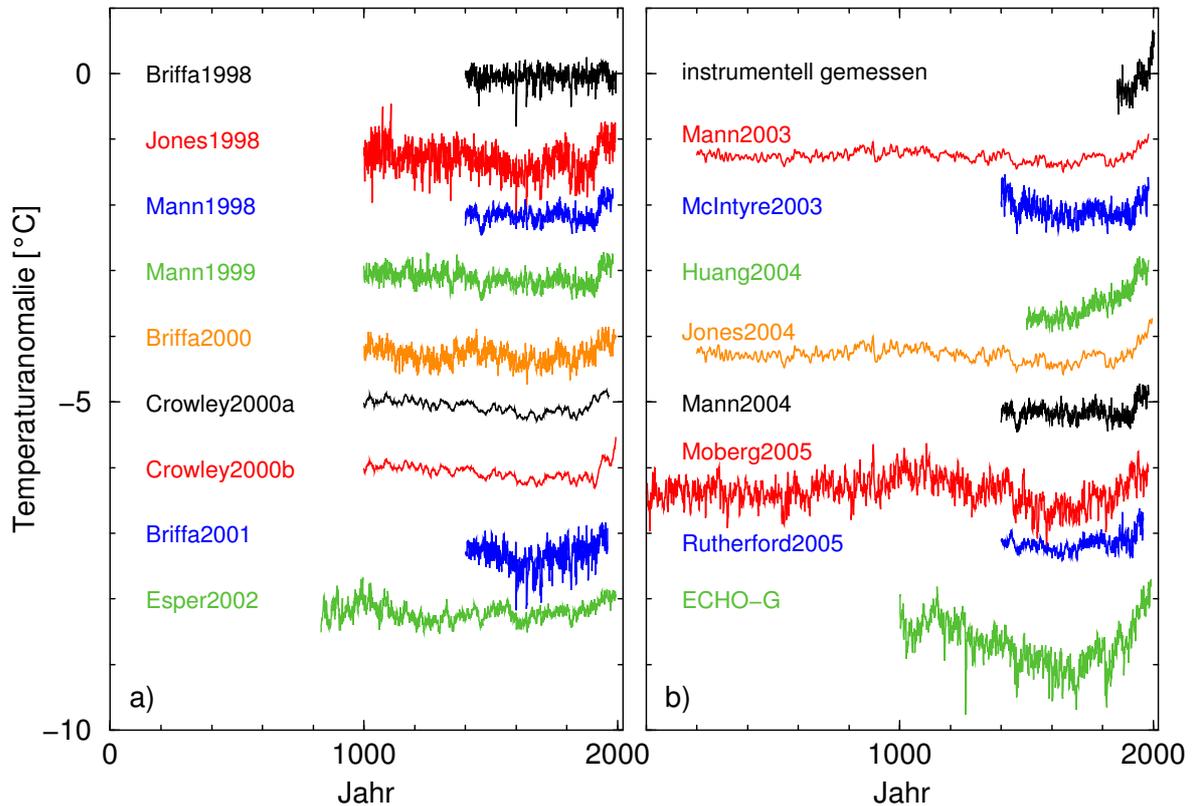


Abbildung 3.17: Betrachtete Rekonstruktionen der Temperaturen der nördlichen Hemisphäre: a) Briffa u. a. 1998 [21], Jones u. a. 1998 [105], Mann u. a. 1998 [140], Mann u. a. 1999 [141], Briffa 2000 [20], Crowley 2000 [47] (a+b), Briffa u. a. 2001 [22], Esper u. a. 2002 [62]. b) Mann und Jones 2003 [143], McIntyre und McKittrick 2003 [148], Huang 2004 [99], Jones und Mann 2004 [106], Mann u. a. 2004 [142], Moberg u. a. 2005 [152], Rutherford u. a. 2005 [180]. Außerdem sind in b) oben eine instrumentelle Temperaturreihe der nördlichen Hemisphäre [48] (größerer Ausschnitt: Abb. 3.22) und unten die Reihe einer langen Klimasimulation mit dem ECHO-G-Modell [232] gezeigt. Die Rekonstruktionen beschreiben Abweichungen um den Mittelwert der Jahren 1961-1990 (soweit vorhanden). Mann1998 und Mann2004 sind identisch. Die Reihen sind nacheinander jeweils um ein Grad vertikal verschoben. Die Unsicherheitsbänder verschiedener Reihen werden zur besseren Übersicht nicht gezeigt.

Bei den hier betrachteten Reihen handelt es sich um Rekonstruktionen der oberflächennahen Temperatur für die nördliche Hemisphäre. Sie wurden in jüngster Zeit mit verschiedenen Methoden und einer Vielfalt von Proxydaten konstruiert und sollen die historische Entwicklung dieser Größe beschreiben. Genauer gesagt geht es um die Reihen folgender Veröffentlichungen: Briffa u. a. 1998 [21] (Briffa1998), Jones u. a. 1998 [105] (Jones1998), Mann u. a. 1998 [140] (Mann1998), Mann u. a. 1999 [141] (Mann1999), Briffa 2000 [20] (Briffa2000), Crowley 2000 [47] (Crowley2000a, Crowley2000b), Briffa u. a. 2001 [22] (Briffa2001), Esper u. a. 2002 [62] (Esper2002), Mann und Jones 2003 [143] (Mann2003), McIntyre und McKi-trick 2003 [148] (McIntyre2003), Huang 2004 [99] (Huang2004), Jones und Mann 2004 [106] (Jones2004), Mann u. a. 2004 [142] (Mann2004), Moberg u. a. 2005 [152] (Moberg2005) und Rutherford u. a. 2005 [180] (Rutherford2005), siehe auch Tab. 3.1. Die Reihen sind bis auf die McIntyre2003-Reihe unter [158] verfügbar. Zudem wird eine 1 000 jährige Simulation mit dem ECHO-G Klimamodell untersucht. Das Modell (vgl. Kap. 3.1.2) wurde mit den geschätzten Variationen in der Solar- und Vulkanaktivität sowie der Treibhausgase über 1 000 Jahre angetrieben (Forcings) [232]. Es handelt sich somit um eine Rekonstruktion mit Hilfe eines Klimamodells.

Abbildung 3.17 zeigt besagte rekonstruierte Reihen der jährlichen Temperatur der nördlichen Hemisphäre. Außerdem ist in Abb. 3.17b) oben die instrumentell gemessene Reihe der letzten 149 Jahre eingezeichnet, verfügbar unter [48]. Der jüngste Anstieg in der Temperatur (siehe z.B. Mann1998), wie auch die mittelalterliche Warmperiode (MWP) vor etwa 1 000 Jahren (siehe z.B. Moberg2005), sind deutlich zu erkennen. Etwa zwischen 1400 und 1900 erstreckt sich die sogenannte kleine Eiszeit. Wie man erkennen kann, überragt der Anstieg in der instrumentellen Reihe selbst die Rekonstruktionen mit einer deutlich sichtbaren mittelalterlichen Warmzeit. Abbildung 3.18 zeigt die skalierten Verteilungsdichten $p(T)$ der rekonstruierten Reihen. Man kann sehen, daß für die meisten Reihen $p(T)$ durch eine Gaußsche Normalverteilung approximiert werden kann, die wegen der Skalierung vollständig durch die Standardabweichung σ_0 charakterisiert ist. Ausnahmen stellen vor allem die Reihen Briffa2001 und Rutherford2005 dar, die beide zu den kürzeren gehören.

3.3.3 Bestimmung der Langzeitkorrelationen

Es zeigt sich, daß alle diese Reihen durch ausgeprägte Langzeit-Persistenz charakterisiert sind, ähnlich denen, wie sie in gemessenen Reihen gefunden wurden [120, 164, 61, 16, 225, 109, 117], siehe auch [44] und Kap. 2 und 3.1. Zum Testen der Temperaturrekonstruktionen auf Langzeitkorrelationen wurde wieder die Trendbereinigende Fluktuationsanalyse zweiter Ordnung (DFA2) angewendet. Um die Reihen zu standardisieren, wurde sie zuvor in Mittelwert und Standardabweichung normiert. Da es sich um jährliche Reihen handelt, besteht kein Jahresgang.

Abbildung 3.19 zeigt die Fluktuationsfunktionen $F^{(2)}(s)$ der betrachteten Rekonstruktionen. In der doppelt-logarithmischen Auftragung haben die Funktionen in Abb. 3.19a) näherungsweise geraden Verlauf, mit einer Steigung α zwischen 0,75 und 1,04. Die Exponenten sind im Detail in Tab. 3.1 aufgeführt.

In dem Teilbild 3.19b) sind weitere Fluktuationsfunktionen abgebildet, die neben den Langzeitkorrelationen auch Kurzzeitkorrelationen aufweisen (große Steigung bei kleinen Skalen). Diese sind auf ein Glätten der Rekonstruktionen zurückzuführen. Vergleicht man sie mit Abb. 3.17 dann erkennt man, daß just diese (Crowley2000a,b; Jones2004; Mann2003) weniger

3 Analyse langjähriger Temperaturreihen: Langzeitkorrelationen und Trends

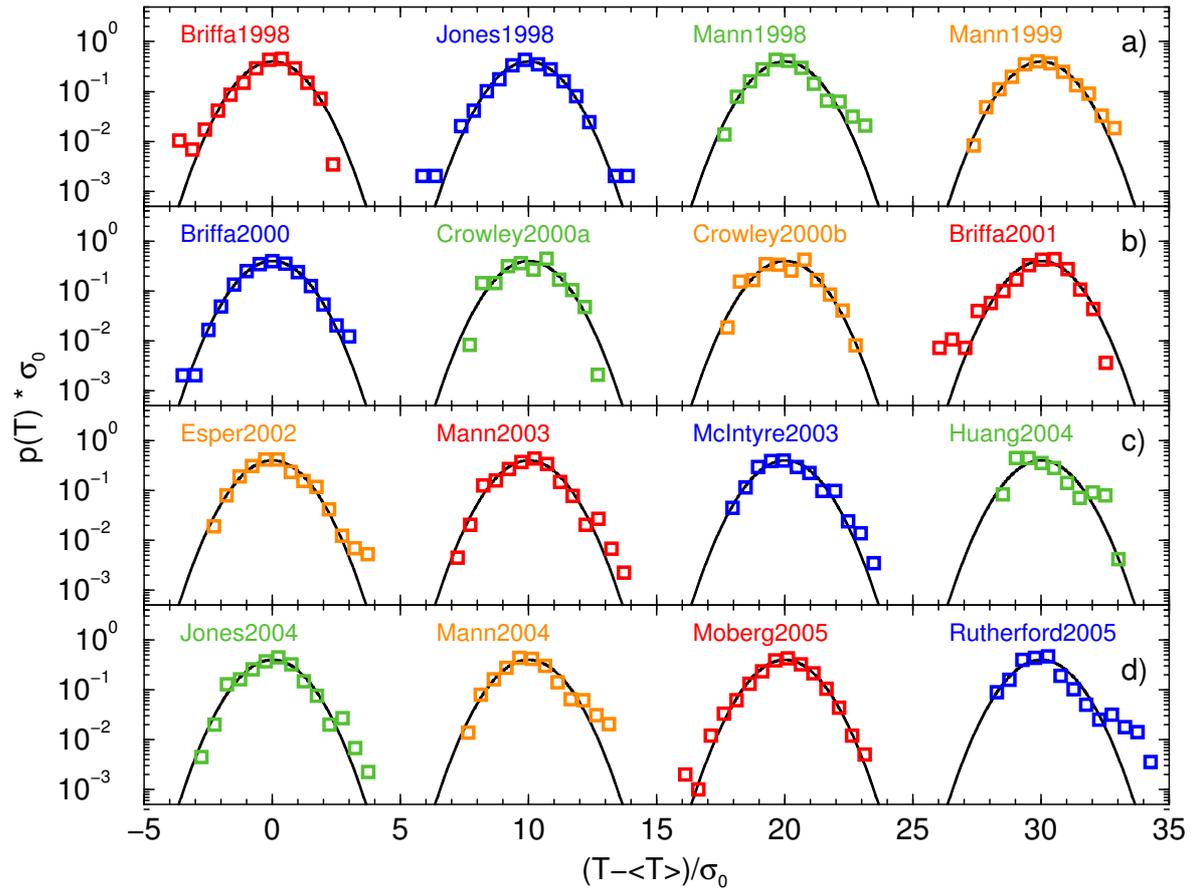


Abbildung 3.18: Skalierte Verteilungsdichten der rekonstruierten Temperaturreihen aus Abb. 3.17 mit den Standardabweichungen σ_0 . Es sind die normierten Häufigkeiten gegen den um den Mittelwert verschobenen und skalierten Temperaturwert aufgetragen bei einer Klassengröße von $0,5 \cdot \sigma_0$. Die Abbildung zeigt, daß die Verteilungsdichten in den meisten Fällen durch eine standard Normalverteilung approximiert werden können (durchgezogene Linien). Die Histogramme sind jeweils um $10\sigma_0$ gegeneinander verschoben.

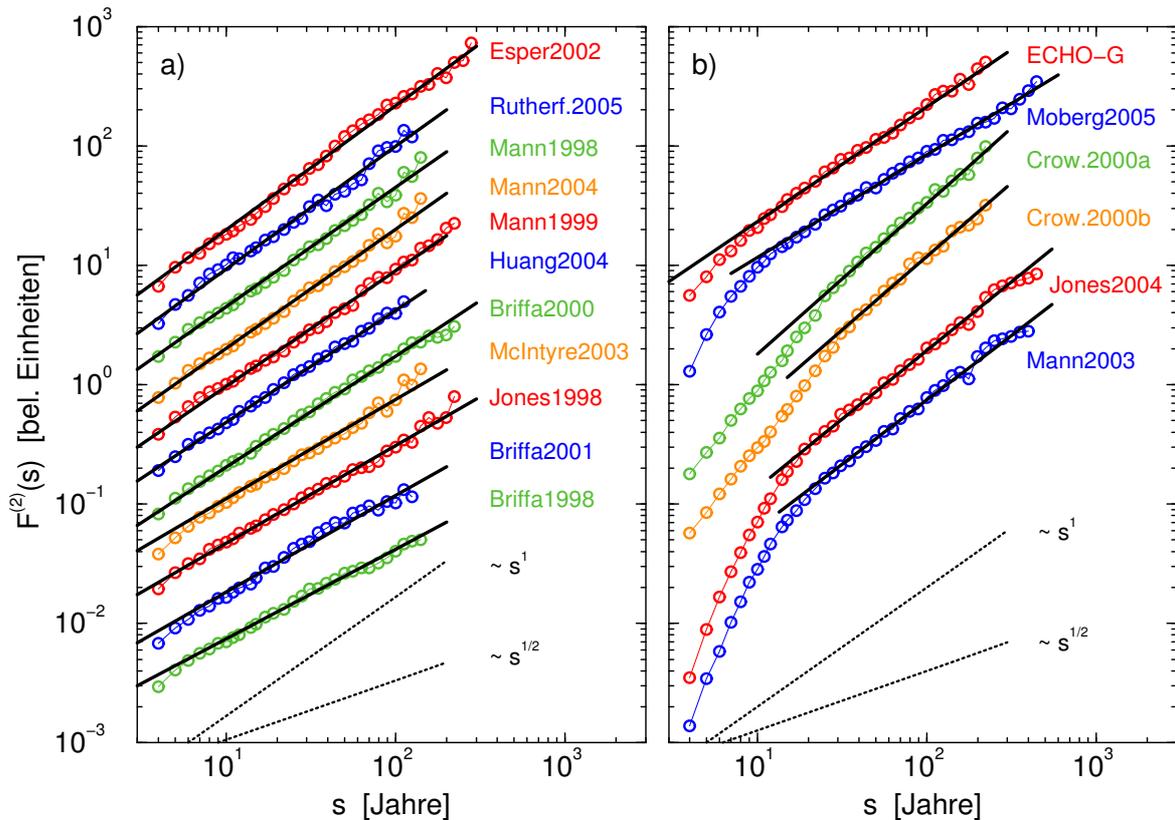


Abbildung 3.19: Korrelationen der betrachteten rekonstruierten Temperaturreihen aus Abb. 3.17 und der ECHO-G-Simulation. Gezeigt sind die Fluktuationsfunktionen der Trendbereinigenden Fluktuationsanalyse zweiter Ordnung (DFA2) gegen die Zeitskala in Jahren. Die durchgezogenen Linien haben die Steigungen zu den in Tab. 3.1 angegebenen α -Werten. Die gepunkteten Linien haben die Steigung 1 und $1/2$. In b) sind die Fluktuationsfunktionen der Reihen mit Kurzzeitkorrelationen und die Fluktuationsfunktion der ECHO-G-Simulation abgebildet.

verrauscht sind. Bei der Moberg2005-Reihe sind die Kurzzeitkorrelationen nur sehr schwach (siehe auch Abb. 3.20).

Die Fluktuationsfunktion des ECHO-G-Modellaufs ist auch in Abb. 3.19b) oben dargestellt. Die Reihe weist keine besonderen Kurzzeitkorrelationen auf (die Krümmung am linken Ende der Fluktuationsfunktionen ist ein Artefakt der DFA, siehe Kap. 2.2.1). Der Fluktuationsexponent liegt mit 0,96 im Bereich der typischen Rekonstruktionen.

Man kann sich die Frage stellen, warum die Fluktuationsexponenten der Rekonstruktionen größer, und die Langzeitkorrelationen stärker, als bei den gemessenen Temperaturreihen einzelner Stationen sind. Dies läßt sich vermutlich damit erklären, daß für Temperaturreihen der Meeresoberflächen auch größere Exponenten in einem weiten Bereich um 0,8 gefunden wurden [153] (Kap. 3.1). Da die Ozeane den größten Teil der Erdoberfläche ausmachen, erscheinen die Exponenten für die Rekonstruktionen plausibel. Ferner stellen rekonstruierte Reihen räumlich gemittelte Information dar. Es ist unklar, wie sich die Mittelung von untereinander korrelierten Reihen (vgl. Kap. 5) auf die Autokorrelationen auswirkt. Außerdem

3 Analyse langjähriger Temperaturreihen: Langzeitkorrelationen und Trends

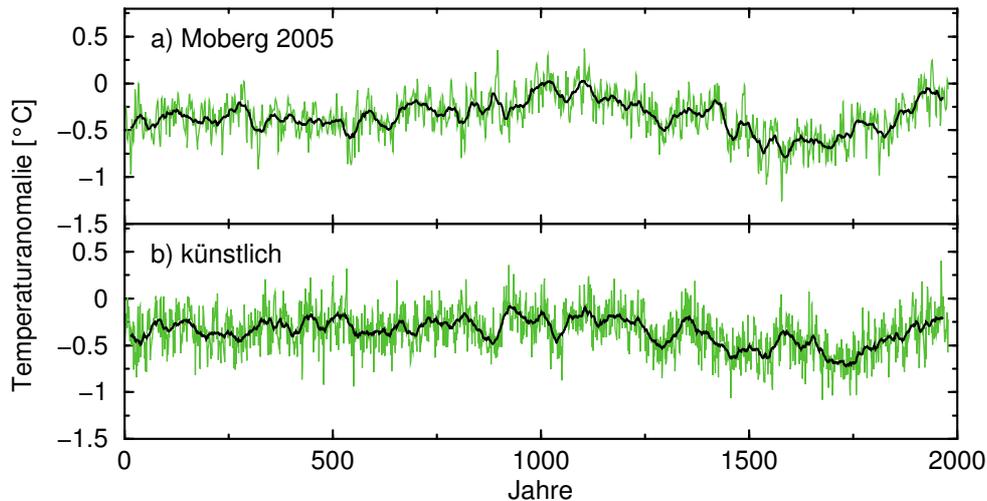


Abbildung 3.20: Vergleich von a) der Moberg-Reihe und b) einer künstlichen langzeitkorrelierten Reihe mit dem Fluktuationsexponenten $\alpha = 0,86$. Die künstliche Reihe wurde mittels Fourier-Filtering [135] erzeugt. Beide Reihen haben identischen Mittelwert und Standardabweichung. Die ursprünglichen Reihen sind grün gezeichnet, während das gleitende Mittel der Fenstergröße $m = 30$ jeweils schwarz dargestellt ist (aus [183]).

ist es schwer vorstellbar, daß das Klimasystem mit den langsamen Prozessen in den Ozeanen nicht über eine ausgeprägte Trägheit verfügen soll, die sich als Persistenz äußert.

Um den Effekt der Langzeitkorrelationen auf die Variabilität der Reihen zu verdeutlichen, werden in Abb. 3.20a)+b) die längste rekonstruierte Reihe (Moberg2005) und eine künstliche langzeitkorrelierte Reihe mit dem gleichen $\alpha = 0,86$ und der gleichen Standardabweichung σ_0 verglichen. In beiden Teilbildern sind die jährlichen Daten grün gezeichnet und die zugehörigen gleitenden Mittel mit $m = 30$ sind schwarz geplottet. Die Abbildung zeigt deutlich die große Ähnlichkeit zwischen der Moberg-Rekonstruktion und der künstlichen langzeitkorrelierten Reihe, die per Definition stationär ist. Dies verdeutlicht den Effekt der Korrelationen. Wegen der Persistenz sind warme Jahre eher von warmen Jahren gefolgt und kalte von kalten, was auch für Dekaden und Jahrhunderte gilt. Diese Eigenschaft führt zu der ausgeprägten Berg und Tal Struktur, die man in Abb. 3.20 sieht, ferner zur Häufung von extremen Ereignissen, beschrieben von Bunde u. a. 2005 [30]. Wegen der Langzeitkorrelationen ist die Variabilität auf großen Skalen also deutlich verstärkt.

Es läßt sich also festhalten, daß die rekonstruierten Temperaturreihen für die nördliche Hemisphäre in den meisten Fällen annähernd gaußverteilt sind und durchweg ausgeprägte Langzeitkorrelationen mit Fluktuationsexponenten zwischen 0,75 und 1,26 aufweisen. Die größtenteils natürliche Variabilität in der Zeit bis 1979 läßt sich mit den Langzeitkorrelationen beschreiben. Um den beobachteten Anstieg in der instrumentell gemessenen Temperatur zu bewerten, sollen nun die Temperaturrekonstruktionen als Grundlage natürlicher Fluktuationen dienen.

3.3.4 Wahrscheinlichkeitsanalyse

Seit Beginn der Temperaturlaufzeichnung beobachtet man ein mehr oder weniger kontinuierlichen Anstieg der oberflächennahen Temperatur. Hier wird die Frage behandelt, wie wahrscheinlich dieser Anstieg aufgrund der natürlichen Variabilität ist. Dabei werden als natürliche Fluktuationen jene aufgefaßt, die man seit ein bis zwei Jahrtausenden beobachtet (nachträglich und indirekt). Schließlich konnte es in dieser Zeit keine schwerwiegenden Einflüsse durch den Menschen gegeben haben. Die Erfindung der Dampfmaschine setzte im 18. Jahrhundert mit dem Beginn Industrialisierung zwar den entscheidenden Impuls, aber die massive Umgestaltung der Erde durch den Menschen vollzog sich erst Mitte des 20. Jahrhunderts, auch wenn sich sein Wirken z.B. durch Abholzung bereits früher bemerkbar machte.

Um die Wahrscheinlichkeit des Anstiegs zu diskutieren, wird er hier als ein Element einer Grundgesamtheit aufgefaßt. Die Grundgesamtheit ist zunächst unbekannt, weshalb in diesem Ansatz die rekonstruierten Temperaturreihen jeweils als Stichprobe dienen, um auf die zu untersuchende Gesamtheit zu schließen. Grob gesagt geht es um die Frage, wie wahrscheinlich es ist, die Klimaerwärmung der letzten 100-150 Jahre in den verschiedenen Rekonstruktionen zu finden. Die einzelnen Rekonstruktionen sollen dabei nicht bewertet werden, sondern es geht einzig um die Betrachtung der Wahrscheinlichkeit für den jüngsten Anstieg.

Um also einzuschätzen, ob der jüngste Temperaturanstieg konsistent ist mit den Langzeitkorrelationen, wird dieser Anstieg mit den mittleren Temperaturvariationen in den Rekonstruktionen verglichen. Genauer gesagt, wird ein gleitendes Mittel $T_i(m)$ der Fenstergröße m Jahre berechnet und die Temperaturdifferenz $\Delta T_i(m, L)$ zwischen durch L Jahre getrennte Mittelwerte betrachtet. Für jede Rekonstruktion wird die aktuelle Temperaturänderung $\Delta T_i(m, L)$ (instrumentell) mit der Standardabweichung $\sigma(m, L)$ (rekonstruiert) verglichen. Man kann dabei nach kurzfristigen Änderungen (es wurde $m = 5$ und $L = 20$ gewählt) und langfristigen Änderungen (hier wurde $m = 30$ und $L = 100$ gewählt) fragen.

Um die natürliche Variabilität der Reihe T_i zu quantifizieren, wird, wie z.B. in Abb. 3.20, für die Jahre i ein gleitendes Mittel über m Jahre bestimmt, Gl. (2.58) mit $T_j = \tau_j$. Von diesen Mittelwerten wird dann die Temperaturdifferenz

$$\Delta T_i(m, L) = T_i(m) - T_{i-L}(m)$$

der durch L getrennten Werte berechnet ($L + m/2 < i < N - m/2$, wobei N die Reihenzahl ist). Diese Größe wurde bereits in Kap. 2.3.2 in ähnlicher Weise ($T_i(m) = \tilde{\tau}_i^{(m)}$) mit den Gl. (2.58, 2.53, 2.59) eingeführt. Da die Originalreihen gaußverteilt sind, gilt dies auch für die Temperaturdifferenzen $\Delta T_i(m, L)$ mit der Standardabweichung $\sigma(m, L)$. Entsprechend erlauben es die $\sigma(m, L)$ jeder betrachtete Rekonstruktion, den Zeitpunkt zu erkennen, an dem die jüngste Temperaturerwärmung nur noch mit einer unangemessen kleinen Wahrscheinlichkeit durch die natürliche Variabilität erklärt werden kann.

Abbildung 3.21 zeigt die Abhängigkeit der $\sigma(m, L)$ von der Zeitdifferenz (oder Verzögerung) L für zwei Fenstergrößen $m = 5$ und $L = 30$ und vier Rekonstruktionen (Moberg2005, Esper2002, McIntyre2003, Mann1999). Es sind außerdem die simulierten Standardabweichungen $\sigma(m, L)$ gezeigt, die mittels künstlicher langzeitkorrelierter Reihen mit dem gleichen α -Wert und der gleichen Reihenzahl der Rekonstruktionen bestimmt wurden. Die Darstellung zeigt, daß $\sigma(m, L)$ für alle Rekonstruktionen innerhalb der Fehlerbalken der künstlichen langzeitkorrelierten Reihen liegt. Diese sehr gute Übereinstimmung zwischen künstlichen und

3 Analyse langjähriger Temperaturreihen: Langzeitkorrelationen und Trends

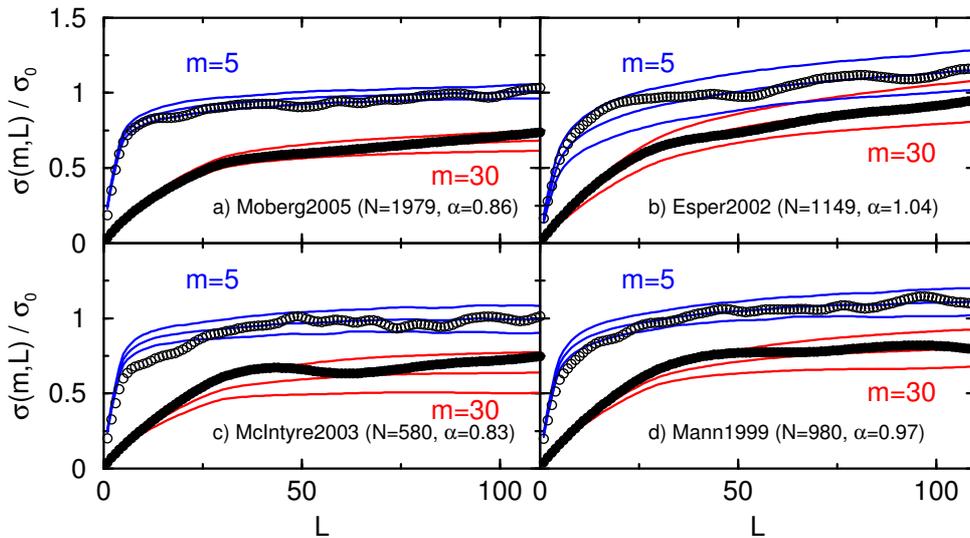


Abbildung 3.21: Normierte Standardabweichungen $\sigma(m, L) / \sigma_0$ der Differenzen im gleitenden Mittel $\Delta T_i(m, L)$ für zwei Fenstergrößen $m = 5$ (offene Kreise) und $m = 30$ (geschlossene Kreise), als Funktion des Abstandes L , berechnet für folgende Reihen: a) Moberg2005, b) Esper2002, c) McIntyre2003 und d) Mann1999. Die mittleren durchgezogenen Linien stellen $\sigma(m, L)$ dar, wie sie aus 100 künstlichen Realisationen mit dem gleichen Fluktuationsexponenten α und gleicher Reihenlänge N der Rekonstruktionen gewonnen wurden. Die jeweils äußeren durchgezogenen Linien bilden die Fehlergrenzen (aus [183]).

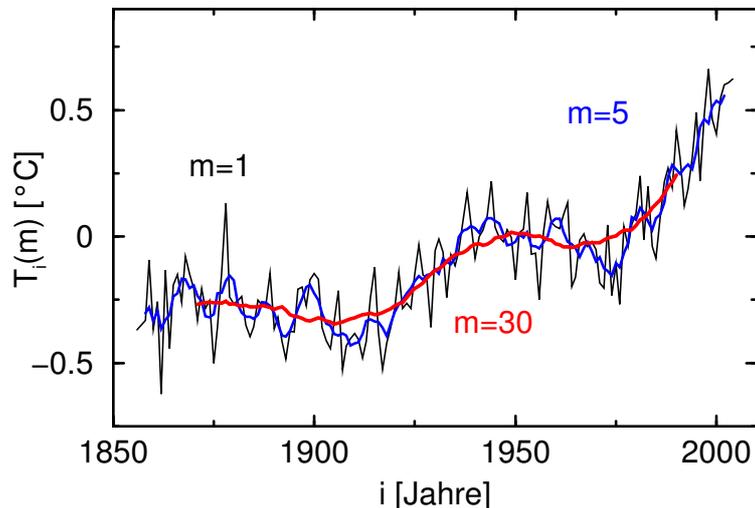


Abbildung 3.22: Instrumentell gemessene Temperaturreihe der nördlichen Hemisphäre [48] für die Jahre 1856 bis 2004 ($m = 1$) mit gleitenden Mitteln der Fenstergröße $m = 5$ (blau) und $m = 30$ (rot). Der endgültige Wert für das Jahr 2005 lag Anfang 2006 noch nicht vor. Der Wert für 01/05 bis 11/05 ist mit $0,671^\circ\text{C}$ der höchste jemals gemessene (nach [183]). Siehe auch Abb. 3.15.

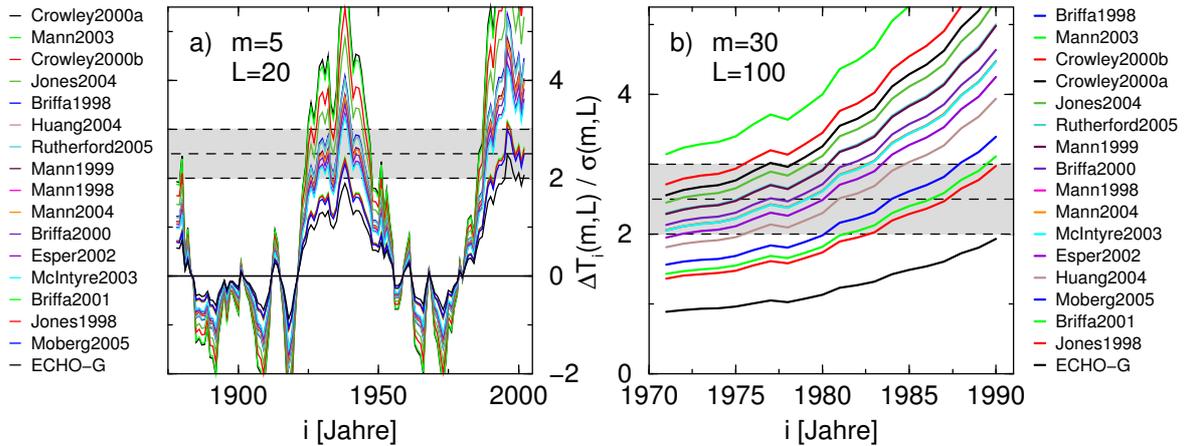


Abbildung 3.23: Instrumentelle Temperaturdifferenzen der nördlichen Hemisphäre verglichen mit den entsprechenden Standardabweichungen der betrachteten Rekonstruktionen. Es sind aufgetragen die Temperaturdifferenzen $\Delta T_i(m, L) = T_i(m) - T_{i-L}(m)$ dividiert durch die entsprechende Standardabweichung $\sigma(m, L)$ der betrachteten rekonstruierten Reihen (siehe Tab. 3.1) für a) $m = 5$, $L = 20$ und b) $m = 30$, $L = 100$. Die Schwellenwerte $R = 2$; 2,5 und 3 sind gestrichelt eingezeichnet. Die Reihenfolgen in den Legenden entsprechen den Reihenfolgen, wie sie in den Teilbildern gefunden werden (nach [183]).

rekonstruierten Reihen ist ein weiterer Beleg für die Langzeit-Persistenz in den betrachteten Reihen. Es sei betont, daß für Abb. 3.21 kein Fitparameter verwendet wurde, da die Exponenten α unabhängig davon bereits in Abb. 3.19 ermittelt wurden. Der theoretische Wert für $\sigma(m, L)$ ist durch Gl. (2.60) gegeben. Wie in Kap. 2.3.2 auch diskutiert wurde, sind die natürlichen Variationen aufgrund der Langzeitkorrelationen signifikant größer als in unkorrelierten oder kurzzeitkorrelierten Reihen. Die Standardabweichungen σ_0 und $\sigma(m, L)$ für zwei Paare (m, L) sind in Tab. 3.1 zusammengefaßt. Die Tabelle zeigt, daß z.B. die Reihen Mann1999, Briffa2000, McIntyre2003 und Esper2002 durch sehr kleine Standardabweichungen charakterisiert sind, mit z.B. $\sigma(30, 100)$ um $0,11-0,12^\circ\text{C}$, während andere Reihen wie Moberg2005 oder Jones1998 durch große Standardabweichungen im Bereich $0,16-0,18^\circ\text{C}$ charakterisiert sind. Die Modelldaten zeigen sogar $0,27^\circ\text{C}$.

Als nächstes wird die instrumentell gemessene jährliche Temperatur der nördlichen Hemisphäre, die für die Jahre 1856 bis 2004 verfügbar ist [48], betrachtet. Abbildung 3.22 zeigt die Daten selbst ($m = 1$) wie auch entsprechende gleitende Mittel mit $m = 5$ und $m = 30$. Aus Abb. 3.22 kann man für $m = 5$ die aktuelle Temperaturdifferenz $\Delta T_i(5, 20)$ herleiten, wobei i von 1878 bis 2002 läuft. Abbildung 3.23a) zeigt das Verhältnis R_i zwischen diesen $\Delta T_i(5, 20)$ der instrumentellen Reihe und den entsprechenden Standardabweichungen $\sigma(5, 20)$ der Rekonstruktionen und der Modellreihe aus Tab. 3.1. Die Abbildung zeigt zwei ausgeprägte Spitzen, eine bei 1938 und eine andere im Jahr 1996. Für die Reihen Mann1999, Briffa2000, McIntyre2003 und Esper2002 erreichen die R -Werte den Bereich weit über 3 im Jahr 1938 und weit über 4 im Jahr 1996, während die Reihen Moberg2005 und Jones1998 zu R -Werten in der Nähe von 2,5 bei 1938 und um 3 in 1996 führen. Für die Reihe der ECHO-G-Simulation bleibt der Wert der ersten Spitze unter 2 und der der zweiten erreicht knapp 2,5. Da die Werte

3 Analyse langjähriger Temperaturreihen: Langzeitkorrelationen und Trends

Rekonstruktion	von	bis	σ_0	α	$\sigma(m, L)$		i_c	
					$m = 5$ $L = 20$	$m = 30$ $L = 100$	$m = 30, L = 100$ $R = 2$	$m = 30, L = 100$ $R = 2.5$
	Jahr	Jahr	°C		°C	°C	Jahr	Jahr
Briffa1998	1400	1994	0,12	$0,75 \pm 0,04$	0,10	0,04	-	-
Mann2003	200	1980	0,08	$1,08 \pm 0,07$	0,07	0,08	-	-
Crowley2000b	1000	1993	0,10	$1,23 \pm 0,05$	0,08	0,09	-	< 1971
Crowley2000a	1000	1965	0,10	$1,26 \pm 0,06$	0,07	0,10	-	< 1971
Jones2004	200	1995	0,10	$1,15 \pm 0,05$	0,09	0,10	< 1971	1972
Rutherford2005	1400	1960	0,13	$1,03 \pm 0,06$	0,11	0,11	< 1971	1976
Mann1999	1000	1980	0,13	$0,97 \pm 0,06$	0,11	0,11	< 1971	1976
Briffa2000	1000	1993	0,14	$0,93 \pm 0,04$	0,12	0,11	< 1971	1977
Mann2004	1400	1980	0,13	$1,00 \pm 0,05$	0,12	0,12	< 1971	1980
Mann1998	1400	1980	0,13	$1,00 \pm 0,05$	0,12	0,12	< 1971	1980
McIntyre2003	1400	1980	0,16	$0,83 \pm 0,05$	0,13	0,12	< 1971	1980
Esper2002	831	1992	0,14	$1,04 \pm 0,07$	0,13	0,12	1972	1981
Huang2004	1500	1980	0,26	$0,94 \pm 0,04$	0,11	0,13	1976	1981
Moberg2005	1	1979	0,22	$0,86 \pm 0,04$	0,19	0,16	1981	1984
Briffa2001	1402	1960	0,21	$0,81 \pm 0,07$	0,18	0,17	1982	1987
Jones1998	1000	1991	0,23	$0,82 \pm 0,05$	0,18	0,18	1983	1988
ECHO-G	1000	1990	0,35	$0,96 \pm 0,04$	0,22	0,27	-	-

Tabelle 3.1: Angegeben sind der abgedeckte Zeitraum, die Standardabweichung σ_0 , der Fluktuationsindex α , die Standardabweichung $\sigma(m, L)$ der Differenzen der gleitenden Mittel (mit $m = 5, L = 20$ und $m = 30, L = 100$) und i_c , das Jahr, in dem das Verhältnis $\Delta T_i(m, L)/\sigma(m, L)$ die Schwellen $R = 2$ oder $R = 2.5$ überschreitet. Es sind immer die Jahre nach dem Schnitt angegeben und im Falle zweier Schnittpunkte das letzte Jahr. Die Daten nach 1979 wurden bei den Analysen nicht berücksichtigt (nach [183]).

ΔT_i gaußverteilt sind, beträgt die Wahrscheinlichkeit, ΔT_i -Werte über 2; 2,5 und 3 mal σ zu finden, etwa 1/44, 1/161 bzw. 1/769.

Abbildung 3.23b) zeigt die analoge Analyse für $m = 30$ und $L = 100$. Entsprechend der Definition des gleitenden Mittels, Gl. (2.58), läuft der Index i nun zwischen den Jahren 1971 und 1990. Da die $\Delta T_i(30, 100)$ fast über den gesamten Zeitraum monoton steigen, definiert der Schnittpunkt $R_i = \Delta T_i(30, 100)/\sigma(30, 100)$ mit einem der Schwellenwerte 2; 2,5 und 3 ein Schwellenjahr i_c . Nach diesem Schwellenjahr kann der gemessene Temperaturanstieg nur mit einer sehr kleinen Wahrscheinlichkeit (1/44, 1/161 bzw. 1/769) als natürliches Phänomen erklärt werden. Für $R = 2$ und 2,5 sind die Schwellenjahre in Tab. 3.1 aufgeführt. Da die Berechnung von i_c auf gleitende Mittel über 30 Jahre von $i_c - 15$ bis $i_c + 14$ basiert, ist das erste Jahr i_d , in dem der Effekt detektiert werden kann, um 14 Jahre verschoben: $i_d = i_c + 14$. Schließlich müssen erst alle $m = 30$ Jahre vorliegen, bevor man den Mittelwert berechnen kann. Dieses Jahr wird hier als Detektionsjahr bezeichnet.

In der Vergangenheit wurde häufig der R -Wert 2 gewählt [91, 95, 235, 10]. Abbildung 3.23b) zeigt, daß für $R = 2$ das Schwellenjahr i_c für die Reihen Mann1999, Briffa2000, McIntyre2003 und Esper2002 entweder vor 1971 oder im letzten Fall 1972 ist. Die Detektionsjahre sind dann vor 1985 oder 1986 (Esper2002). Andererseits ist für die Reihe Moberg2005 $i_c = 1981$ und für

Jones1998 $i_c = 1983$ mit den Detektionsjahren 1995 bzw. 1997. Für die ECHO-G-Simulation tritt kein Schnittpunkt in Erscheinung. Auch wenn man von einem großzügigeren Schwellenwert von $2,5\sigma$ ausgeht, kann der Temperaturanstieg der gemessenen Reihe nur schwer als natürlich angesehen werden. In diesem Fall hat man für die näher diskutierten Rekonstruktionen Detektionsjahre i_d im Bereich von 1990 (Mann1999), 1993 (Briffa2000), 1994 (McIntyre2003) und 1995 (Esper2002) bis 1998 (Moberg2005) und 2002 (Jones1998).

Für die Fälle ($m = 5, L = 20$) und ($m = 30, L = 100$) hat sich gezeigt, daß die große Variabilität der Reihen aufgrund der Langzeitkorrelationen nur zum Teil die jüngste Erwärmung erklären kann. Ferner wurde das Jahr angegeben, wann das Verhältnis aus $\Delta T_i(m, L)$ und $\sigma(m, L)$ Schwellenwerte über 2 überschreitet.

Diskussion

Eingangs wurde die Frage formuliert, wie wahrscheinlich der jüngste Anstieg der instrumentellen Temperatur auf natürliche Fluktuationen, repräsentiert durch die Temperaturrekonstruktionen, zurückgeführt werden kann. Die dargelegten Berechnungen zeigen, daß dies je nach Rekonstruktion bereits vor 1971 oder seit 1983 unwahrscheinlich und spätestens seit 1988 sehr unwahrscheinlich ist.

Man kann also folgern, daß die hier dargelegte Untersuchung frühere Behauptungen bekräftigt, die jüngste Klimaerwärmung der letzten 100-150 Jahre, wie man sie in der verhältnismäßig genauen instrumentellen Temperaturmessung beobachtet, sei inkonsistent mit der Hypothese einer rein natürlichen Dynamik [91, 95, 235, 10]. Die hier vorgestellte Analyse anhand von proxybasierten Rekonstruktionen, die sich von einigen Jahrhunderten bis zwei Jahrtausenden erstrecken, berücksichtigt deren Langzeitkorrelationen. Im Fall der eher glatten Rekonstruktionen liegt das Detektionsjahr noch vor 1985. Diese Analyse zeigt auch, wie wichtig es ist, über präzise Rekonstruktionen zu verfügen. Denn nur auf ihrer Basis kann die gegenwärtige Klimaerwärmung untersucht werden. Besonders wichtig für die hier vorgestellte Herangehensweise sind die Standardabweichung σ_0 und die langfristigen Schwankungen. Ein bemerkenswerter Aspekt ist, daß die Reihen der beiden heftig argumentierenden Gruppen um Mann (1999) bzw. McIntyre (2003) zu sehr frühen Detektionsjahren führen, während sich das konservativste Resultat ergibt, wenn die „holprigere“ Rekonstruktion von Jones u.a. (1998) zugrunde gelegt wird.

3 *Analyse langjähriger Temperatureihen: Langzeitkorrelationen und Trends*

4 Analyse von Niederschlagsreihen: Multifraktale Eigenschaften

In diesem Kapitel werden die multifraktalen zeitlichen Skaleneigenschaften von Niederschlagszeitreihen auf großen Skalen diskutiert. Um Langzeitkorrelationen und multifraktales Verhalten bei der Anwesenheit von möglichen Trends zu quantifizieren, wurden Methoden (DFA und multifraktale DFA) angewendet, die Instationaritäten systematisch erkennen und Trends in den Daten auf allen Skalen bewältigen. Die Ergebnisse werden mit denen von Abflußzeitreihen verglichen.

Die Persistenzanalyse von Abfluß und Niederschlag wurde, wie eingangs beschrieben, von H.E. Hurst initiiert, der bei verschiedenen Flüssen statistische Langzeitabhängigkeiten fand [100]. Später wurde von ähnlichen langzeitkorrelierten Fluktuationen bei vielen anderen geophysikalischen Reihen berichtet, darunter Temperatur und Niederschlagsdaten [102, 139, 131, 120, 146], siehe auch [65]. Die früheren Herangehensweisen konzentrierten sich ausschließlich entweder auf die Absolutwerte oder die Varianzen der Fluktuationen, die man als erstes Moment $F_1(s)$ und zweites Moment $F_2(s)$ in einem gewissen Zeitsegment der Länge s auffassen kann. In den letzten Jahren wurden Hursts ursprüngliche R/S -Analyse (Kap. 2.2.2) wie auch die Spektralanalyse (Kap. 2.2.3) kritisiert, weil ihre Ergebnisse durch Trends verfälscht werden können. Für eine kritische Diskussion des „*Hurst phenomenon*“ und alternative Erklärungsversuche soll an dieser Stelle auf Feller 1951 [66], Klemeš 1974 [118], Potter 1976 [172], Salas u. a. 1979 [185], Bhattacharya u. a. 1983 [14], Künsch 1986 [125], Bhattacharya und Waymire 1990 [15], Mesa und Poveda 1993 [150] und Referenzen darin verwiesen werden.

Vor einigen Jahren wurde realisiert, daß für Niederschlags- und Abflußzeitreihen eine multifraktale Beschreibung nötig ist [206, 132, 205, 163, 55], d.h. daß es erforderlich ist, alle Momente $F_q(s)$ zu untersuchen, um die Fluktuationen in diesen Reihen vollständig zu charakterisieren. Momente sind Kenngrößen von Verteilungen, z.B. beschreibt das 1. Moment den Mittelwert, das 2. Moment die Standardabweichung usw. Die einfache DFA basiert wegen der Quadrate auf dem zweiten Moment (siehe S. 95). Bisher genügte in dieser Arbeit die Untersuchung des zweiten Momentes der Temperaturfluktuationen, da sich höhere Momente nicht davon unterscheiden [120]. Sie sind also weitgehend unabhängig von dem Moment q , weshalb man von Monofraktalen spricht. Für Niederschlags- oder Abflußzeitreihe ist das nicht der Fall und die multifraktale Beschreibung stellt eine spezielle Signatur dar. Mit der Trendbereinigenden Fluktuationsanalyse (DFA) [165, 33, 110] und ihrer multifraktalen Verallgemeinerung (MF-DFA) [114], die systematisch zwischen Trends und Langzeitkorrelationen unterscheiden können, wurden die Niederschlagsreihen täglicher Auflösung untersucht. Auf diese Weise kann das Korrelationsverhalten und das multifraktale Spektrum bei der Anwesenheit von Trends bestimmt werden und auf gleichen Zeitskalen mit den Ergebnissen der Abflußreihen verglichen werden.

4 Analyse von Niederschlagsreihen: Multifraktale Eigenschaften

In der Literatur wurden die Ergebnisse für Niederschlagsdaten kontrovers diskutiert. Fraedrich und Larnder 1993 [71] beobachten weißes Rauschen bei mittleren Zeitskalen und Langzeitkorrelationen („*pink noise*“) auf Skalen oberhalb von drei Jahren. Lovejoy und Mandelbrot 1985 [131], Matsoukas u. a. 2000 [146], Peters u. a. 2002 [167] und Peters und Christensen 2002 [166], sowie teilweise Marković und Koch 2005 [145], berichten von fraktalem Skalenverhalten und Langzeitkorrelationen auf Zeitskalen unterhalb von drei Jahren. Für aktuellere Arbeiten über Crossover im Skalenverhalten von Niederschlag soll auf Marani 2003 [144] und Douglas und Barros 2003 [55] verwiesen werden.

Es wurden weltweit 99 lange tägliche Niederschlagsreihen untersucht. Die Klimastationen liegen in Europa (40), Asien (34), Nordamerika (15), Australien (5) und Südamerika (5). Die Breitengrade sind zwischen 52,6S (Campbell-Insel, Neuseeland) und 71,3N (Barrow Post, USA) verteilt, konzentrieren sich aber auf der Nordhalbkugel bei einer mittleren Latitude von 41N. Die Stationen befinden sich auf Höhen zwischen ca. Meeresspiegelniveau und 3650 m üNN (Lhasa, China), im Mittel bei ca. 400m üNN. Das Klima betreffend sind 33 Stationen maritim gelegen, 56 kontinental und 10 hoch-kontinental. Nach anderen Kategorien, befinden sich die Stationen in tropischen (12), subtropischen (12), warmen (44), kalten (13) und polaren (6) Klimata. Was die Feuchtigkeit angeht, ist das Klima nur in Kizil-Arvat (Turkmenistan) vollarid, aber semiarid bei 20, semihumid bei 59 und humid bei 19 Stationen. Die kürzeste der Reihen ist 34 und die längste 189 Jahre (im Mittel 86) lang, also aus ca. 12 000 bis 69 000 Datenpunkten bestehend. Der Niederschlag wird in der Literatur oft im Englischen einfach „*rainfall*“ genannt, was unpräzise ist, da Niederschlag („*precipitation*“) auch Schnee und Eis beinhaltet. Er wird gemessen in Länge pro Zeit (eigentlich Volumen pro Zeit und Fläche). Die direkte Meßgröße bei Flüssen ist der Pegelstand. Der Abfluß als Volumen pro Zeit ist eine abgeleitete Größe, bei der man versucht, die Form des Flußbettes, den Bewuchs, das Geschwindigkeitsprofil u.a. zu berücksichtigen.

Um periodische Trends zu beseitigen, konzentriert man sich wieder auf die Abweichungen von dem Jahresgang. Man kann entweder nur den Jahresgang abziehen, Gl. (2.1), oder zusätzlich durch den Jahresgang der Standardabweichung dividieren:

$$\tau_i = \frac{P_i - \langle P \rangle_{j=i \bmod 365}}{\sigma_{j=i \bmod 365}}, \quad (4.1)$$

wobei der Index j den Kalendertag angibt, vgl. Kap. 2.1. Falls nicht anders angegeben, beziehen sich die Ergebnisse auf die Saisonbereinigung des Mittelwertes. Ein Beispiel für den Jahresgang in der Standardabweichung ist in Abb. 2.2 gezeigt. Die DFA zur Bestimmung von asymptotischen Langzeitkorrelationen ist relativ unanfällig gegen Änderungen der Standardabweichung innerhalb einer Reihe, siehe Kap. 2.2.1 und [42].

Das zweite Moment $F_2(s)$ skaliert wie $s^{\alpha(2)}$ auf großen Skalen s , wobei $\alpha(2)$ dem Fluktuationsexponenten α der vorhergehenden Kapitel entspricht. Es stellt sich also die Frage, welche $\alpha(2)$ -Werte für Niederschlagsreihen bei Anwendung der DFA auftreten. Das Skalenverhalten wird dann mit dem von Abflußreihen verglichen. Ferner kann erörtert werden, welche Crossover [121] auftreten und wie sich die Ergebnisse mit der Hypothese eines universellen Skalenverhaltens mit einem Exponenten nahe bei 0,75 [102, 65, 167, 166] vereinbaren lassen.

Für eine vollständige Charakterisierung der Reihen wurde $F_q(s)$ für einen breiten Bereich von Momenten q untersucht. Die multifraktale Verallgemeinerung der DFA unterscheidet sich von der multifraktalen Herangehensweise, die Schertzer, Lovejoy, Davis und Mitarbeiter

[187, 188, 128, 206, 205, 50, 51, 163] in die Hydrometeorologie eingeführt haben. Ihr Ansatz basiert auf dem Konzept der Skaleninvarianz in Turbulenzen [74] und der „*trace moment technique*“ [177]. Hier wird die multifraktale Analyse durchgeführt, indem man untersucht, wie alle Momente der Fluktuationen $F_q(s) \sim s^{\alpha(q)}$ mit s im asymptotischen Bereich skalieren [114, 113]. Dieser Ansatz beinhaltet auch negative q -Werte und basiert auf keiner speziellen Modellannahme. Um die numerischen Ergebnisse der Analyse der $\alpha(q)$ für die Niederschlagsreihen zu beschreiben, werden drei funktionale Modelle verwendet:

1. das universelle Multifraktalmodell von Schertzer und Lovejoy 1991 [188] (drei Parameter), das auf $q > 0$ beschränkt ist,
2. ein modifiziertes multiplikatives Modell [113] (zwei Parameter),
3. ein Bifraktalmodell (drei Parameter).

Es stellt sich die Frage, welchen funktionalen Zusammenhängen die ermittelten $\alpha(q)$ für Niederschlags- und Abflußreihen folgen. Hierbei wird untersucht, ob sich das universelle Multifraktalmodell mit drei Parametern und positiven Momenten q anwenden läßt, um die multifraktalen Eigenschaften der Niederschlags- und Abflußreihen zu charakterisieren. Im Vergleich dazu wird das modifizierte multiplikative Modell verwendet, das positive und negative Momente mit nur zwei Parametern beschreibt. Einige Niederschlagsreihen zeigen ziemlich schwache Multifraktalität und lassen sich besser mit der bifraktalen Charakterisierung erfassen.

4.1 Multifraktale DFA

Die multifraktale DFA basiert auf der Trendbereinigenden Fluktuationsanalyse [165, 33, 110, 98, 42, 120, 201, 36], wie sie in Kap. 2.2.1 beschrieben wird, und stellt ihre Verallgemeinerung dar. Für multifraktale Zeitreihen ist ein einzelner Skalenexponent wie $\alpha \equiv \alpha(2)$ oder γ nicht ausreichend, da viele Untermengen der Reihe unterschiedliches Skalenverhalten aufweisen – z.B. wenn große Fluktuationen weniger stark korreliert sind als kleine [111]. Um diese multifraktalen Skaleneigenschaften zu charakterisieren, haben Kantelhardt u. a. 2002 [114] das DFA-Verfahren in den Momenten verallgemeinert. Diese Verallgemeinerung (multifraktale DFA, MF-DFA) ist äquivalent zur Methode „*wavelet transform modulus maxima*“ (WTMM) [157, 4], ist aber wesentlich einfacher auf dem Rechner zu implementieren, siehe [113] für einen weiteren Vergleich beider Methoden (Wavelet-Methode siehe Kumar und Foufoula-Georgiou 1997 [123]). Die MF-DFA funktioniert analog zur DFA, nur daß die Varianz im letzten Schritt, Gl. (2.11), zur $q/2$ -te Potenz genommen wird und die Quadratwurzel durch die $1/q$ -te Potenz ersetzt wird, wobei $q \neq 0$ ein reeller Parameter ist,

$$\text{DFA: } F(s) = \left(\frac{1}{2N_s} \sum_{\nu=1}^{2N_s} F_s^2(\nu) \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.11)$$

$$\text{MF-DFA: } F_q(s) = \left(\frac{1}{2N_s} \sum_{\nu=1}^{2N_s} [F_s^2(\nu)]^{\frac{q}{2}} \right)^{\frac{1}{q}} . \quad (4.2)$$

4 Analyse von Niederschlagsreihen: Multifraktale Eigenschaften

Entsprechend Gl. (2.12) definiert man jetzt den generalisierten Fluktuationsexponenten $\alpha(q)$ (Fluktuationsexponent zu verschiedenen Momenten) über

$$F_q(s) \sim s^{\alpha(q)} . \quad (4.3)$$

Dabei stimmt $\alpha(1)$ mit dem klassischen Hurst-Exponenten H überein, der mit der Hurst R/S -Analyse (Kap. 2.2.2) bestimmt wird, da in beiden das erste Moment berücksichtigt wird. Für $q = 2$ ist die multifraktale DFA identisch mit der standard DFA (deswegen die bereits verwendete Notation $\alpha(2)$). Die Kennzeichnung der DFA-Ordnung mittels (n) wurde in Gl. (4.3) ausgelassen, da sie unter polynomialer Trendbereinigung verschiedener Ordnung $n \geq 2$ zu fast identischen α -Werten führen.

Für monofraktale Reihen ist $\alpha(q)$ unabhängig von q , da das Skalenverhalten der Varianzen $F_s^2(\nu)$ gleich ist für alle Segmente ν . Wenn andererseits kleine und große Fluktuationen unterschiedlich skalieren, dann gibt es eine signifikante Abhängigkeit der $\alpha(q)$ von q :

- Wenn man positive q -Werte betrachtet ($q \gg 1$), dann dominieren die Segmente mit großer Varianz $F_s^2(\nu)$ den Mittelwert $F_q(s)$ (d.h. große Abweichungen von dem Fit). Also beschreibt $\alpha(q)$ für positive q -Werte das Skalenverhalten der Segmente mit großen Fluktuationen. Normalerweise zeigen die großen Fluktuationen einen kleineren Fluktuationsexponenten $\alpha(q)$.
- Andererseits dominieren bei negativen q -Werten ($q \ll -1$) die Segmente mit kleiner Varianz $F_s^2(\nu)$ den Mittelwert $F_q(s)$. Deshalb beschreibt $\alpha(q)$ für negative q -Werte das Skalenverhalten der Segmente mit kleinen Fluktuationen, die in der Regel einen größeren Skalenexponenten aufweisen.

Der zugrunde liegende multifraktale Formalismus wird nicht in vollem Umfang wiedergegeben, stattdessen soll an dieser Stelle auf [114] und Referenzen darin verwiesen werden.

Für ein einfaches Verständnis genügt es, zu erkennen, daß Multifraktalität vorliegt, wenn sich die Fluktuationsexponenten der verschiedenen Momente q unterscheiden. Die Absolutwerte ($q = 1$), Quadrate ($q = 2$) usw. (beliebige q) der Fluktuationen zeigen unterschiedliches Skalenverhalten. Folglich ist es nicht ausreichend, nur das zweite Moment mit dem Fluktuationsexponenten $\alpha(2)$ zu charakterisieren, wie es in den vorhergehenden Kapiteln mit α getan wurde. Die $\alpha(q)$ -Abhängigkeiten können mit bestimmten Formeln angefitet werden, um sie mit wenigen Parametern zu erfassen.

4.2 Vergleich mit verwandten multifraktalen Formalismen

In der geophysikalischen Literatur werden auch andere multifraktale Größen verwendet, die zu $\alpha(q)$ in Beziehung gesetzt werden können:

1. Das generalisierte Variogramm $C_q(s)$ (siehe z.B. Gl. (3.82-3.84) in Rodríguez-Iturbe und Rinaldo 1997 [177] und Referenzen darin) ist definiert als:

$$C_q(s) := \langle |Y(i+s) - Y(i)|^q \rangle \sim s^{K(q)} , \quad (4.4)$$

4.2 Vergleich mit verwandten multifraktalen Formalismen

wobei das Mittel über alle Werte i genommen wird. Vergleicht man Gl. (4.2) mit (4.4), dann erkennt man die Beziehung

$$K(q) = q \cdot \alpha(q) .$$

Trotz des Formelzeichens $C_q(s)$ ist das generalisierte Variogramm weniger mit der Autokorrelationsfunktion, Gl. (2.3), verwandt, sondern eher mit der konventionellen Fluktuationsanalyse, FA Gl. (2.5) und (2.7), nur daß bei ihr noch die Wurzel gezogen wird.

2. In verschiedenen Arbeiten aus dem geophysikalischen Bereich oder in Artikeln über Turbulenzen wird die Strukturfunktion (siehe z.B. [187, 188, 128, 206, 205, 50, 51, 163])

$$S_q(s) := \langle |\tau_{i+s} - \tau_i|^q \rangle \sim s^{\zeta(q)} = s^{q\aleph(q)}$$

direkt untersucht, ohne zu kumulieren, im Gegensatz zu Gl. (4.4). Statt $\aleph(q)$ wird auch $H(q)$ verwendet, aber um die Verwechslung mit $H = h(1)$ zu vermeiden, wurde hier das hebräische *aleph* gewählt. Wie man sehen kann, stehen $\aleph(q)$ und $\alpha(q)$ (wegen $K(q) = \zeta(q) + q$) in Beziehung über

$$\zeta(q) = q \cdot \aleph(q) \tag{4.5}$$

$$\zeta(q)/q = \alpha(q) - 1$$

$$\aleph(q) = \alpha(q) - 1 . \tag{4.6}$$

Folglich unterscheiden sich der Multifraktalexponent $\aleph(q)$, nach Davis u. a. 1994 [50], und der hier in Gl. (4.3) definierte Exponent $\alpha(q)$ nur um -1 . Dieser Unterschied ist darauf zurückzuführen, daß in dieser Arbeit die kumulierte Summe der τ_i analysiert wird, während Davis u. a. wie auch die Lovejoy-Schertzer-Gruppe die τ_i direkt untersuchen.

Um das multifraktale Verhalten zu modellieren, kann man zum Beispiel einen bestimmten multifraktalen Prozeß verwenden, bei dem $\aleph(q)$ (oder $\alpha(q) = \aleph(q) + 1$) bekannt ist, und die Parameter anpassen. Jedoch ist bei vielen multifraktalen Prozessen $\aleph(1) = 0$ fest. Deshalb muß man eine Teilintegration („fractional integration“, vgl. FFM in Kap. 2.2.3) durchführen und die gesamte Funktion $\aleph(q)$ verschieben, um den Wert bei $q = 1$ zu justieren. Auf diese Weise haben Lovejoy und Schertzer eine bemerkenswerte Formel für $\zeta(q) = q\aleph(q)$ für positive q -Werte erhalten [111],

$$\zeta(q) = q\aleph' - \frac{C_1}{a' - 1} (q^{a'} - q) , \quad q \geq 0 . \tag{4.7}$$

Für den Parameter a' wird üblicherweise das Symbol α verwendet (in [111] α'), das aber wegen einer möglichen Verwechslung mit dem Fluktuationsexponenten α in dieser Arbeit durch a' ersetzt wurde.

Der große Vorteil der MF-DFA, wie sie hier benutzt wird, ist daß sie auch die Verwendung negativer q -Werte enthält. Die Multifraktal(Fluktuations)exponenten $\alpha(q)$, die über Gl. (4.3) definiert sind, hängen direkt mit den klassischen Renyi-Exponenten $\tau(q)$ (siehe z.B. Feder 1988 [65] oder Rodríguez-Iturbe und Rinaldo 1997 [177]) zusammen [114], so daß die grundlegenden Renyi-Exponenten $\tau(q)$ für positive und negative q -Werte berechnet werden können:

$$\alpha(q) = \frac{1}{q} (\tau(q) + 1) \quad \tau(q) = q\alpha(q) - 1 . \tag{4.8}$$

4 Analyse von Niederschlagsreihen: Multifraktale Eigenschaften

Die Exponenten $\tau(q)$ sind nicht zu verwechseln mit den τ_i , wie in dieser Arbeit allgemein beliebige Reihen bezeichnet werden. Gleichung (4.8) erlaubt eine weitergehende Charakterisierung der multifraktalen Reihen über das Singularitätsspektrum $f(\alpha_S)$, das über eine Legendre-Transformation mit $\tau(q)$ zusammenhängt (siehe z.B. Feder 1988 [65] oder Rodríguez-Iturbe und Rinaldo 1997 [177]),

$$\alpha_S = \frac{d}{dq}\tau(q) \quad \text{und} \quad (4.9)$$

$$f(\alpha_S) = q\alpha_S - \tau(q) . \quad (4.10)$$

Hierbei ist α_S die Singularitätsstärke oder der (lokale) Hölder-Exponent [65, 137], während $f(\alpha_S)$ die Dimension der Punktmenge darstellt, die durch α_S charakterisiert ist [111]. Das $f(\alpha_S)$ -Spektrum beschreibt die Verteilung als Funktion von α_S [234]. Mit Gleichung (4.8) kann man die beiden Größen mit $\alpha(q)$ in Beziehung setzen [114, 234, 111],

$$\alpha_S = \alpha(q) + q \frac{d\alpha(q)}{dq} \quad \text{und} \quad (4.11)$$

$$f(\alpha_S) = q[\alpha_S - \alpha(q)] + 1 .$$

Im allgemeinen Fall ist der Hölder-Exponent α_S also verschieden vom generalisierten Fluktuationsexponenten $\alpha(q)$ und nur bei Monofraktalität, wenn $\alpha(q) = \text{const.}$, gilt wegen Gl. (4.11) $\alpha_S = \alpha(q) = \alpha$. Dann ist $f(\alpha_S) = 1$ und sonst gleich 0.

Die Stärke der Multifraktalität einer Zeitreihe kann über die Differenz zwischen maximaler und minimaler Singularitätsstärke α_S ausgedrückt werden,

$$\Delta\alpha = \alpha_S^{\max} - \alpha_S^{\min} ,$$

die $f(\alpha_S) \rightarrow 0$ für $\alpha_S \rightarrow \alpha_S^{\max}$ und $\alpha_S \rightarrow \alpha_S^{\min}$ erfüllen. Außerdem gilt in der Regel

$$\begin{aligned} \Delta\alpha &= \alpha(q)^{\max} - \alpha(q)^{\min} \\ &= \alpha(q \rightarrow -\infty) - \alpha(q \rightarrow +\infty) . \end{aligned}$$

Die Größe $\Delta\alpha$ dient in Kap. 4.4 als Maß für die Ausprägung der Multifraktalität.

Ein anderer Ansatz, die komplexen Eigenschaften von Zeitreihen zu charakterisieren, besteht darin, die Beträge der Inkremente zu betrachten und auf Langzeitkorrelationen zu untersuchen, siehe z.B. [6]. Zeigen diese sogenannten Volatilitäten (oder Magnitude) $v_i = |\tau_{i+1} - \tau_i|$ Langzeitkorrelationen, die verschwinden, wenn die Fourier-Phasen gemischt werden [191], dann enthält die ursprüngliche Reihe Nicht-Linearitäten. Der analytische Zusammenhang zur Multifraktalität wird von Kalisky u. a. 2005 [107] gezeigt.

Lyra und Tsallis 1998 [134] finden die Verbindung $1/(1 - \tilde{q}) = 1/\alpha_S^{\min} - 1/\alpha_S^{\max}$ zwischen dem sogenannten Entropieindex \tilde{q} der Tsallis-Entropie [210] und den Extrema α_S^{\min} bzw. α_S^{\max} des Singularitätsspektrums. Die Autoren leiten den Ausdruck her und überprüfen ihn numerisch mit der logistischen Abbildung.

4.3 Ergebnisse der Korrelationsanalyse

Abbildung 4.1 zeigt die Fluktuationsfunktionen $F_2(s)$ der DFA1, DFA2 und DFA3 für drei repräsentative tägliche Niederschlagsreihen a)-c) und drei repräsentative Abflußreihen d)-f).

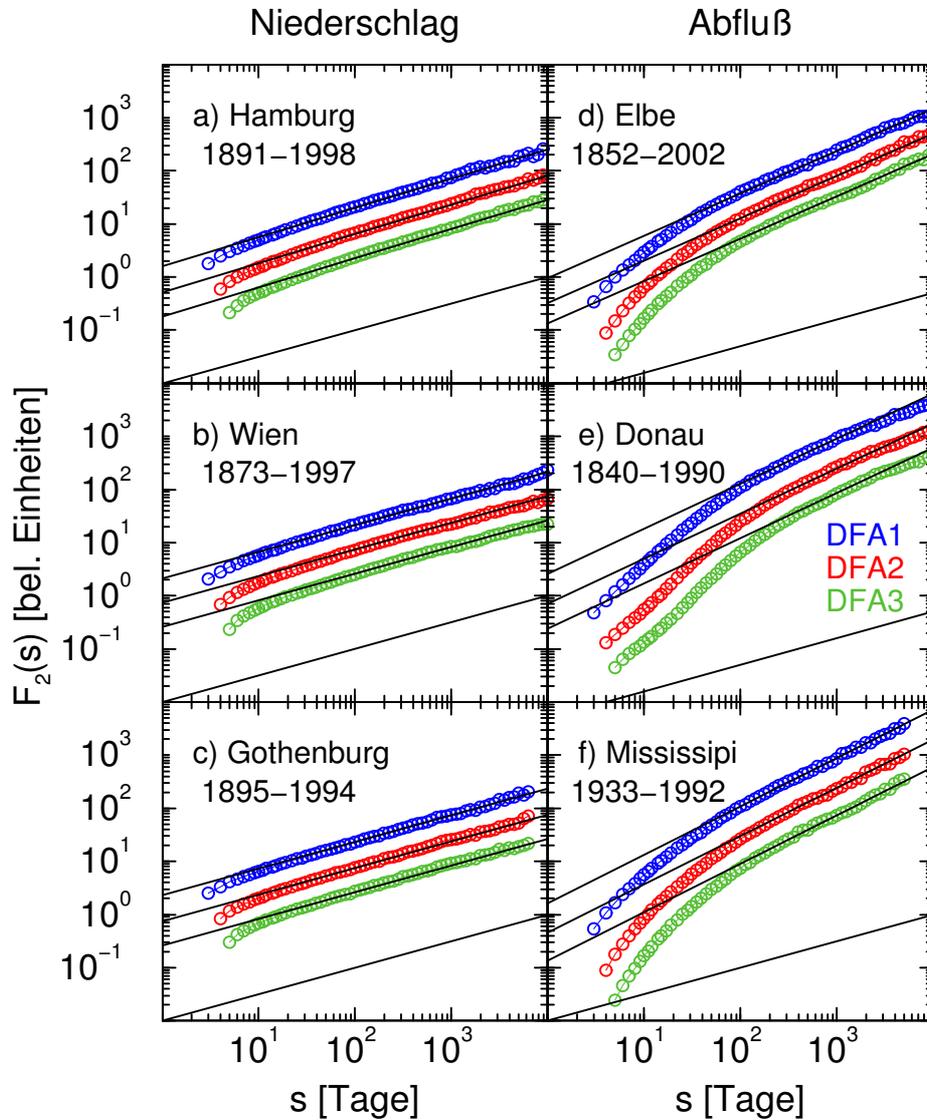


Abbildung 4.1: Die Fluktuationsfunktionen $F_2(s)$ der DFA1-DFA3 (von oben) gegen die Zeitskala s in doppelt-logarithmischer Darstellung für Niederschlags- und Abflußzeitreihen (zur besseren Übersicht sind die Funktionen vertikal verschoben). a)-c) Niederschlagsreihen: a) Hamburg ($\alpha = 0,55 \pm 0,03$), b) Wien ($\alpha = 0,50 \pm 0,03$) und c) Gothenburg, USA ($\alpha = 0,50 \pm 0,03$); d)-f) Abflußreihen: d) Elbe in Dresden ($\alpha = 0,80 \pm 0,03$), e) Donau in Orsova, Rumänien ($\alpha = 0,85 \pm 0,03$) und f) Mississippi in St. Louis, USA ($\alpha = 0,91 \pm 0,03$). Die durch die Daten gezogenen Linien haben die angegebenen Steigungen. Ferner sind Linien mit der Steigung $\alpha(2) = 0,5$ zum Vergleich mit dem unkorrelierten Fall eingezeichnet (nach [111]).

In dem log-log-Plot sind die Kurven auf großen Skalen s annähernd Geraden. Bei den Niederschlagsreihen zeigt sich ein sehr schwacher Crossover in $F_2(s)$ und die $\alpha(2)$ -Werte für asymptotische Zeitskalen liegen nahe bei 0,5, was auf schnell abfallende Autokorrelationen hindeutet. Für die gezeigten Beispiele erhält man $\alpha(2) \simeq 0,55$ für Hamburg, $\alpha(2) \simeq 0,50$ für Wien und $\alpha(2) \simeq 0,50$ für Gothenburg. Dies entspricht den Korrelationsexponenten $\gamma \approx 0,9$ für Hamburg und $\gamma \geq 1$ für Wien und Gothenburg. Bei den Niederschlagsreihen ist die größere Steigung bei ganz kleinen Skalen teilweise auf das Artefakt der DFA zurückzuführen, siehe Kap. 2.2.1 und [110]. Ganz anders sieht es bei den Abflußfluktuationen aus, die einen ausgeprägten Crossover bei Zeitskalen von einigen Wochen zeigen. Oberhalb des Crossovers folgen die DFA-Fluktuationenfunktionen Potenzgesetzen mit den Exponenten $\alpha(2) \simeq 0,80$ für die Elbe, $\alpha(2) \simeq 0,85$ für die Donau und $\alpha(2) \simeq 0,91$ für den Mississippi. Unterhalb des Crossovers findet man Steigungen im Bereich $\alpha(2) \approx 1,5$, die starke Kurzzeitkorrelationen auf kleinen Skalen aufzeigen, vgl. Kap 2.3.2. Näherungsweise können die Kurzzeitkorrelationen mit einem ARMA-Prozeß modelliert werden, bei dem die Korrelationszeit durch die typischen Abklingzeiten von Fluten gegeben ist. Dies führt dann zu $\alpha(2) \simeq 1,5$ auf kleinen Skalen, was in Übereinstimmung mit den Beobachtungen ist. Man beachte aber, daß Langzeitkorrelationen (und Multifraktalität auf großen Skalen) einen zusätzlichen und anderen Modellansatz erfordern.

Abbildung 4.2 zeigt die Verteilung der $\alpha(2)$ -Werte, die mit der DFA2 auf großen Zeitskalen für alle 99 Niederschlagsreihen bestimmt wurden, siehe auch [111, 28]. Dargestellt sind außerdem die Werte – übernommen von Koscielny-Bunde u. a. 2005 [121] – der 42 Abflußreihen (die mit Gl. (2.1) saisonbereinigt wurden). Man kann deutlich sehen, daß die meisten Niederschlagsreihen keine Langzeitkorrelationen ($\alpha(2) \approx 0,5$) oder nur sehr schwache ($\alpha(2) \approx 0,55$) zeigen, der Mittelwert ist dabei $\alpha(2) \approx 0,53 \pm 0,04$, siehe Tab. 4.1. Man findet keine systematische Abhängigkeit der $\alpha(2)$ von Klimazonen oder geographischen Regionen. Um das Fehlen von Langzeitkorrelationen bei Niederschlagsreihen zu bestätigen, wurde auch die Autokorrelationsfunktion $C(s)$ (siehe Gl. (2.3)) berechnet. Die Ergebnisse zeigen, wie alle Korrelationen nach eine paar Tagen verschwinden. Es sei aber darauf hingewiesen, daß dieses Ergebnis für das zweite Moment bestimmt wurde und sich deshalb nur auf Zweipunktkorrelationen [107] bezieht. Korrelationen höherer Ordnung werden nicht ausgeschlossen.

Die gezeigten Ergebnisse von $\alpha(2)$ stimmen nicht überein mit Matsoukas u. a. 2000 [146], die mit DFA1 und einer saisonalen Trendbereinigung ähnlich Gl. (2.1) für neun Niederschlagsreihen mit fünfzehnminütiger Auflösung $\alpha(2) \approx 1,0$ auf Skalen unterhalb von zehn Tagen und $\alpha(2) = 0,6 \dots 0,8$ auf Skalen von zehn Tagen bis 16 Monaten gefunden haben. Der Grund für diese Unstimmigkeit ist unklar, zumal die in Klassen berechnete (gebinnte) Spektralanalyse von Matsoukas u. a. 2000 [146] zu den oben dargelegten Ergebnissen paßt. Abbildung 4.2a) läßt sich auch mit Peters u. a. 2002 [167] und Peters und Christensen 2002 [166] schlecht vereinbaren, wo sechs Monate lange Reihen untersucht wurden und ein Exponent $\alpha(1) \approx 0,76$ ($H = \alpha(1) \gtrsim \alpha(2)$) mittels R/S -Analyse (Kap. 2.2.2) ermittelt wurde. Wahrscheinlich ist dieser hohe Wert darauf zurückzuführen, daß eine solch kurze Reihe nicht saisonbereinigt werden kann, so daß der Jahresgang wie eine Langzeitabhängigkeit wirkt. Für mittlere Zeitskalen bis zu drei Jahren sind die vorgestellten Ergebnisse in Übereinstimmung mit Fraedrich und Larnder 1993 [71], die aber entgegen den oben dargelegten Resultaten auf größeren Zeitskalen auch Langzeitkorrelationen finden. Die Langzeitkorrelationen auf großen Skalen, die die Autoren beschreiben, könnten auch durch Instationaritäten in den Daten verursacht worden sein. Die jüngsten Ergebnisse von Marković und Koch 2005 [145] stimmen teilweise mit den

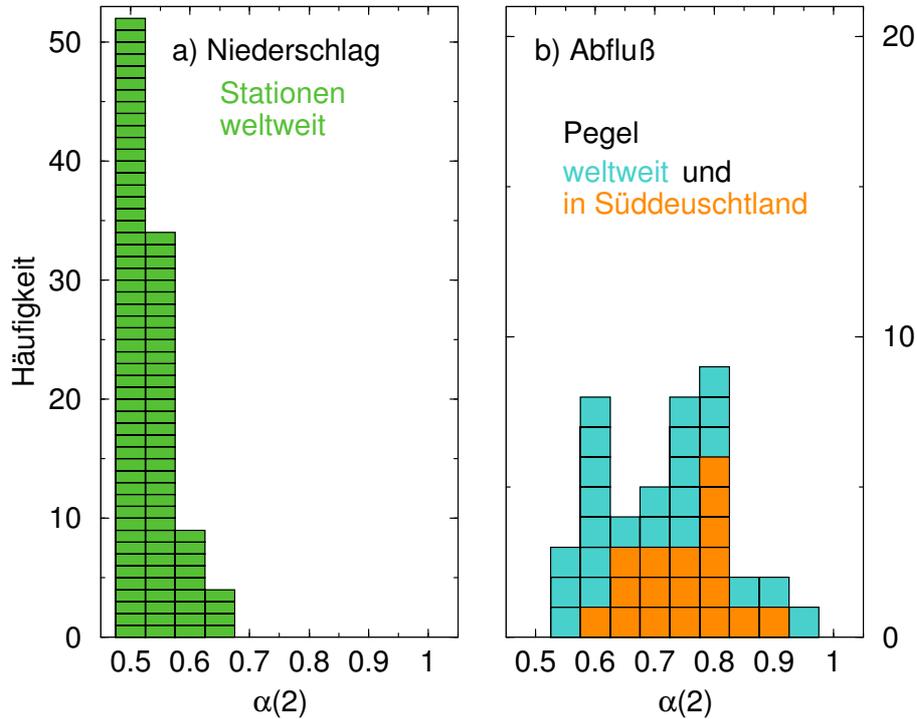


Abbildung 4.2: Histogramme der Fluktuationsexponenten $\alpha(2)$ für a) alle 99 täglichen Niederschlagsreihen und b) alle 42 täglichen Abflußreihen, 18 von Süddeutschland (orange) und 24 von internationalen hydrologischen Stationen (türkis). Die Fluktuationsexponenten wurden mittels Potenzgesetz-Fits an den DFA2-Fluktuationsfunktionen auf großen Zeitskalen bestimmt, vgl. Abb. 4.1. Jedes Kästchen stellt den Wert für eine meteorologische oder hydrologische Station dar. Das Histogramm b) für Abflußreihen ist entnommen aus [121] (nach [111]).

vorliegenden Resultaten überein. In [145] werden mittels DFA monatliche Niederschlagsmaxima untersucht und hauptsächlich Fluktuationsexponenten $\alpha(2) \gtrsim 0,5$ gefunden. Allerdings sind bei 9/27 Reihen $\alpha(2) > 0,6$, was von den vorliegenden Ergebnissen abweicht. Ergänzend sei noch angemerkt, daß sich die Ergebnisse dieser Arbeit nur unwesentlich ändern, wenn auch der Jahresgang in der Standardabweichung mit Gl. (4.1) statt Gl. (2.1) entfernt wird. Obwohl sich $\alpha(2)$ um $\pm 0,03$ für einzelne Reihen ändern kann, bleibt das mittlere $\alpha(2)$ konstant.

Im Gegensatz zu den Niederschlagsreihen sind die meisten Abflußreihen stark langzeitkorreliert [111]; der Mittelwert beträgt $\alpha(2) = 0,72$, wobei die $\alpha(2)$ -Werte einen breiten Bereich abdecken (siehe Abb. 4.2b)), der auch nicht wesentlich schmaler ist für die Daten, die nur aus dem verhältnismäßig kleinen Süddeutschland, mit sehr viel kleineren Einzugsgebieten, stammen. Die Langzeitexponenten variieren stark von Fluß zu Fluß in einer unsystematischen Weise. Deshalb gibt es kein universelles Skalenverhalten bei den Abflußreihen und keine systematische Abhängigkeit der Fluktuationsexponenten von der Größe des Einzugsgebietes [121]. Die ausgebildeten Variationen spiegeln wahrscheinlich die Tatsache wieder, daß unterschiedliche Mechanismen für Hochwasser existieren, und jeder induziert ein anderes räumliches Skalenverhalten [88], die möglicherweise auch unterschiedliche zeitliche Skalenverhalten bewirken.

Da die Autokorrelationen der Niederschlagsreihen mit der Zeit überwiegend sehr schnell abfallen, können ihre zeitlichen Korrelationen weder für die Langzeitkorrelationen noch für die breite Verteilung der Fluktuationsexponenten der Abflußreihen die Ursache sein [111]. Folglich ist anzunehmen, daß die Persistenz der Abflußreihen eher durch Speichereffekte verursacht wird als durch Langzeitkorrelationen bei Niederschlagsreihen – die (teilweise) Integration des Niederschlages könnte das Langzeitgedächtnis der Abflüsse bewirken [111]. Dies ist relativ uninteressant für Hochwasser, da diese hauptsächlich vom oberirdischen Abfluß des Niederschlags oder der Schneeschmelze verursacht werden, aber für Niedrigwasser kann das Ergebnis relevant sein, denn dann kommen hauptsächlich die Reservoirs zur Geltung. Wenn die Interpretation korrekt sein sollte, daß die Abflußpersistenz von Speichereffekten im Einzugsgebiet bewirkt wird, kann man für trockene Gebiete kleinere Exponenten erwarten. Dies wird von Koscielny-Bunde u. a. 2005 [121] teilweise gefunden, aber weitere Untersuchungen sind nötig, um die Theorie zu bestätigen. Die nicht universellen Langzeitkorrelationen der Abflußreihen lassen sich mit denen von Temperaturreihen kontinentaler Stationen vergleichen, wo halbwegs einheitliche Werte $\alpha(2) = 0,66 \pm 0,06$ gefunden wurden [120, 201, 228, 61].

Um zu bestätigen, daß die Steigung $\alpha(2) > 0,5$ für Abflußreihen auf Langzeitkorrelationen (also die Anordnung der τ_i) zurückzuführen ist und nicht auf eine breite Verteilungsdichte der τ_i [114], haben Koscielny-Bunde u. a. 2005 [121] in einer separaten Analyse die Korrelationen vernichtet, indem die τ_i zufällig gemischt wurden. Dieses Mischen hat keinen Effekt auf die Verteilungsdichte der τ_i . Es hat sich aber gezeigt, daß der Fluktuationsexponent $\alpha(2)$ bei den gemischten Reihen $1/2$ ist, weshalb die gefunden Langzeitkorrelationen hauptsächlich auf der Anordnung der τ_i basieren.

Eine zusätzliche Saisonbereinigung der Varianz, Gl. (4.1), führt zu einer Vergrößerung der Fluktuationsexponenten um 0,1 bis 0,25 bei denjenigen Flüssen, die sehr starke saisonale Abhängigkeiten aufweisen [111] (mehr dazu am Ende des folgenden Kap. 4.4).

4.4 Multifraktale Charakterisierung

Als nächstes soll das multifraktale Verhalten der 99 täglichen Niederschlagsreihen bestimmt und mit dem der 42 täglichen Abflußreihen verglichen werden. Bei allen Reihen zeigen sich ähnliche resultierende Fluktuationfunktionen $F_q(s)$ für die MF-DFA2, MF-DFA3 und MF-DFA4 (Trendbereinigung zweiter, dritter und vierter Ordnung). Deswegen werden hier nur die der zweiten Ordnung gezeigt (MF-DFA2). Man beginnt wieder mit der Saisonbereinigung nach Gl. (2.1). Abbildung 4.3 zeigt ein Beispiel der MF-DFA2-Fluktuationfunktionen $F_q(s)$ für a) die Niederschlagsreihe von Spokane in den USA und b) die Abflußreihe der Weser in Vlotho. Die Standard-Fluktuationfunktion des zweiten Moments $F_2(s)$ ist mit Kreuzen eingezeichnet. Der Übergang (Crossover) bei den Abflußdaten, wie er im vorhergehenden Abschnitt diskutiert wurde, findet sich auch in den anderen Momenten wieder. Darüber hinaus zeigt sich ein ähnlicher Crossover bei den negativen Momenten der Niederschlagsdaten. Die Position des Crossovers wächst monoton mit abfallendem q und nimmt in seiner Ausprägung zu. Bei den kleinen Fluktuationen tritt er also erst bei größeren Skalen auf. Während sich die meiste Literatur auf Kurzzeitmultifraktalität und die Crossover, die unterhalb eines Jahres auftreten, konzentriert [132, 205, 90, 163, 160, 53, 52, 55], besteht hier das Interesse an dem asymptotischen Verhalten der $F_q(s)$ bei großen Zeiten s . Man kann sehen, daß oberhalb des Crossovers die $F_q(s)$ in doppelt-logarithmischer Darstellung gerade Form annehmen, dessen

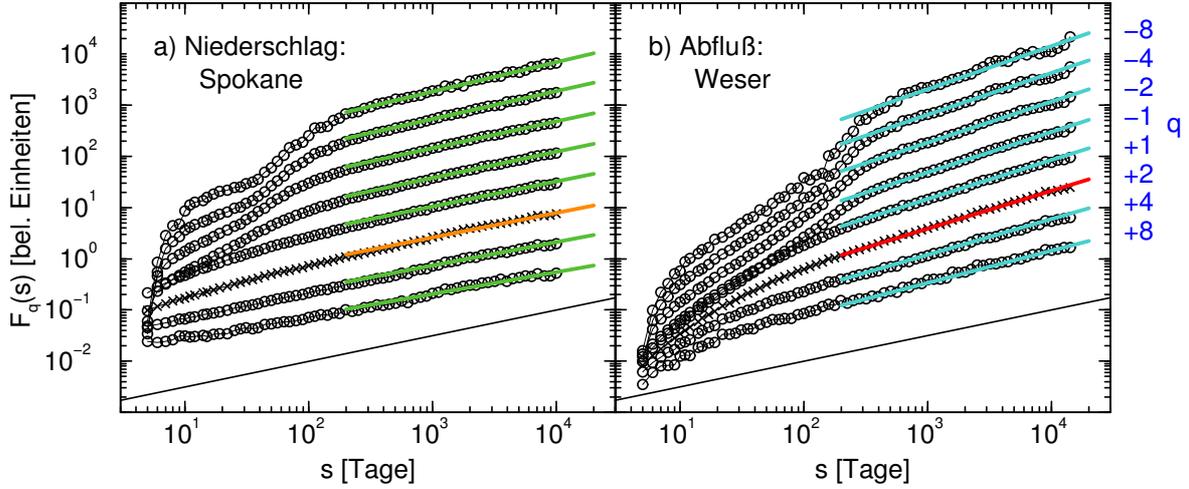


Abbildung 4.3: Die MF-DFA2-Fluktuationen $F_q(s)$ gegen die Zeitskala s für zwei Beispiele: a) Niederschlag in Spokane, USA und b) die Weser in Vlotho. Die Kurven wurden für verschiedene q -Werte berechnet, $q = -8, -4, -2, -1, +1, +2, +4, +8$ (von oben) und wurden zur besseren Übersichtlichkeit vertikal verschoben. Die Funktion des zweiten Moments $F_{q=2}(s)$ (Standard-DFA2) ist mit dem \times -Symbol gezeichnet. Die durchgezogenen Linien sind lineare Fits zur Bestimmung der $\alpha(q)$ (wie in Abb. 4.4 und 4.5 gezeigt). Ferner sind am unteren Rande der Teilbilder zusätzliche Linien mit der Steigung $1/2$ als Vergleich zum unkorrelierten Fall eingezeichnet (nach [111]).

Steigung leicht ansteigt von großen positiven Momenten zu weit negativen Momenten (in Abb. 4.3 von unten nach oben). Für den Niederschlag in Spokane (Abb. 4.3a)) z.B. ändert sich die Steigung von $0,42$ für $q = 8$ zu $0,57$ für $q = -8$. Dieser monotone Verlauf der Steigungen $\alpha(q)$ ist die Signatur der Multifraktalität. Einen ähnlichen Anstieg erhält man auch bei den Abflußdaten, obwohl $\alpha(q)$ insgesamt größer ist. Für die Weser sind $\alpha(8) = 0,63$ und $\alpha(-8) = 0,84$ (siehe Abb. 4.3b)).

Von den asymptotischen Steigungen in Abb. 4.3 (lineare Fits in den Plots) gewinnt man also die generalisierten Fluktuationsexponenten $\alpha(q)$ die gegen das Moment q in Abb. 4.4 für vier Niederschlagsreihen aufgetragen sind und in Abb. 4.5 für vier Abflußreihen, siehe Tab. 4.1 für Details.

Die Ergebnisse für $\alpha(q) = [\tau(q) + 1]/q$ lassen sich mit verschiedenen funktionalen Modellen zur Beschreibung von Multifraktalität vergleichen, wie sie in der Literatur auftauchen. Zuerst soll der Ausdruck (siehe Gl. (4.5-4.6) und (4.7))

$$\alpha(q) = \aleph' + 1 - \frac{C_1}{a' - 1} \left(q^{a'-1} - 1 \right) , \quad q \geq 0 , \quad (4.12)$$

mit den drei Parametern \aleph' , C_1 und a' betrachtet werden, der erfolgreich von Lovejoy, Schertzer und Mitwirkenden [187, 188, 128, 206, 205, 163] (siehe auch Douglas und Barros 2003 [55]) zur Beschreibung des multifraktalen Verhaltens von Niederschlags- und Abflußreihen auf kleinen Skalen angewendet wurde. Allerdings ist der Ansatz (4.12) auf positive q beschränkt. Die Linien in den oberen rechten Ecken der Abb. 4.4 und 4.5 zeigen die entsprechenden Fits, und die Werte der drei Parameter sind für die gezeigten Beispiele jeweils in Tab. 4.1 aufgeführt, wo auch die Mittelwerte für die Niederschlags- und Abflußreihen zu finden sind.

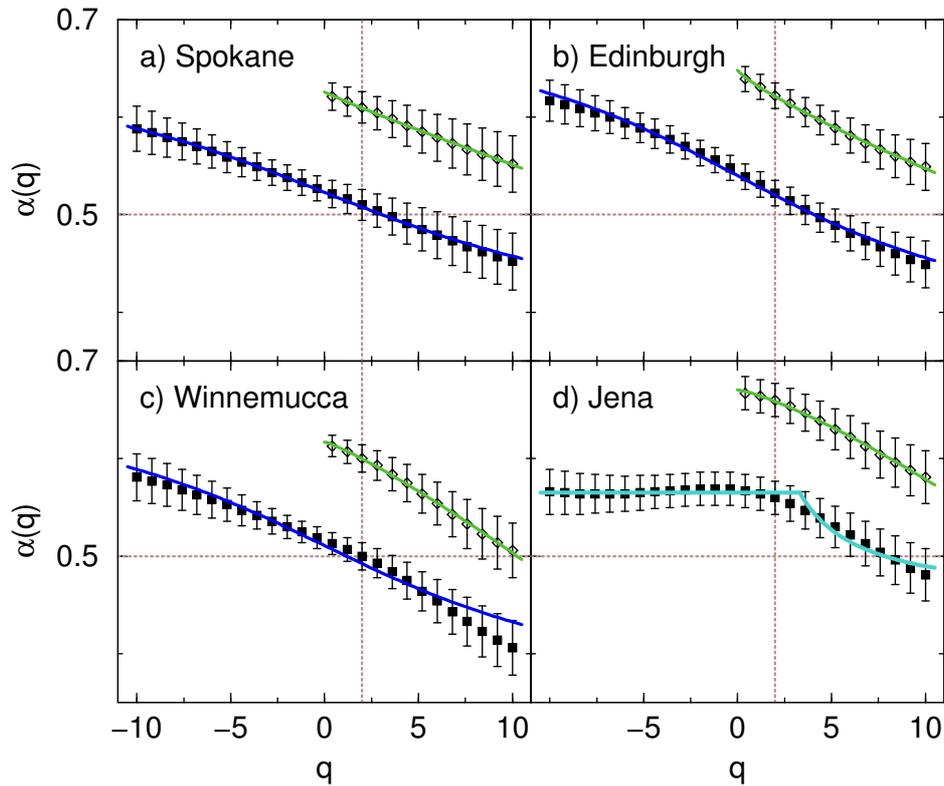


Abbildung 4.4: Generalisierter Fluktuationsexponent $\alpha(q)$ aufgetragen gegen q für vier Niederschlagsreihen: a) Spokane (USA), b) Edinburgh (UK), c) Winnemucca (USA) und d) Jena. Die $\alpha(q)$ -Werte (gefüllte Symbole) wurden mit linearen Fits an den $F_q(s)$ auf großen Skalen in log-log-Plots bestimmt, vgl. Abb. 4.3a). Die durchgezogenen Linien durch die gefüllten Symbole sind Fits des modifizierten multiplikativen Kaskadenmodells, Gl. (4.13), bis auf d), wo das Bifraktalmodell, Gl. (4.15), stattdessen verwendet wurde. In diesem Fall sind die Parameter $\alpha_1 = 0,57$, $\alpha_2 = 0,45$ und $q_\times = 3,3$. Die Ergebnisse in c) sind ein Beispiel, für die das modifizierte Kaskadenmodell etwas schlechter paßt. In der oberen rechten Ecke jedes Teilbildes ist $\alpha(q)$ nochmals gezeigt (offene Symbole, um 0,1 nach oben verschoben), zusammen mit Fits des Lovejoy-Schertzer-Modells, Gl. (4.12). Zur Orientierung stellen die gepunkteten Geraden den unkorrelierten Fall $\alpha = 0,5$ (horizontal) und das zweite Moment $q = 2$ (vertikal) dar (nach [111]).

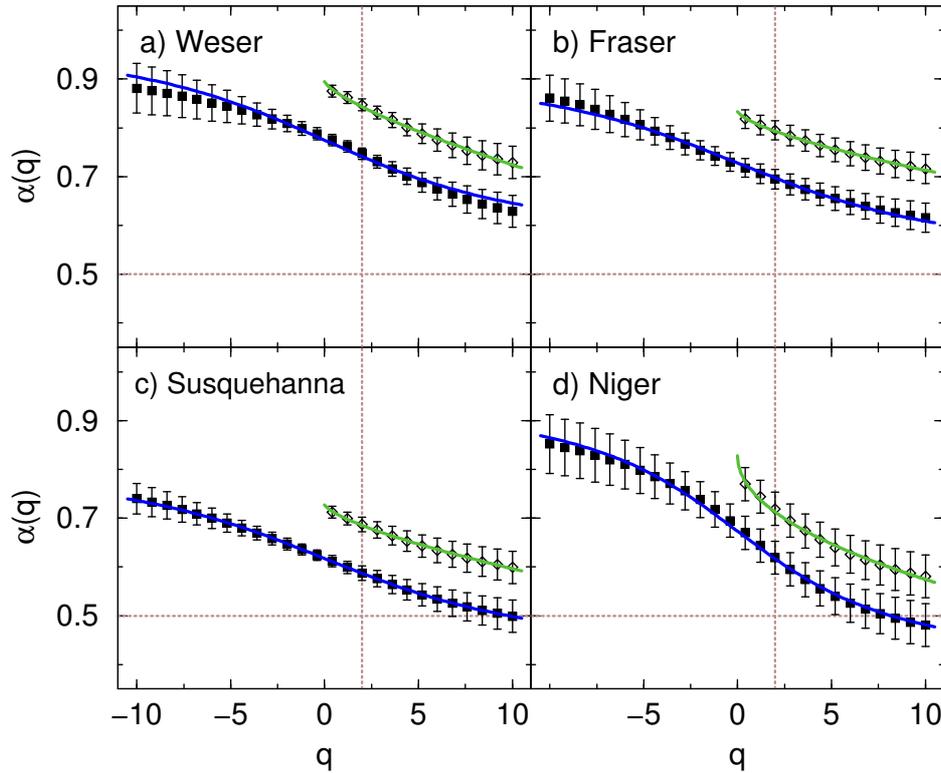


Abbildung 4.5: Generalisierter Fluktuationsexponent $\alpha(q)$ aufgetragen gegen q für vier Abflußreihen: a) Weser in Vlotho, b) Fraser in Hope, USA, c) Susquehanna in Harrisburg, USA und d) Niger in Koulikoro, Mali. Bis auf den Wertebereich der $\alpha(q)$ -Achse ist diese Abbildung analog zu Abb. 4.4 gestaltet. Die durchgezogenen Linien sind Fits an die Daten mit Gl. (4.13) und (4.12). Zur Orientierung stellen die gepunkteten Geraden den unkorrelierten Fall $\alpha = 0,5$ und das zweite Moment $q = 2$ dar (nach [111]).

Abbildung 4.6 fasst die Ergebnisse für Fitparameter aller untersuchten Niederschlags- und Abflußreihen zusammen. Für die Niederschlagsdaten wurden $\aleph' = -0,45 \pm 0,06$, $a' = 2,0 \pm 0,4$ und $C_1 = 0,01 \pm 0,01$ berechnet, während die Abflußdaten $\aleph' = -0,25 \pm 0,10$, $a' = 1,4 \pm 0,5$ und $C_1 = 0,04 \pm 0,03$ ergeben haben.

Diese Werte für \aleph' stimmen nur grob mit früheren Untersuchungen von Tessier u. a. 1996 [205] überein, die $\aleph' = -0,35 \pm 0,2$ für Niederschlagsreihen und $\aleph' = -0,05 \pm 0,2$ für Abflußreihen erhalten haben. Gleiches gilt für Pandey u. a. 1998 [163], die von $\aleph' = -0,03 \pm 0,14$ für Abflußreihen berichten. Diese Ähnlichkeit ist überraschend, da bei diesen früheren Studien keine Saisonbereinigung (Gl. (2.1) oder Gl. (4.1)) durchgeführt wurde. Die Multifraktalität ist durch die Parameter a' und C_1 charakterisiert. Dafür berichten Tessier u. a. 1996 [205] $a' = 1,6 \pm 0,2$ und $C_1 = 0,10 \pm 0,05$ für Niederschlag und $a' = 1,45 \pm 0,2$ und $C_1 = 0,2 \pm 0,1$ für die Abflüsse, während Pandey u. a. 1998 [163] $a' = 1,7 \pm 0,11$ und $C_1 = 0,12 \pm 0,03$ für Abflußreihen erhalten haben. In einer jüngeren Studie haben Tchiguirinskaia u. a. 2002 [204] verschiedene Abflußreihen von Russland analysiert und dabei $a' \approx 1,7$ und $C_1 \approx 0,03$ gefunden. Die Ergebnisse der anderen Arbeiten sind in Tab. 4.2 zusammengestellt. Die in dieser Arbeit vorgestellten Ergebnisse für den Exponenten a' stimmen im Rahmen der Fehlerbalken

4 Analyse von Niederschlagsreihen: Multifraktale Eigenschaften

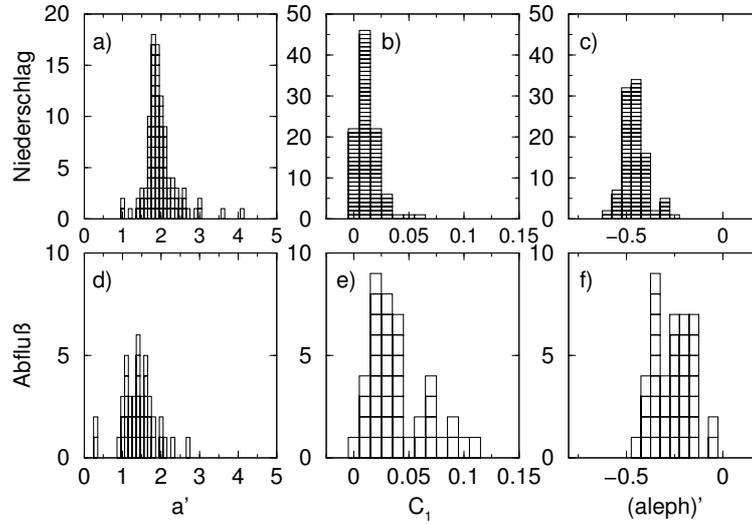


Abbildung 4.6: Histogramme der Parameter \aleph' , C_1 und a' für alle 99 täglichen Niederschlagsreihen (obere Reihe, a-c) und alle 42 täglichen Abflußreihen (untere Reihe, d-f). Die Werte wurden bestimmt mittels nicht-linearer Anpassung der Funktion Gl. (4.12) an die generalisierten Fluktuationsexponenten $\alpha(q)$. Jedes Kästchen stellt den Wert für eine meteorologische oder hydrologische Reihe dar (nach [111]).

Niederschlag (99 Stat.):	Periode	$\alpha(2)$	$\Delta\alpha$	a	b	\aleph'	C_1	a'
Spokane	1881-1994	0,51	0,30	0,63	0,77	-0,48	0,008	1,9
Edinburgh	1896-1997	0,52	0,34	0,61	0,77	-0,47	0,012	1,8
Winnemucca	1877-1994	0,50	0,33	0,63	0,79	-0,49	0,009	2,2
Jena	1827-2000	0,56	0,11	–	–	-0,43	0,006	2,3
Mittelwert	86 y	0,53	0,29	–	–	-0,45	0,012	2,0
Standardabweichung	33 y	0,04	0,14	–	–	0,06	0,010	0,4
Abfluß (42 Pegel):								
Weser	1823-1993	0,76	0,43	0,50	0,68	-0,24	0,023	1,7
Fraser	1913-1996	0,69	0,38	0,53	0,70	-0,29	0,017	1,7
Susquehanna	1891-1986	0,58	0,48	0,55	0,77	-0,40	0,018	1,7
Niger	1907-1985	0,60	0,62	0,51	0,78	-0,35	0,040	1,5
Mittelwert	86 y	0,72	0,49	–	–	-0,25	0,039	1,4
Standardabweichung	27 y	0,11	0,16	–	–	0,10	0,028	0,5

Tabelle 4.1: Details zu den Reihen, die in den Abb. 4.3a), Abb. 4.4 (Niederschlag) und Abb. 4.3b), Abb. 4.5 (Abfluß) analysiert wurden und Mittelwerte für alle untersuchten Reihen (Abflußergebnisse aus [121]). Es sind aufgeführt die Reihenlängen und die Fitparameter, die mit dem modifizierten multiplikativen Kaskadenmodell, Gl. (4.13), bzw. mit dem Lovejoy-Schertzer-Modell, Gl. (4.12), gewonnen wurden (siehe auch Tab. 4.2). Außerdem sind die zwei Hauptergebnisse, der Fluktuationsexponent $\alpha(2) = 1 - \gamma/2 = (\beta + 1)/2$ und die multifraktale Stärke $\Delta\alpha$, angegeben. Im Fall von Jena wurde Gl. (4.15) statt (4.13) verwendet und die Parameter $\alpha_1 = 0,57$, $\alpha_2 = 0,45$ und $q_\times = 3,3$ ermittelt (nach [111]).

	Niederschlag			Abfluß		
	\aleph'	C_1	a'	\aleph'	C_1	a'
Tess. [205]	$-0,35 \pm 0,2$	$0,10 \pm 0,05$	$1,6 \pm 0,2$	$-0,05 \pm 0,2$	$0,2 \pm 0,1$	$1,45 \pm 0,2$
Pand. [163]				$-0,03 \pm 0,14$	$0,12 \pm 0,03$	$1,7 \pm 0,11$
Tchi. [204]					$\approx 0,03$	$\approx 1,7$
Kant. [111]	$-0,45 \pm 0,06$	$0,012 \pm 0,010$	$2,0 \pm 0,4$	$-0,25 \pm 0,10$	$0,039 \pm 0,028$	$1,4 \pm 0,5$

Tabelle 4.2: Übersicht der Parameter \aleph' , C_1 und a' aus Gl. (4.12) für Niederschlag- und Abflußanalysen, bestimmt von Tessier u. a. 1996 [205], Pandey u. a. 1998 [163] und Tchiguirinskaia u. a. 2002 [204]. Die entsprechenden Werte aus Tab. 4.1 sind in der letzten Zeile angegeben [111].

mit den früheren Studien überein. Die Ergebnisse für C_1 sind vereinbar mit Tchiguirinskaia u. a. 2002 [204], aber nicht mit Tessier u. a. 1996 [205] und Pandey u. a. 1998 [163], die sich aber auch nicht explizit auf den asymptotischen Bereich bezogen haben und deshalb größere Werte C_1 finden (wie auch Tchiguirinskaia u. a. 2002 [204] für kleine Skalen).

Tessier u. a. 1996 [205] schlußfolgern, daß sich die \aleph' -Werte für Niederschlags- und Abflußreihen um ca. 0,3 unterscheiden, während die a' - und C_1 -Werte kompatibel sind. Die in Tab. 4.1 aufgeführten Ergebnisse zeigen einen ähnlichen Unterschied für den Fluktuationsexponenten von ungefähr 0,2. Die a' - und C_1 -Werte für Niederschlags- und Abflußreihen dieser Arbeit scheinen nur grob kompatibel zu sein, denn die Histogramme in Abb. 4.6 sind für die Abflußreihen nach links bzw. nach rechts verschoben. Der Mittelwert von C_1 ist für die Abflüsse mehr als drei mal größer. Deshalb kann man schließen, daß die Eigenschaften der Abflußfluktuationen nicht durch eine einfache (zeitliche) Teilintegration des Niederschlags erzeugt werden können. Es ist nötig, den Speichereffekten und dem hochgradig stoßartigen Verhalten des Niederschlags sowie dem höchst nicht-linearen Zusammenspiel von Niederschlag und Abfluß Rechnung zu tragen.

Als nächstes kommt das funktionale Modell

$$\begin{aligned} \tau(q) &= -\frac{\ln(a^q + b^q)}{\ln 2} \quad \text{bzw.} \\ \alpha(q) &= \frac{1}{q} - \frac{\ln(a^q + b^q)}{q \ln 2} \quad q \neq 0 \end{aligned} \tag{4.13}$$

zum Einsatz. Die Parameter sind auf $0 < a, b \leq 1$ eingeschränkt. Der Ausdruck Gl. (4.13) wurde wegen seiner optimalen Eigenschaften entdeckt. Führt man nämlich die Transformation von Gl. (4.13) nach $f(\alpha_S)$ mit den Gl. (4.8, 4.9, 4.10) durch, dann zeigt sich, daß

$$f(\alpha_S) \xrightarrow{q \rightarrow \pm\infty} 0 ,$$

außerdem ist

$$\max(f(\alpha_S)) = 1 .$$

Somit hat $f(\alpha_S)$ die ideale Form eines Singularitätsspektrums. Es ist also nicht weiter verwunderlich, daß es sich um eine Modifikation des multiplikativen Kaskadenmodells handelt [114, 234], dessen ursprünglicher Ausdruck eine additive Konstante $\frac{\ln(a+b)}{\ln 2}$ in Gl. (4.13) erfordert. Diese Verwandtschaft kann genutzt werden, um multifraktale Reihen zu erzeugen, die vorgegebene $\alpha(2)$ und $\Delta\alpha$ aufweisen [121]. Mittels Fourier Hin- und Rücktransformation

4 Analyse von Niederschlagsreihen: Multifraktale Eigenschaften

kann $\alpha(2)$, das beim binomialen multiplikativen Prozeß fest ist ($\alpha(1) = 1$), analog zur FFM (Kap. 2.2.3) beliebig getrimmt werden. Da Gleichung (4.13) für $q > 0$ und $q < 0$ ($q \neq 0$) anwendbar ist, kann die unendliche Anzahl an Exponenten $\alpha(q)$ mit zwei unabhängigen Parametern a und b ausgedrückt werden – die Breite des zugehörigen Singularitätsspektrums hängt unmittelbar mit ihnen zusammen:

$$\Delta\alpha = \frac{\ln b - \ln a}{\ln 2} \quad \text{wenn } b > a, \quad (4.14)$$

sowie umgekehrt mit $q = 2$ in Gl. (4.13)

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{\frac{2^{1-2\alpha(2)}}{1 + 2^{2\Delta\alpha}}} \\ b &= a \cdot 2^{\Delta\alpha}. \end{aligned}$$

Das modifizierte multifraktale Kaskadenmodell enthält folglich mit den beiden Parametern a und b auch das zweite Moment $\alpha(2)$. Mit nur einem zusätzlichen Parameter wird das gesamte Spektrum des Skalenverhaltens beschrieben. Dabei hängt die multifraktale Stärke nur von dem Verhältnis b/a ab.

Die zugehörigen Fitergebnisse für die Beispiele aus den Abb. 4.4 und 4.5 sind in Tab. 4.1 aufgelistet, außer für Jena, für das sich Gl. (4.13) nicht richtig anpassen ließ. Die zwei Parameter a und b können als Signatur der betrachteten Niederschlags- und Abflußreihen aufgefaßt werden. Dies kann für die Evaluierung von Niederschlags-Abfluß-Modellen von Interesse sein.

Es ist wichtig zu betonen, daß die Parameter a und b für den asymptotischen Bereich der verallgemeinerten Fluktuationsfunktionen bestimmt wurden und deshalb nicht von saisonalen Abhängigkeiten, die nicht vollständig beseitigt werden können, betroffen sind. Es soll darauf hingewiesen werden, daß verschiedene multifraktale Modelle für hochauflösende Niederschlagsreihen, die den Crossover bei kleinen Zeitskalen beinhalten, untersucht wurden von Veneziano u. a. 1996 [213], Schmitt u. a. 1998 [189], Deidda u. a. 1999 [53], Deidda 2000 [52] und Veneziano und Iacobellis 2002 [214]. Für ein Modell eines selbstorganisierten kritischen Zustandes („*self-organized criticality*“) sei auf Andrade u. a. 1998 [2] verwiesen.

Unter den Niederschlagsreihen sind viele, bei denen sich Gl. (4.13) nicht an die $\alpha(q)$ für alle q anpassen läßt. In manchen dieser Fälle (wie die Niederschlagsreihe von Jena) paßt ein einfaches Bifraktalmodell wesentlich besser zu den $\alpha(q)$ -Daten. Für eine bifraktale Reihe zeigen die Renyi-Exponenten (genau) zwei unterschiedliche Steigungen ($\alpha_1 > \alpha_2$),

$$\tau(q) = \begin{cases} q\alpha_1 - 1 & \text{für } q \leq q_\times \\ q\alpha_2 + q_\times(\alpha_1 - \alpha_2) - 1 & \text{für } q > q_\times \end{cases}$$

oder

$$\tau(q) = \begin{cases} q\alpha_1 + q_\times(\alpha_2 - \alpha_1) - 1 & \text{für } q \leq q_\times \\ q\alpha_2 - 1 & \text{für } q > q_\times \end{cases}.$$

Überträgt man dies mit Gl. (4.8) nach $\alpha(q)$, dann hat man ein Plateau von $q = -\infty$ bis q_\times und ein hyperbolisches Abfallen für $q > q_\times$,

$$\alpha(q) = \begin{cases} \alpha_1 & \text{für } q \leq q_\times \\ q_\times(\alpha_1 - \alpha_2)\frac{1}{q} + \alpha_2 & \text{für } q > q_\times \end{cases} \quad (4.15)$$

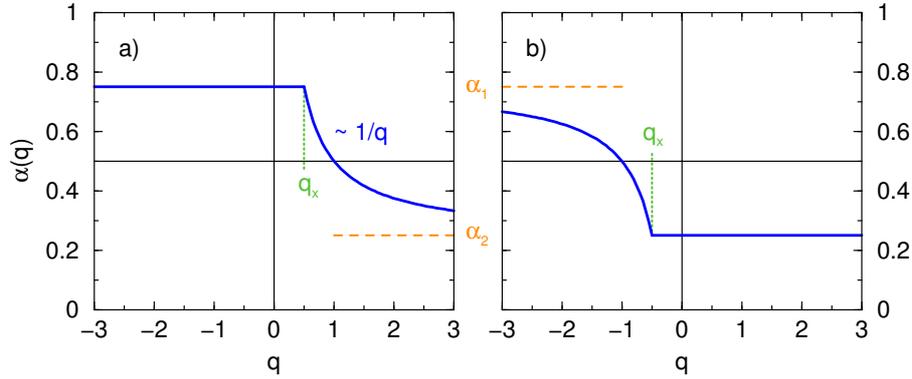


Abbildung 4.7: Schematische Darstellung des bifraktalen $\alpha(q)$ -Zusammenhanges. a) Gleichung (4.15) und b) Gleichung (4.16). Die Varianten setzen sich jeweils aus einem Plateau und einem hyperbolischen Abfallen (bzw. Anstieg) an der Stelle q_x zusammen. Asymptotisch sind $\alpha(q \rightarrow \pm\infty) = \alpha_{2,1}$.

oder umgekehrt

$$\alpha(q) = \begin{cases} q_x(\alpha_2 - \alpha_1)\frac{1}{q} + \alpha_1 & \text{für } q \leq q_x \\ \alpha_2 & \text{für } q > q_x \end{cases} \quad (4.16)$$

Die Formen sind in Abb. 4.7 schematisch dargestellt. Bei der Variante (4.15) ist $q_x > 0$ und bei (4.16) $q_x < 0$. Das Konzept des Bifraktals wurde bei dieser Arbeit durch die Ähnlichkeit zu dem $\alpha(q)$ -Verlauf für unkorrelierte Zufallszahlen mit potenzgesetzartig abfallender Verteilungsdichte motiviert, vgl. Kantelhardt u. a. 2002 [114]. Bifraktal heißt es deshalb, weil $\tau(q)$ aus zwei Geraden unterschiedlicher Steigungen α_1 und α_2 zusammengesetzt ist, mit der Nebenbedingung daß der Ordinatenabschnitt einer $\tau(q)$ -Geraden $\tau(0) = -1$ ist, so daß $\alpha(q)$ teilweise ein Plateau aufweist, wie es auch bei den untersuchten Reihen gefunden wurde. Somit bleiben drei Parameter; hier wurden die Steigungen α_1 und α_2 sowie q_x , der Punkt an dem die Geraden zusammentreffen, gewählt. Obwohl das multifraktale Spektrum zu zwei einzelnen Punkte degeneriert ist ($f(\alpha_1) = 1$ und $f(\alpha_2) = 1 - (\alpha_1 - \alpha_2)q_x$ oder umgekehrt), kann man die Breite als

$$\Delta\alpha := \alpha_1 - \alpha_2 \quad (4.17)$$

definieren. Ein Beispiel eines bifraktalen Fits ist in Abb. 4.4d) gezeigt.

Die $\alpha(q)$ -Verläufe wurden im Bereich $-10 \leq q \leq 10$ für alle 99 Niederschlagsreihen sowie alle 42 Abflußreihen [121] mit Gl. (4.13) und (4.15) (oder (4.16)) angefitet. Während für alle Abflußreihen das modifizierte multiplikative Kaskadenmodell am besten paßt [121], ist dies bei nur 54 Niederschlagsreihen der Fall – Abb. 4.4c) zeigt ein Beispiel bei dem der Fit nicht so gut paßt. Entweder Gl. (4.15) oder (4.16) konnten bei 27 Reihen besser verwendet werden. Jedoch konnten 18 Niederschlagsreihen durch keines der beiden Modelle angepaßt werden. Die multifraktale Stärke $\Delta\alpha$ wurde für 81 Niederschlagsreihen, für die entweder das modifizierte multiplikative Kaskadenmodell oder die bifraktale Beschreibung verwendet werden konnte, und für alle 42 Abflußreihen [121] bestimmt. Die entsprechenden Histogramme sind in Abb. 4.8 gezeigt. Es konnte kein systematischer Zusammenhang zwischen den $\Delta\alpha$ -Werten und geographischen oder klimatischen Gegebenheiten gefunden werden. Bei den Abflußreihen zeigen

4 Analyse von Niederschlagsreihen: Multifraktale Eigenschaften

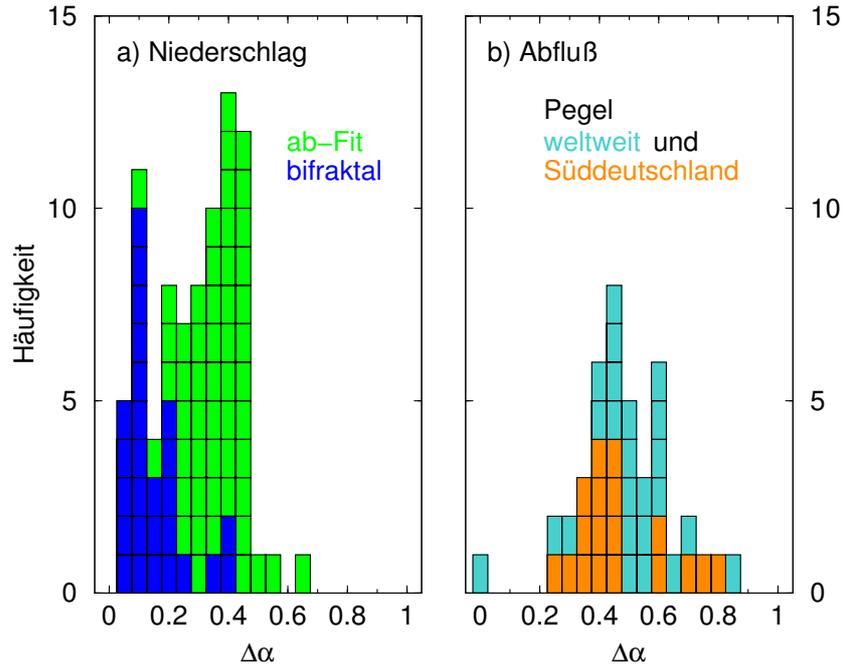


Abbildung 4.8: Histogramme der multifraktalen Stärke $\Delta\alpha$ für a) 81 von 99 täglichen Niederschlagsreihen und b) alle 42 täglichen Abflußreihen, 18 von Süddeutschland (orange) und 24 von internationalen Pegeln (türkis). Die $\Delta\alpha$ wurden mittels nicht-linearer Fits an den generalisierten Fluktuationsexponenten $\alpha(q)$ gewonnen. Jedes Kästchen stellt das Ergebnis für eine meteorologische oder hydrologische Station dar. Für alle wurde Gl. (4.13) verwendet bis auf die blauen Kästchen in a), wo das Bifraktalmodell, Gl. (4.15) oder (4.16), verwendet wurde, weil es besser paßt. Die Werte der Abflußreihen sind entnommen aus [121] (nach [111]).

auch die Flüsse Süddeutschlands eine breite Verteilung der $\Delta\alpha$, aber die Werte scheinen mit zunehmender Größe des Einzugsgebietes geringfügig abzunehmen [121]. Die gemittelte Stärke der Multifraktalität ist bei den Niederschlagsreihen wesentlich kleiner ($\Delta\alpha = 0,29 \pm 0,14$) als für Abflußreihen ($\Delta\alpha = 0,49 \pm 0,16$). Man beachte aber, daß $\Delta\alpha$ für 18 Niederschlagsreihen nicht bestimmt werden konnte, weil keines der beiden funktionalen Modelle dem Verlauf der $\alpha(q)$ folgt.

In Abb. 4.9 werden die Parameter der verschiedenen Anpassungsfunktionen verglichen und zwar sind a' und C_1 (aus Gl. (4.12)) gegen $\Delta\alpha$ (aus Gl. (4.14) mit Gl. (4.13) und Gl. (4.17) mit Gl. (4.15) oder (4.16)) aufgetragen. Zwei Dinge werden deutlich. Beide Größen a' und C_1 hängen von der Stärke der Multifraktalität ab. Je größer $\Delta\alpha$ desto kleiner a' und desto größer C_1 . Dabei unterscheiden sich die internationalen und süddeutschen Pegel nicht. Bei den Niederschlagsreihen spaltet sich vor allem das Bild für C_1 in zwei Äste auf (Abb. 4.9c)). Dieser Effekt ist möglicherweise auf eine Unterschätzung der Multifraktalität durch das Bifraktalmodell zurückzuführen.

Um zu zeigen, daß die Multifraktalität in den Korrelationen und nicht in einer breiten Verteilungsdichte der Werte τ_i begründet ist, wurden auch die in sich zufällig gemischten Reihen untersucht, wobei keine signifikante Multifraktalität gefunden wurde. Für die Niederschlags-

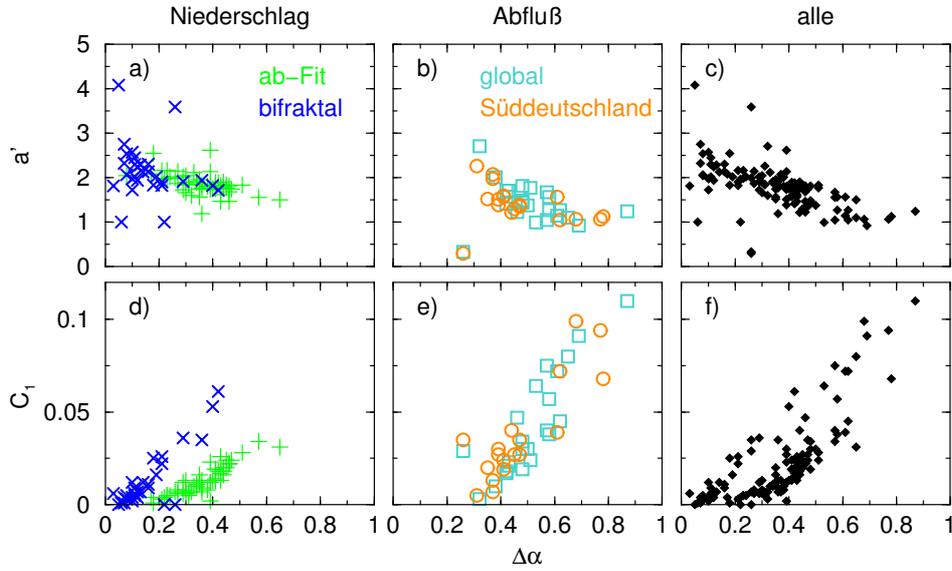


Abbildung 4.9: Zusammenhang zwischen der multifraktalen Stärke $\Delta\alpha$ und den Parametern a' und C_1 aus Gl. (4.12). Die Parameter sind an der Ordinate aufgetragen gegen $\Delta\alpha$ an der Abszisse für a)-c) den Parameter a' und d)-f) den Parameter C_1 , für alle Niederschlagsreihen a)+d) (modifiziertes Kaskadenmodell Gl. (4.13), blaue Kreuze, und Bifraktalmodell Gl. (4.15) oder (4.16), grüne Plus) und alle Abflußreihen (global, türkise Quadrate, und in Süddeutschland, orange Kreise). In c)+f) sind alle Punkte nicht differenziert gemeinsam aufgetragen. Die Verteilungen der Werte sind in Abb. 4.6 und 4.8 dargestellt. Die $\Delta\alpha$ -Werte zu den Abflußreihen stammen von Koscielny-Bunde u. a. 2005 [121].

reihen bedeutet das, daß es signifikante Korrelationen höherer Ordnung geben muß, da die Standardkorrelationen zweiter Ordnung sehr schwach sind oder ganz fehlen ($\alpha(2) \approx 0,5$) und die Multifraktalität nicht durch eine breite nicht-gaußsche Verteilung verursacht wird.

Zu guter Letzt soll noch kurz diskutiert werden, welchen Einfluß die zusätzliche Saisonbereinigung der Standardabweichung mit Gl.(4.1) statt (2.1) hat. Für Niederschlagsreihen ändern sich die $\alpha(q)$ nur minimal. Etwas anders sieht es bei den Abflußreihen aus. Vor allem bei Flüssen, die entweder im Sommer fast austrocknen oder bei anderen, die im Winter zufrieren, ändern sich die gesamten $\alpha(q)$ zu höheren Werten, um ca. 0,1 bis 0,25, wobei die multifraktale Stärke weitgehend unverändert bleibt. Man weiß jedoch nicht, welche Saisonbereinigung die bessere für eine Multifraktalanalyse ist. Bei der multifraktalen Charakterisierung beschreibt $\alpha(q)$ für negative q das Skalenverhalten der kleinen Fluktuationen, während $\alpha(q)$ für positive q das der großen Fluktuationen ausdrückt. Die Multifraktalanalyse kann also zwischen großen und kleinen Fluktuationen unterscheiden. Wenn man aber durch den Jahresgang der Standardabweichung dividiert, Gl. 4.1, dann werden einige kleine Fluktuationen größer gemacht und andere große kleiner gemacht. Deswegen kann es sein, daß auf diese Weise gewisse Information verschleiert wird.

4.5 Resumee

Es wurden lange Niederschlagsreihen mit der Trendbereinigenden Fluktuationsanalyse (DFA) sowie ihrer multifraktalen Erweiterung (MF-DFA) analysiert und die Ergebnisse wurden mit denen für Abflußreihen verglichen. Die Niederschlagsreihen sind durch sehr schwache oder verschwindende Langzeitkorrelationen charakterisiert $\alpha(2) \approx 0,5$, was auf eine schnell abfallende Autokorrelationsfunktionen hindeutet. Unterdessen sind die Abflußreihen oberhalb eines Crossovers bei mehreren Wochen langzeitkorreliert, wobei deren Fluktuationsexponenten $\alpha(2)$ über einen breiten Bereich variieren. Dieser Unterschied zwischen beiden Größen ist überraschend, da oft behauptet wird, die Fluktuationen des Niederschlags würden eine wichtige Rolle bei den Langzeitkorrelationen (Persistenz) in den Fluktuationen des Abflusses spielen. Diese Untersuchung zeigt also, daß die Persistenz in den Abflußreihen nicht so sehr mit der Persistenz des Niederschlags zusammenhängt, sondern wesentlich von Speicherprozessen im Boden verursacht wird. Dabei tritt auch der höchst stoßartige und punktuelle Charakter des Niederschlags in Erscheinung. Es sind aber weitere Untersuchungen nötig, um diese Thesen zu belegen.

Auch die Multifraktalität auf großen Skalen ist im Mittel bei den Abflußreihen stärker ausgeprägt als bei den Niederschlagsreihen. Die multifraktale Stärke ist gegeben über die Differenz $\Delta\alpha$ aus maximalem und minimalem Hölder-Exponent α_S .

Für die Multifraktalanalyse wurden folgende Arbeitsschritte durchgeführt:

- Anwendung der MF-DFA, man erhält $F_q(s)$.
- Bestimmung der generalisierten Fluktuationsexponenten $\alpha(q)$.
- Nicht-lineare Anpassung der Funktionen Gl. (4.13) bzw. Gl. (4.15) oder (4.16).
- Aus den Parametern a, b bzw. α_1, α_2 ergibt sich die Stärke der Multifraktalität $\Delta\alpha$.

Die Art der Multifraktalität ist bei allen Abflußreihen konsistent mit einer modifizierten Version des binomialen multifraktalen Modells, was die Idee eines „universellen“ multifraktalen Verhaltens unterstützt, wie es von Lovejoy und Schertzer in einem anderen Kontext vorgeschlagen wurde. Demgegenüber scheinen 45 Prozent der Niederschlagsreihen eine andere Beschreibung zu erfordern und ein einfacher bifraktaler Fit findet in 27 Prozent aller Niederschlagsreihen Anwendung. Um die Worte von Mandelbrot 1983 [137] zu zitieren:

„I am prepared to argue that a lack of serious motivation in a model that fits and works well is much preferable to a lack of fit in a model that seems well motivated ...“ [137] (Kap. 27, unter *Fractional Brownian Model of River Discharge*)

Für positive Momente liefert der Dreiparameter-Lovejoy-Schertzer-Ansatz stets gute Anpassungen an die Daten. Die Multifraktalexponenten können als Signaturen aufgefaßt werden, die auch zum Test von Niederschlags-Abfluß-Modellen eingesetzt werden können.

5 Statistische Abhängigkeiten zwischen Temperatur- und Niederschlagsreihen

Bisher wurden ausschließlich statistische Eigenschaften von einzelnen Reihen untersucht; einen Schwerpunkt bilden dabei die Autokorrelationen. Bekanntermaßen zeigt aber z.B. das Klimasystem nicht nur die diskutierten zeitlichen, sondern auch räumliche bzw. raumzeitliche Fluktuationen. Die Klimaelemente in zwei benachbarten Ortschaften, etwa die Temperatur, unterscheiden sich wenig. Aber auch hier sind die Abhängigkeiten statistischer Natur. Um räumliche Abhängigkeiten zu beschreiben, bedarf es bivariater Methoden, bei denen zwei Reihen von verschiedenen Orten analysiert werden, oder multivariater Verfahren, die mehr als zwei Reihen oder ganze Datenmatrizen auswerten [222, 220, 76].

Methoden zur bivariaten Analyse erfordern nicht unbedingt Reihen von verschiedenen Orten, sondern es kann auch relevant sein, die an einem Ort gemessenen Daten unterschiedlicher Meßgrößen zu betrachten. In Abbildung 5.1 sind die in Taschkent gemessenen jährlichen Niederschlagsmengen und Temperaturmittelwerte gegen die Zeit aufgetragen. Bei der zeitlichen Entwicklung scheinen besonders niederschlagsarme Jahre mit besonders hohen Temperaturen einherzugehen und umgekehrt. Dieses Verhalten läßt sich als „gegenläufige Korrespondenz“ [77] oder Antikorrelationen bezeichnen. Zur Quantifizierung solcher qualitativen Zusammenhänge stehen verschiedene Verfahren zur Verfügung. Um die Eigenschaft des synchronen Verlaufs zu erfassen, kommt in dieser Arbeit eine spezielle Methode zur Analyse von Phasensynchronisation zum Einsatz.

5.1 Grundlagen der Synchronisation

Das Phänomen der Synchronisation geht auf den niederländischen Forscher Christiaan Huygens zurück, der bereits im 17. Jahrhundert beobachtet hatte, daß sich Pendeluhren, die an einem gemeinsamen Träger hingen, synchronisiert hatten. Der Begriff stammt aus dem Griechischen und ist zusammengesetzt aus „*syn*“ (gemeinsam bzw. gleich) und „*chronos*“ (Zeit). Weitere Erkenntnisse wurden im 19. Jahrhundert im Bereich der Akustik (W.S. Rayleigh) und im 20. Jahrhundert bei elektronischen Generatoren und Lasern gewonnen. Für Pikovsky u. a. 2001 [170], die eine Übersicht auch über die Geschichte der Synchronisation geben, ist die Essenz von Synchronisation das Angleichen von Rhythmen aufgrund von Wechselwirkungen. In neuerer Zeit waren es zunächst Arbeiten aus dem Umfeld der nicht-linearen Dynamik, in denen Synchronisationseffekte theoretisch behandelt werden [179]. In den letzten Jahren haben sich vor allem Forscher biologischer Systeme von einem empirischen Blickwinkel mit der Thematik befaßt. Die Erkenntnisse über gekoppelte Oszillatoren erlangten besonders in der Physiologie große Bedeutung [186, 203]. Das Phänomen der Synchronisation wird heute in den verschiedensten Bereichen beschrieben, siehe z.B. [199].

5 Statistische Abhängigkeiten zwischen Temperatur- und Niederschlagsreihen

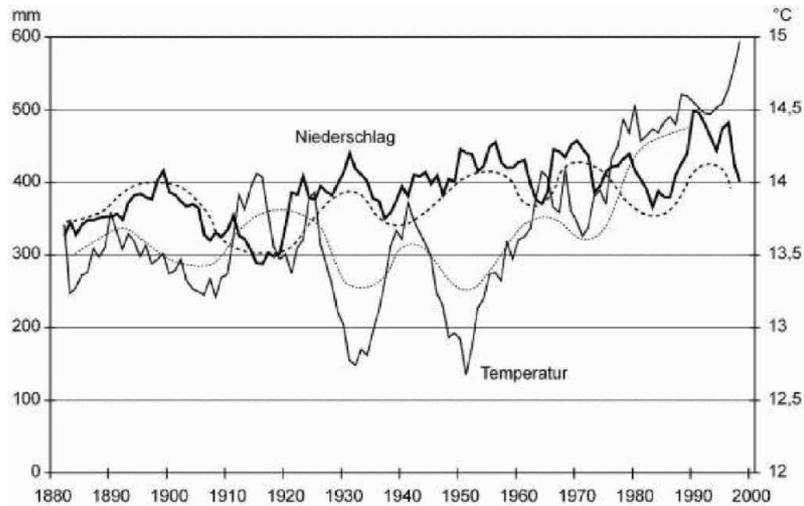


Abbildung 5.1: Jährlicher Niederschlag (linke Ordinate) und Jahresmitteltemperatur (rechte Ordinate) gemessen in Taschkent (1882-1998) aufgetragen gegen die Jahre. Die gestrichelten Linien deuten schematisch einen wellenartigen Verlauf an. Die beiden Größen scheinen sich in Antiphase synchron zu entwickeln. Informationen zu den Daten werden in Kap. 5.2.1 gegeben. Die Darstellung ist entnommen aus [77].

Es ist sehr illustrativ, wie Huygens auf die Synchronisation gestoßen ist [170]. Jede Uhr hat (je nach Kalibrierung) eine natürliche Frequenz, mit der sie von äußeren Einflüssen isoliert tickt. Nimmt man eine zweite Uhr, so unterscheidet sich ihre Frequenz minimal von der ersten. Stellt man zwei mechanische Uhren auf ein nicht zu starres Brett, dann kann es passieren, daß sie synchron gehen. Die Pendel sind also in Phase, d.h. daß sie immer in die gleiche oder die entgegengesetzte Richtung schwingen. Über das Brett findet eine schwache Wechselwirkung statt, so daß beide Uhren ihren Rhythmus angleichen können. Dieses Phänomen der Synchronisation ist in Abb. 5.2 schematisch dargestellt. Bei einer beliebig starken Koppelung ist es uninteressant, daß beide Uhren mit gleicher Frequenz ticken. Interessant wird es, wenn sich die natürlichen Frequenzen der Uhren nicht zu sehr unterscheiden und die Koppelung schwach ist. Dann stimmen sich die Frequenzen von selbst, nur aufgrund der schwachen Wechselwirkung, gegenseitig ab. Ist der Unterschied ihrer natürlichen Frequenzen zu groß, so findet keine Synchronisation statt. In der Regel verträgt die Synchronisation um so größere Verstimmung (Unterschied der natürlichen Frequenzen) je stärker die Koppelung ist.

Streng genommen kann Synchronisation nur zwischen selbsterhaltenden Oszillatoren auftreten [170]. Allgemein ist ein Oszillator ein schwingendes System mit einer oder mehreren periodischen Variable(n) oder Meßgröße(n). Er ist dann selbsterhaltend, wenn er – von äußeren Einwirkungen isoliert (autonom) – mit seiner natürlichen Frequenz schwingt, wozu eine (interne) Energieversorgung nötig ist, wie z.B. die Feder einer mechanischen Uhr. Die Schwingung an sich muß keine spezielle Form haben, entscheidend ist nur, daß der Oszillator im Phasenraum einen Grenzyklus aufweist, auf den sich der Oszillator nach einer Störung wieder einschwingt, wobei die Amplitude konvergiert und die Phase (Kap. 5.1.2) frei ist und sich nach der Störung nicht zurückstellt (Null Lyapunov-Exponent). Somit ist die Phase neutral, also weder stabil noch labil. Das ist auch die Begründung dafür, weshalb sich Pikovsky u. a. 2001 [170] zur

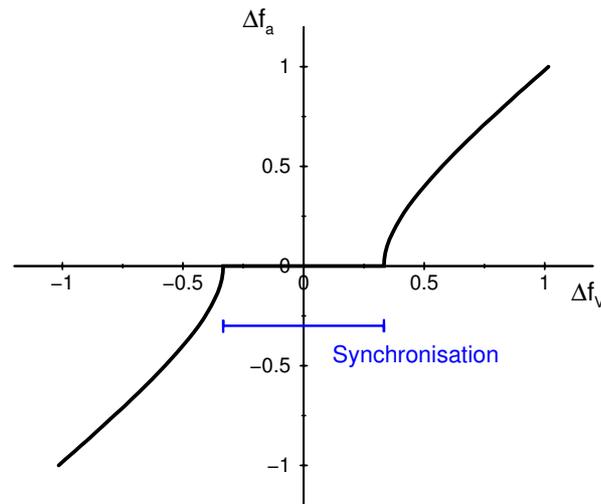


Abbildung 5.2: Schematische Darstellung der Synchronisation zweier Oszillatoren, die schwach gekoppelt sind. Aufgetragen ist die Frequenzdifferenz Δf_a der mit konstanter Stärke wechselwirkenden Oszillatoren gegen die Frequenzdifferenz Δf_v der unabhängigen Oszillatoren (Verstimmung). Für einen bestimmten Bereich der Verstimmung (Abszisse) schwingen die beiden schwach gekoppelten Oszillatoren mit der gleichen Frequenz ($\Delta f_a = 0$), nämlich synchron (nach Abb. 1.9 in [170]).

Untersuchung von Synchronisationseffekten auf die Phase konzentrieren und die Amplitude weitgehend außer Acht lassen. Die Amplitude und die Phase werden im (Kap. 5.1.1 bzw. Kap. 5.1.2) eingeführt. Jedenfalls ist es die Freiheit in der Phase, die den selbsterhaltenden Oszillatoren eine Synchronisation ermöglicht.

Gleichläufige Variationen zwischen Variablen, die ohnehin miteinander verwandt sind, gelten nicht als Synchronisation, wie z.B. die Auslenkung und die Geschwindigkeit eines Uhrenpendels. Auch zu starke Koppelung fällt nicht in den Bereich der Synchronisation, da ein System aus zwei Oszillatoren bei starker Wechselwirkung zu einem verschmilzt.

Insgesamt sind Synchronisation und verschiedene Schwingungsphänomene schwer voneinander zu trennen, was auch sehr von der begrifflichen Definition abhängt. Der Gegenstand dieses Kapitels ist eine Form der Phasensynchronisation und ihre Untersuchung bei klimatischen Zeitreihen. Die Hilbert-Transformation spielt dabei eine besondere Rolle. Die folgenden Ausführungen richten sich teilweise nach Pikovsky u. a. 2001 [170], Rosenblum u. a. 2001 [179] oder Anishchenko u. a. 2003 [3].

5.1.1 Definition von Phasensynchronisation

Betrachtet man zwei identische, schwach gekoppelte Oszillatoren, deren Auslenkung aus der Gleichgewichtslage gegeben ist durch $x_t^{(1,2)} = \sin \phi_t^{(1,2)}$, dann bezeichnet man sie als synchron laufend, wenn sie, wie die Pendel von Huygens Uhren, entweder gleich oder entgegengesetzt schwingen. Dabei haben sie entweder die Phasendifferenz Null oder die Phasendifferenz von einem halben Umlauf. Sie bilden die naheliegendsten Fälle des allgemeinen Effekts der Phasensynchronisation, bei der auch andere Phasendifferenzen möglich sind [200]. Synchronisation

5 Statistische Abhängigkeiten zwischen Temperatur- und Niederschlagsreihen

kann über die Bedingung definiert werden, daß die Differenz aus den Phasen beider gekoppelten Oszillatoren konstant ist [3]

$$|n\phi_t^{(1)} - m\phi_t^{(2)}| = \text{const} .$$

Die ganzzahligen Faktoren n und m sind nötig, weil es auch sein kann, daß ein Oszillator zwei Schwingungen macht, während der andere nur eine vollzieht ($n : m = 2 : 1$) oder fünf und zwei ($n : m = 5 : 2$) usw., siehe Abb. 5.4a). Synchronisation kann also auch über die Beziehung der Frequenzen beider gekoppelten Oszillatoren definiert werden [3], nämlich daß sie ein rationales Verhältnis aus den ganzen Zahlen n und m bilden

$$\frac{\omega^{(2)}}{\omega^{(1)}} = \frac{n}{m} ,$$

und die Frequenzen bis auf Vielfache gleich sind (vgl. Abb. 5.2). Beide Definitionen sind wegen $\omega = \frac{d\phi_t}{dt}$ äquivalent.

Allerdings sind die Bedingungen sehr streng, und in der Praxis hat man es eher mit unregelmäßigen oder verrauschten Oszillatoren zu tun, weshalb die Gleichheit der Frequenzen näherungsweise aufzufassen ist

$$n\omega_t^{(1)} \approx m\omega_t^{(2)} .$$

Um dies präziser auszudrücken, ist es sinnvoll, die mittleren Kreisfrequenzen

$$\Omega^{(1,2)} = \left\langle \frac{d}{dt} \phi_t^{(1,2)} \right\rangle$$

zu verwenden und die Bedingung für das Frequenz-Sperren wie folgt zu schreiben

$$n\Omega^{(1)} = m\Omega^{(2)} . \quad (5.1)$$

Allerdings wird über die Zeit gemittelt, so daß dies auch zufällig ohne Koppelung auftreten kann, z.B. bei chaotischen Oszillatoren [179]. Bei den Phasen kann aber die Zeitinformation erhalten bleiben, und für das Phasen-Sperren gilt die Bedingung

$$|n\phi_t^{(1)} - m\phi_t^{(2)} - \delta| < \text{const} . , \quad (5.2)$$

wobei δ eine Integrationskonstante ist. Sie stellt eine Phasenverschiebung dar, um die die generalisierte Phasendifferenz

$$\varphi_t^{n,m} = n\phi_t^{(1)} - m\phi_t^{(2)} \quad (5.3)$$

fluktuiert. Phasensynchronisation tritt also auf, wenn die Phasendifferenzen mit der Zeit in einem gewissen Rahmen um eine feste Phasenverschiebung schwanken.

Betrachtet man die fortlaufende Phase, bei der ϕ_t um 2π erhöht oder erniedrigt wird, falls ein kompletter Umlauf abgeschlossen ist, dann kann es sein, daß bei verrauschten Oszillatoren Phasensprünge oder Überschlüge auftreten [179]. Deshalb ist es im allgemeinen nötig, die zyklische Phasendifferenz

$$\psi_t^{n,m} = \varphi_t^{n,m} \text{ mod } 2\pi \quad (5.4)$$

zu untersuchen. Zeigt die Verteilung der auftretenden Phasendifferenzen $\psi_t^{n,m}$ eine ausgeprägte Häufung, dann handelt es sich um Phasensynchronisation (Phasen-Sperren) im statistischen Sinne. Diese Definition von Synchronisation als statistische Häufung von Phasendifferenzen spielt dann eine große Rolle, wenn echte gemessene Reihen analysiert werden, die stets mehr oder weniger ausgeprägtes Rauschen aufweisen [179].

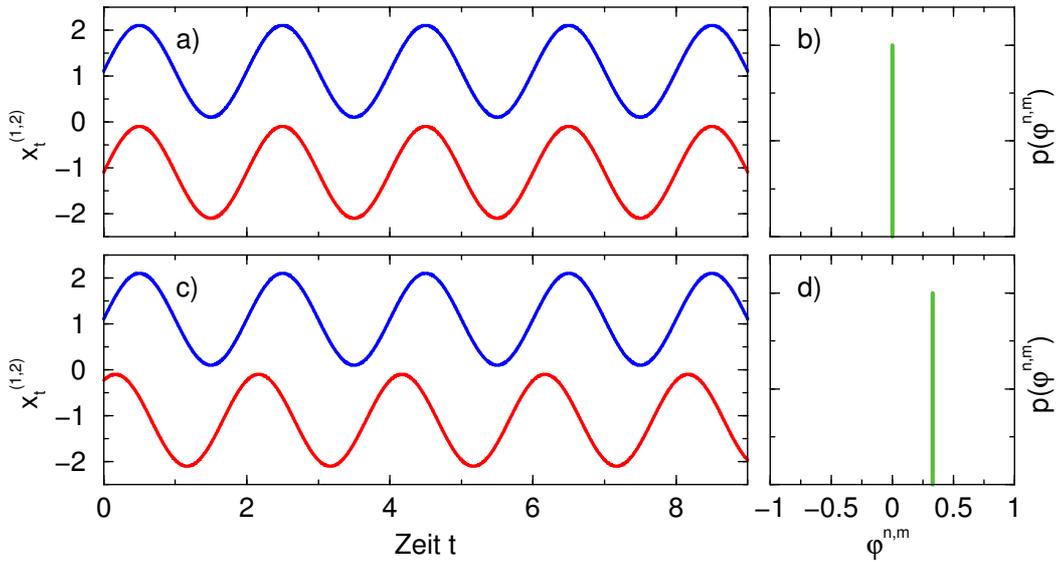


Abbildung 5.3: Schematische Darstellung von Synchronisation. a)+c) Verlauf je zweier Oszillatoren, b)+d) Histogramme der entsprechenden Phasendifferenzen. a) Die beiden Schwingungen $x_t^{(1)}$ und $x_t^{(2)}$ laufen parallel, so daß die Phasendifferenz $\phi_t^{n,m} = 0$ in b) konstant ist. c) Die Größen $x_t^{(1)}$ und $x_t^{(2)}$ laufen synchron, aber mit einer Phasenverschiebung $\phi_t^{n,m} \neq 0$, die wiederum in d) konstant ist.

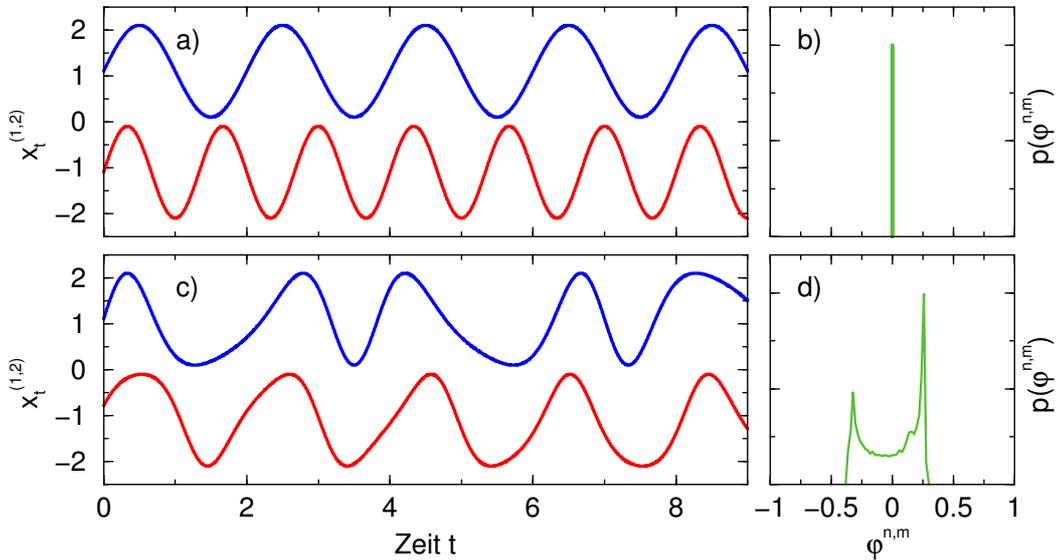


Abbildung 5.4: Schematische Beispiele von Synchronisation. a)+c) Verlauf je zweier Oszillatoren, b)+d) Histogramme der entsprechenden Phasendifferenzen. a) Synchronisation mit ungleichen Frequenzen. Während die blaue Kurve zwei Perioden vollzieht, braucht die rote drei Perioden bis sich das Muster wiederholt ($n : m = 3 : 2$). b) Die zugehörige Phasendifferenz $n\phi_t^{(1)} - m\phi_t^{(2)}$ ist konstant. c) Bei unregelmäßigen Oszillationen ist die Phasensynchronisation statistisch zu verstehen. d) Die Phasendifferenz fluktuiert, häuft sich aber und ist sogar beschränkt, Gl. (5.2) ist erfüllt.

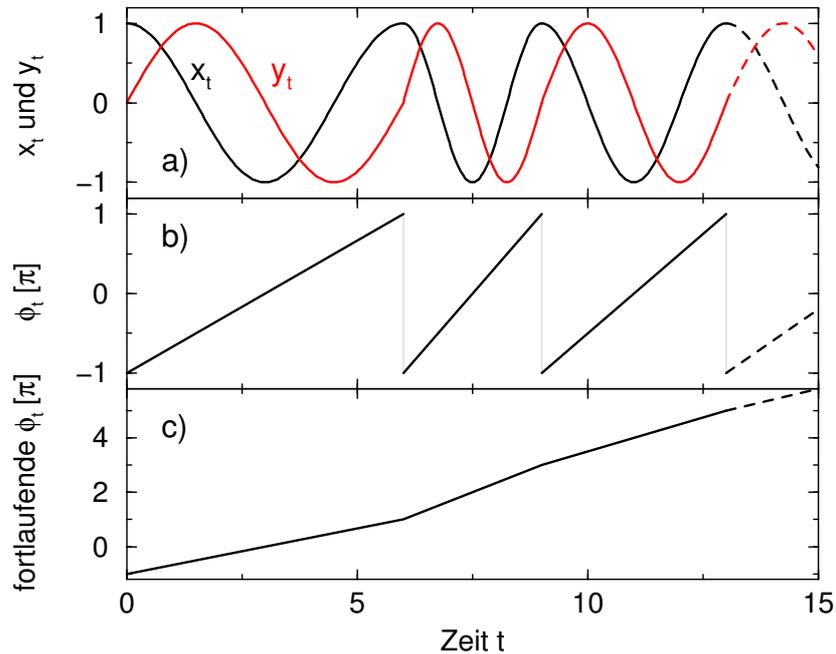


Abbildung 5.5: Schematische Darstellung der Phasenextraktion. a) Zu x_t , dessen Phase extrahiert werden soll, ist $y(t)$ gesucht, so daß mittels Gl. (5.5, 5.6) und des arctan die b) instantane Phase ϕ_t ermittelt werden kann. c) Die fortlaufende Phase wird bei jedem Umlauf um 2π erhöht.

Die Abbildungen 5.3 und 5.4 geben illustrative Beispiele von Synchronisation. Perfekte Synchronisation ist in Abb. 5.3a) gezeigt. Dabei schwingen beide Oszillatoren parallel. Die gleiche Situation, aber mit einer Phasenverschiebung ist in Abb. 5.3c) zu sehen. In diesem Fall sind Berg und Berg bzw. Tal und Tal um einen festen Wert gegeneinander verschoben. Die zugehörige Phasendifferenz ist in d) gezeigt. Bei der $n : m$ -Synchronisation aus Abb. 5.4a) muß der rote Oszillator drei Schwingungen machen, während der blaue nur zwei durchführt bis sich das Muster wiederholt. Die entsprechenden in b) gezeigte Phasendifferenz ist konstant. In Abb. 5.4c) ist der Verlauf zweier etwas unregelmäßiger Oszillatoren dargestellt. Auch hier sieht man, wie Berg und Berg bzw. Tal und Tal grob zusammentreffen. Die Phasendifferenz ist nicht konstant, sondern fluktuiert, Gl. (5.2). Das Histogramm der Phasendifferenzen in d) ist infolgedessen etwas verbreitert.

5.1.2 Berechnung der Phase

Bisher wurde diskutiert was Synchronisation und insbesondere welches die Bedingung für Phasensynchronisation ist. Der Begriff der Phase geht auf den harmonischen Prozeß mit $x(t) = A \sin(\omega t + \phi_0)$ zurück [3]. Gemessene Reihen sind aber eher unregelmäßig. Es ist also erforderlich zu jedem Zeitpunkt t die instantane Phase ϕ_t aus den verrauschten Meßreihen zu extrahieren. Das ist jedoch nicht so eindeutig wie es erscheinen mag, vor allem weil es verschiedene Definitionen der Phase gibt [73].

Ausgehend von $x_t = \cos \theta_t$ sollen hier einige Ausdrücke dargelegt werden, die auf

$$\begin{aligned} z_t &= x_t + i y_t \\ &= A_t e^{i\phi_t} = A_t \cos \phi_t + i A_t \sin \phi_t \end{aligned} \quad (5.5)$$

mit

$$\tan \phi_t = y_t/x_t \quad \text{und} \quad A_t = \sqrt{x_t^2 + y_t^2} \quad (5.6)$$

basieren. Abbildung 5.5 zeigt schematisch, wie y_t zu einem cosinusförmigen x_t mit variierender Wellenlänge aussehen sollte. Dabei müssen x_t und y_t wegen $\tan \phi_t = \sin \phi_t / \cos \phi_t$ um $\pi/2$ gegeneinander verschoben sein. Für das Beispiel ist ferner die Phase ϕ_t dargestellt sowie ihre fortlaufende Form. Bei diesen idealisierten Schwingungen wächst die Phase linear mit jedem Umlauf um 2π an.

1. Lineare Phase:

Pikovsky u. a. 2001 [170] definieren die Phase anhand des Grenzzyklus' für jeden Umlauf proportional zum Bruchteil der Periode [73], also proportional zur Zeit

$$\phi_t = \phi_0 + \frac{t - t_0}{d} \cdot 2\pi \quad \text{mit} \quad \phi_{t_0} = \phi_0 .$$

Dabei wächst die Phase monoton entlang der Trajektorie, während die Amplitude als transversale Abweichung vom Zyklus aufgefaßt werden kann.

2. Verzögerungskordinaten:

Bei den Verzögerungskordinaten [170, 179] trägt man $x_{t-d/4}$ gegen x_t auf und kann die Phase

$$\tan \phi_t = \frac{x_{t-d/4}}{x_t}$$

berechnen ($y_t \rightarrow x_{t-d/4}$), wobei $d/4 = \frac{2\pi}{\omega}/4 = \pi/(2\omega)$. Aus Gleichung (5.6) folgt dann für das Beispiel der cos-Funktion und mit $\phi_t \sim t$

$$\tan \phi_t = \frac{\cos \theta_{t-d/4}}{\cos \theta_t} = \frac{\sin \theta_t}{\cos \theta_t} ,$$

und man erhält $\phi_t = \theta_t$.

3. Phasenpunkt im Phasenraum:

Im Phasenraum zeigt ein schwingendes Pendel bis zu einer gewissen Energie eine kreisförmige (ellipsenförmige) Trajektorie, weil sich Geschwindigkeit (eigentlich Impuls) und Auslenkung (Ort) abwechseln. Analog der Phase in der komplexen Ebene, Gl. (5.6) mit $y_t \rightarrow p_t$, erhält man hier [179, 73]

$$\tan \phi_t = \frac{p_t}{x_t} = \frac{m\dot{x}_t}{x_t} .$$

Für das Beispiel $x = \cos \theta_t$ ergibt sich (mit $m = 1$ und $\dot{\theta}_t = 1$)

$$\tan \phi_t = \frac{-\sin \theta_t}{\cos \theta_t} ,$$

so daß $\phi_t = -\theta_t$.

5 Statistische Abhängigkeiten zwischen Temperatur- und Niederschlagsreihen

4. Hilbert-Transformation:

Eine andere Möglichkeit besteht darin, die Hilbert-Transformation $y_t = \mathcal{H}\{x_t\}$ zu verwenden. Sie wird in Kap. 5.1.3 diskutiert. Für $x_t = \cos \theta_t$ lautet sie

$$y_t = \mathcal{H}\{\cos \theta_t\} = \sin \theta_t \text{ ,}$$

siehe unten, so daß man wie zuvor mit Gl. (5.6) $\tan \phi_t = \frac{\sin \theta_t}{\cos \theta_t}$ und $\phi_t = \theta_t$ erhält. Der Vorteil ist, daß diese Berechnung parameterfrei ist.

Die aufgeführten Phasen sollen verdeutlichen, daß es verschiedene Möglichkeiten ihrer Definition gibt. Sie werden für periodische Signale verwendet, die allenfalls etwas verrauscht bzw. chaotisch sind. Klimatische Reihen weisen nach der Saisonbereinigung in der Regel keine Periodizitäten mehr auf – Synchronisation des Jahresganges ist trivial, siehe Diskussion in Kap. 5.1.4 – sondern bestehen weitgehend aus Rauschen, wofür die meisten Phasendefinitionen ungeeignet sind.

Für 1. ist die Frequenz erforderlich. Dieses Verfahren bietet sich für Herzzeitreihen an, bei denen sich die einzelnen Herzschläge relativ einfach identifizieren lassen und somit auch die Periode [179]. Ähnlich sieht es auch beim 2. Fall aus. Um mittels der Verzögerungskordinaten die instantane Phase zu bestimmen, muß man die Periode bzw. Kreisfrequenz kennen. Man kann d aber auch variieren und so Phasen zu bestimmten Frequenzen erfassen. Es kommt aber hinzu, daß die Trajektorien in diesen Koordinaten häufig elliptisch sind (Kap. 2.3.1), weshalb die Phasenwerte ungleichmäßig verteilt sein können. Dieses Problem tritt auch bei 3. auf, wo es sich zwar mit einem Korrekturfaktor $m\omega$ beheben läßt, aber dafür ist wiederum ω nötig. Außerdem muß man die zeitliche Ableitung von x_t numerisch berechnen. Wegen dieser Schwierigkeiten hat sich die Hilbert-Transformation (4.) etabliert [179, 170], die nun im Kap. 5.1.3 diskutiert wird.

5.1.3 Hilbert-Transformation

Von den Eigenschaften der nach ihm benannten Transformation hat erstmals David Hilbert Notiz genommen [207]. Sie stellt eine Phasendrehung um $-\pi/2$ dar, die diese Transformation für die Extraktion der Phasen als Teil der Methode zur Analyse von Phasensynchronisation interessant macht.

Die Hilbert-Transformation ist wie die Fourier-Transformation (Kap. 2.2.3) eine Integraltransformation. Man verwendet sie in der Signalverarbeitung [75], um aus einem reellen Signal die analytische Funktion zu erhalten, also den Imaginärteil zu gewinnen (Kap. 5.1.2).

Die Hilbert-Transformierte $y(t)$ der Funktion $x(t)$ ist für alle t definiert als

$$y(t) = \frac{1}{\pi} \text{CH} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau \text{ .} \quad (5.7)$$

Analog zu Gl. (2.25) wird hier die Schreibweise

$$y(t) = \mathcal{H}\{x(t)\}$$

verwendet. Offensichtlich tritt bei der Berechnung des Integrales in Gl. (5.7) ein Problem wegen der Polstelle bei $\tau = t$ auf. Deswegen besagt „CH“ vor dem Integral, daß es sich um den Cauchy-Hauptwert [24] handelt:

$$y(t) = \frac{1}{\pi} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left(\int_{-\infty}^{t-\epsilon} \frac{x(\tau)}{t-\tau} d\tau + \int_{t+\epsilon}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t-\tau} d\tau \right) .$$

Das Integral wird also aufgeteilt in eines bis kurz vor die Polstelle und eines kurz nach der Polstelle beginnend. Im Grenzwert verschwindet dann der Abstand zur Polstelle.

Zum Beispiel erhält man für $x(t) = \cos t$ mit der Substitution $T = t - \tau$ und mit $\cos(t - T) = \cos t \cos T + \sin t \sin T$

$$\int \frac{\cos \tau}{t - \tau} d\tau = - \int \frac{\cos(t - T)}{T} dT = - \cos t \int \frac{\cos T}{T} dT - \sin t \int \frac{\sin T}{T} dT .$$

Verwendet man die angepaßten Integralgrenzen, dann ergibt sich für $x(t) = \cos t$

$$y(t) = \frac{1}{\pi} \cdot 2 \sin t \cdot \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\epsilon}^{\infty} \frac{\sin T}{T} dT = \sin t .$$

Die Hilbert-Transformation wurde wie in Abb. 5.5 veranschaulicht verwendet, um für Abb. 5.4d) die Phasen beider Reihen zu berechnen, wo die Häufigkeit ihrer Phasendifferenzen dargestellt ist.

Fourier-Transformation

Die Hilbert-Transformation $y(t) = \mathcal{H}\{x(t)\}$ stellt eine Faltung von $1/(\pi t)$ mit $x(t)$ dar, vgl. Gl. (2.28):

$$y(t) = \mathcal{H}\{x(t)\} = \frac{1}{\pi} \text{CH} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau = \frac{1}{\pi t} * x(t) .$$

Wie im Kap. 2.2.3 wird hier die Fourier-Transformation in der Weise geschrieben, daß „ \longleftrightarrow “ die Beziehung zwischen den Transformationspaaren in der Zeitdomäne (links, Kleinbuchstaben) und der Frequenzdomäne (rechts, Großbuchstaben) symbolisiert. Verwendet man das Faltungstheorem, Gl. (2.29),

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi t} * x(t) &\longleftrightarrow \tilde{\mathcal{H}}(f) X(f) \\ \frac{1}{\pi t} &\longleftrightarrow \tilde{\mathcal{H}}(f) , \end{aligned}$$

dann stellt sich die Frage, wie der Hilbert-Operator $\tilde{\mathcal{H}}(f)$ in der Frequenzdomäne lautet. Dazu kann man $1/(\pi t)$ in die Fourier-Transformation, Gl. (2.22) einsetzen, die sich mit sin und cos ausschreiben läßt. Verwendet man die Abkürzung $a = -2\pi f$, dann kann man

$$\tilde{\mathcal{H}}(f) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{t} \cos(at) dt + i \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{t} \sin(at) dt$$

5 Statistische Abhängigkeiten zwischen Temperatur- und Niederschlagsreihen

schreiben. Mit dem $1/t$ -Term wird der Integrand des ersten Integrals ungerade, so daß das cos-Integral Null ist. Mit $\int_0^\infty \sin(at)/t dt = \operatorname{sgn}(a) \pi/2$ erhält man

$$\tilde{\mathcal{H}}(f) = -i \operatorname{sgn}(f)$$

und somit

$$\mathcal{H}\{x(t)\} \longleftrightarrow (-i \operatorname{sgn}(f))X(f) . \quad (5.8)$$

Der Operator zur Hilbert-Transformation im Frequenzraum lautet folglich $-i \operatorname{sgn}(f)$. Statt die Hilbert-Transformation gemäß Gl. (5.7) numerisch zu integrieren, ist es also auch möglich, die FFT zu benutzen und $Y(f) = -iX(f)$ für den physikalisch relevanten Bereich $f > 0$ zu berechnen [179], um $y(t)$ nach der Fourier-Rücktransformation zu erhalten.

Für die komplexe Funktion $z(t) = x(t) + iy(t)$ gilt ferner

$$x(t) + i\mathcal{H}\{x(t)\} \longleftrightarrow X(f) + \operatorname{sgn}(f)X(f) .$$

Die Fourier-Transformierte von $z(t)$ ist also für negative Frequenzen Null und für positive $2 \cdot X(f)$.

$-\pi/2$ -Verschiebung

Es wurde beschrieben, daß die Hilbert-Transformation im Frequenzraum einer Multiplikation des Frequenzspektrums, Gl. (2.24), mit

$$-i = e^{-i\pi/2}$$

entspricht (für $f > 0$), d.h.

$$-iX(f) = |X(f)|e^{i\varphi(f)} \cdot e^{-i\pi/2} = |X(f)|e^{i(\varphi(f)-\pi/2)} . \quad (5.9)$$

Sie stellt also eine Verschiebung der Phasen aller Frequenzen um $-\pi/2$ dar ($\varphi(f) \rightarrow \varphi(f) - \pi/2$). Deshalb ist $\mathcal{H}\{\cos \theta_t\} = \sin \theta_t$. Diese Drehung um eine viertel Periode ermöglicht also die Berechnung der instantanen Phase mittels Gl. (5.6) und (5.5).

Eigenschaften

1. Linearität:

Wegen der Summen- und Konstantenregel für das Integral in Gl. (5.7) gilt die Linearität auch für die Hilbert-Transformation:

$$\mathcal{H}\{a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t)\} = a_1 \mathcal{H}\{f_1(t)\} + a_2 \mathcal{H}\{f_2(t)\} . \quad (5.10)$$

2. Orthogonalität:

Aus der gezeigten $-\pi/2$ -Verschiebung folgt die Orthogonalität einer Funktion und ihrer Hilbert-Transformierten [104]:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{2k} \int_{-k}^k f(t) \cdot \mathcal{H}\{f(t)\} dt = 0 .$$

Dies ist analog der Orthogonalität zweier Vektoren zu verstehen, dessen Skalarprodukt (Summe über das Produkt der Komponentenpaare) Null ist, wenn sie senkrecht aufeinander stehen.

3. Mehrfache Hilbert-Transformation und Rücktransformation:

Wie beschrieben, ist die Hilbert-Transformation in der Frequenzdomäne gegeben durch Gl. (5.8), so daß bei zweifacher Anwendung der Hilbert-Transformation

$$\begin{aligned} \mathcal{H}\{\mathcal{H}\{x(t)\}\} &\longleftrightarrow (-i \operatorname{sgn}(f))(-i \operatorname{sgn}(f))X(f) \\ &\longleftrightarrow -X(f) \\ -x(t) &\longleftrightarrow -X(f) \end{aligned}$$

gilt, wobei der letzte Schritt aus dem Linearitätssatz der Fourier-Transformation folgt, Gl. (2.26). Die zweifache Hilbert-Transformation verursacht also nur ein Vorzeichenwechsel, was einer Verschiebung um $-\pi$ gleich kommt ($-\pi/2 \cdot 2$). Dabei werden Berge zu Tälern und umgekehrt. Allgemein gilt

$$\mathcal{H}^n\{x(t)\} \longleftrightarrow (-i \operatorname{sgn}(f))^n X(f) .$$

Die vierfache Transformation ($n = 4$: $(-i \operatorname{sgn}(f))^2(-i \operatorname{sgn}(f))^2 = 1$) stellt eine Drehung um eine ganze Periode dar ($-\pi/2 \cdot 4 = -2\pi$) und man erhält die Ausgangsfunktion (Identitätsoperator). Entsprechend bildet die dreifache Anwendung eine Rücktransformation (Drehung um $-\pi/2 \cdot 3 \hat{=} +\pi/2$):

$$\begin{aligned} \mathcal{H}^4\{x(t)\} &= x(t) \\ \mathcal{H}^3\{\mathcal{H}\{x(t)\}\} &= x(t) \\ \mathcal{H}^{-1}\{\mathcal{H}\{x(t)\}\} &= x(t) . \end{aligned}$$

Man erkennt die Periodizität der Hilbert-Transformation, $\mathcal{H}^5\{x(t)\} = \mathcal{H}^1\{x(t)\}$, allgemein $\mathcal{H}^n\{x(t)\} = \mathcal{H}^{(n \bmod 4)}\{x(t)\}$.

In [104] werden neben den hier genannten Eigenschaften der Hilbert-Transformation auch ihre Ableitung, Energie-Aspekte und andere beschrieben.

Die Hilbert-Transformation einer Funktion ist orthogonal zur ursprünglichen Funktion und stellt eine Phasenverschiebung aller Frequenzen um eine viertel Periode ($-\pi/2$) dar. Dies ermöglicht es, den komplexen Teil zu einer Funktion bzw. zu einem Signal zu berechnen und somit auch die instantane Phase zu bestimmen. Man kann sie entweder numerisch integrieren, Gl. (5.7), oder mittels Fourier Hin- und Rücktransformation und Multiplikation des Frequenzspektrums mit $-i$, Gl. (5.9), durchführen ([179] gibt Hinweise zur Berechnung). In beiden Fällen hat man für Zeitreihen natürlich diskrete Ausdrücke.

Obwohl sich die Hilbert-Transformation auf beliebige Signale anwenden läßt, so daß man instantane Phasen und Amplitudenreihen berechnen kann, sind Rosenblum u. a. 2001 [179] der Meinung, daß sie nur dann eine klare physikalische Bedeutung haben, wenn die ursprüngliche Reihe eine schmale Bandbreite aufweist, also wenn die Frequenzen auf einen kleinen Bereich eingeschränkt sind. Die Praxis zeigt jedoch, daß sich die Hilbert-Transformation als Teil der Methode zur Analyse von Phasensynchronisation auch bei Rauschen und nicht nur bei (quasi-) periodischen Reihen (siehe Gl. (2.17, 2.18)) anwenden läßt. Trotzdem muß man im Hinterkopf behalten, daß dabei vorzugsweise bestimmte Oszillationen im Rauschen identifiziert werden (siehe Diskussion in Kap. 5.1.4), da das Verfahren bestimmte Schwingungen ausfiltert.

Abschließend sei darauf hingewiesen, daß die Hilbert-Transformation von Trends (Kap. 2.2.1 und 3) beeinflußt wird. Wegen ihrer Linearität, Gl.(5.10), soll unabhängig von Rauschen ein

5 Statistische Abhängigkeiten zwischen Temperatur- und Niederschlagsreihen

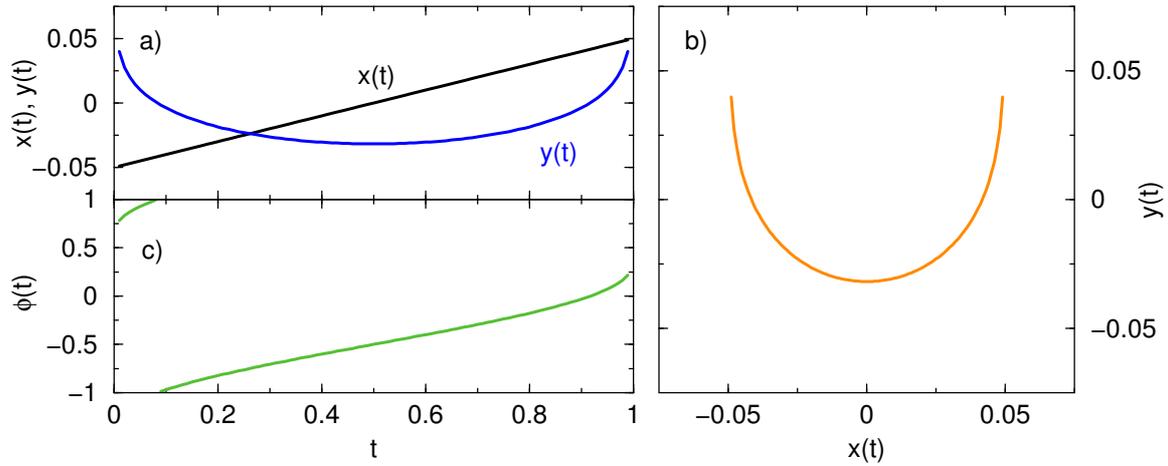


Abbildung 5.6: Die Hilbert-Transformation unter dem Einfluß eines Trends. Es wurde ein Trend der Form $x(t) = 0,1t + 0,1N/2$ für $0 < t < N = 1$ betrachtet: a) der lineare Trend der Stärke 0,1 (schwarz) und die Hilbert-Transformierte $y(t) = \mathcal{H}\{x(t)\}$ (blau) nach Gl. (5.7), b) $x(t)$ und $y(t)$ gegeneinander aufgetragen, c) die resultierende Phase nach Gl. (5.6).

linearer Trend der Form $x(t) = at - aN/2$ betrachtet werden. Berechnet man die Hilbert-Transformation mit Gl. (5.7) analytisch, dann findet man für $0 < t < N$

$$y(t) = \mathcal{H}\{x(t)\} = \frac{a}{\pi} \left(t \ln\left(\frac{t}{N-t}\right) - N + \frac{N}{2} \ln\left(\frac{N}{t} - 1\right) \right) .$$

Dies ist in Abb. 5.6a) für einen Trend mit der Steigung $a = 0,1$ und der Länge $N = 1$ exemplarisch gezeigt. Die Form der Größen $x(t)$, $y(t)$ und $\phi(t)$ ist unabhängig von der Stärke des Trends a – sie beeinflusst lediglich die Größe. In [179] (Abb. 29) wird ein gemessenes Signal (EKG) mit Trend dargestellt, das analog zum U-förmigen Verlauf in der xy-Ebene, Abb. 5.6b), eine epizykelartige Gestalt hat. Selbst ein konstanter Wert $x(t) = b$ führt zu $y(t) = \mathcal{H}\{x(t)\} = -\ln(N/t - 1)b/\pi$. Deshalb ist es nötig, die Reihen zur Analyse der Phasensynchronisation zuvor zu zentrieren ($\langle x \rangle = 0$) oder einen physikalisch sinnvollen Ursprung zu wählen [179]. Die resultierende Phase des linearen Trends ist in Abb. 5.6c) zu sehen. Es ist davon auszugehen, daß Trends die Analyse der Phasensynchronisation verfälschen, falls die Trends in beiden Reihen nicht identisch sind.

5.1.4 Methode zur Analyse von Phasensynchronisation

An dieser Stelle soll die Methode zur Analyse von Phasensynchronisation explizit dargelegt werden. Die Schritte werden am Beispiel der Temperatur- und Niederschlagsreihen von Oxford und Wien illustriert [184], siehe Abb. 5.7.

1. Schritt:

Man bildet zu beiden reellwertigen Reihen $\tau_t^{(1,2)}$ die komplexen Reihen $z_t^{(1,2)} = \tau_t^{(1,2)} + i y_t^{(1,2)}$, wobei $y_t^{(1,2)} = \mathcal{H}\{\tau_t^{(1,2)}\}$ die Hilbert-Transformierten der Reihen $\tau_t^{(1,2)}$ sind, siehe Gl. (5.5) und Kap. 5.1.3.

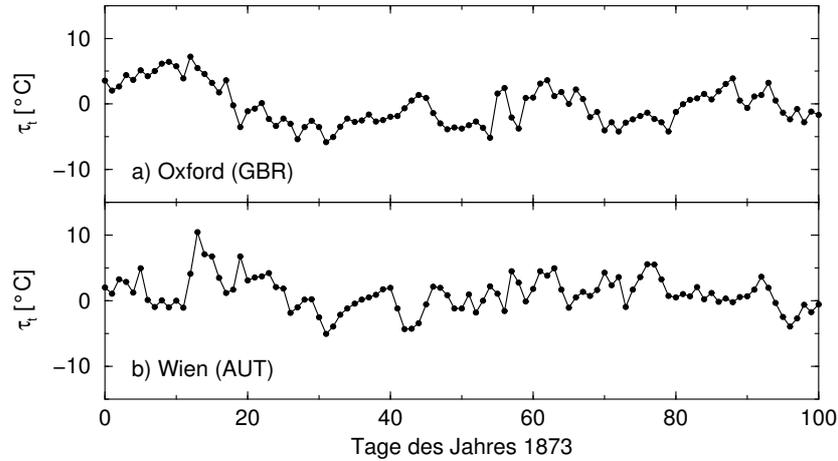


Abbildung 5.7: Ein typischer Ausschnitt der täglichen, saisonbereinigten Temperaturen von a) Oxford und b) Wien (beginnend 1873) (aus [184]).

2. Schritt:

Extraktion der Phasen $\phi_t^{(1,2)}$ mittels arctan, Gl. (5.5, 5.6), Abb. 5.8b).

3. Schritt:

Kumulierung der Phasen, so daß sie fortlaufend sind und bei jedem Umlauf 2π gewinnen (unabhängig voneinander), Abb. 5.8c).

4. Schritt:

Berechnung der Phasendifferenz $\varphi_t^{n,m} = n\phi_t^{(1)} - m\phi_t^{(2)}$, Gl. (5.3), und der zyklischen Phasendifferenz $\psi_t^{n,m} = \varphi_t^{n,m} \bmod 2\pi$, Gl. (5.4), Abb. 5.9.

5. Schritt:

Quantifizierung der Phasensynchronisation, also Berechnung eines Index für die statistische Häufung der zyklischen Phasendifferenz (siehe unten), Abb. 5.9c).

6. Schritt:

Wiederholung der Schritte 1-5 mit um s gegeneinander verschobene Reihen $\tilde{\tau}_t^{(1,2)}$:

$$\begin{aligned} \tilde{\tau}_t^{(1)} &= \tau_{t+s}^{(1)} & \tilde{\tau}_t^{(2)} &= \tau_t^{(2)} & \text{für } s \geq 0 \\ \tilde{\tau}_t^{(1)} &= \tau_t^{(1)} & \tilde{\tau}_t^{(2)} &= \tau_{t-s}^{(2)} & \text{für } s < 0 \end{aligned} ,$$

vgl. Abb. 5.10a).

Die ersten beiden Schritte dienen der Berechnung der instantanen Phasen. Im Prinzip kann man als komplexen Teil y_t eine beliebige Funktion wählen (z.B. $y_t = 0$), nur hat man dann nicht unbedingt eine sinnvolle Phase, vgl. Kap. 5.1.2. Dies ist jedoch durch die $-\pi/2$ -Verschiebung der Hilbert-Transformation gegeben. Auf diese Weise läuft die Reihe mit mehr oder weniger Schritten unregelmäßig um den Ursprung der komplexen Ebene. Der 3. Schritt ist eigentlich nicht unbedingt notwendig, da die sukzessiv addierten $k \cdot 2\pi$ bei der Modulooperation von Schritt 4 ohnehin entfallen. Dennoch wird deutlich, daß die strenge Bedingung

5 Statistische Abhängigkeiten zwischen Temperatur- und Niederschlagsreihen

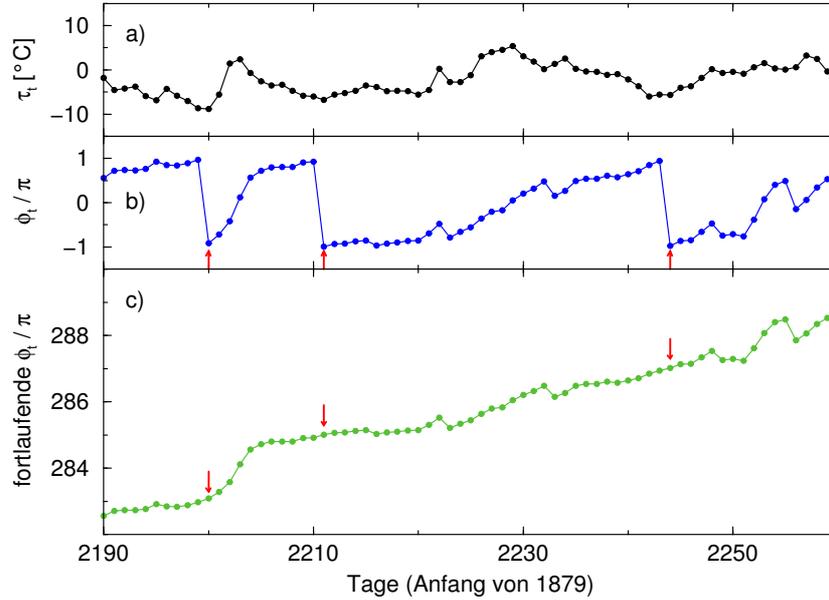


Abbildung 5.8: Die Schritte von einer ursprünglichen Reihe τ_t zu den fortlaufenden Phasen. a) Ein Teil der saisonbereinigten Temperaturreihe von Oxford. b) Mit der Hilbert-Transformation extrahierte (instantane) Phasensreihe ϕ_t . c) Fortlaufende Phase. Die Pfeile zeigen die Tage, an denen ein neuer Umlauf beginnt (nach [184]).

Gl. (5.2) verletzt werden kann, aber trotzdem Phasensynchronisation vorliegt, wenn sich die zyklische Phasendifferenz (Gl. (5.4) und Schritt 4) statistisch um eine Phasendifferenz häuft, Abb. 5.9c). Bei ihrer Berechnung kann es passieren, daß $-2\pi \leq \psi \leq 2\pi$, wenn z.B. $\phi^{(1)} = 1.7\pi$ und $\phi^{(2)} = 0.2\pi$, dann ist $\varphi = 1.5\pi$ oder $\varphi = -1.5\pi$. Wegen der Zyklizität bietet es sich also an, 2π zu addieren, falls $\varphi < 0$. In klimatischen Zeitreihen wurde bisher nur $n : m = 1 : 1$ Synchronisation gefunden, weshalb im Folgenden $n = 1$ und $m = 1$ nicht variiert werden. Trägt man die $\psi_t^{n,m}$ gegen die Zeit auf, so erhält man das sogenannte Synchrogramm (vgl. Abb. 6.5 in [170] und siehe Abb. 5.24c)). An ihm kann man Phasensynchronisation qualitativ erkennen und auch etwas über die zeitliche Entwicklung erfahren.

Im 5. Schritt ist es erforderlich, die auftretenden zyklischen Phasendifferenzen zu quantifizieren mit einem Index, der 0 ist, wenn alle Phasendifferenzen gleich häufig sind, und 1, wenn genau eine Phase durchgehend auftritt. Dazu haben Rosenblum u. a. 2001 [179] verschiedene Indizes vorgeschlagen:

- auf Shannon-Entropie basierend:

Hierzu wird ein Histogramm von ψ_t mit M Klassen erstellt, die jeweils $2\pi/M$ breit sind. Dazu bestimmt man die Wahrscheinlichkeit p_l , daß ψ_t in der l -ten Klasse (Bin) des Histogramms liegt (das Histogramm ist in der Regel nicht normiert, es gilt lediglich $\sum p_l = 1$). Aus dem Histogramm kann man dann die Shannon-Entropie

$$S = - \sum_{l=1}^M (p_l \ln p_l) \quad \text{mit} \quad S_{\max} = \ln M \quad (5.11)$$

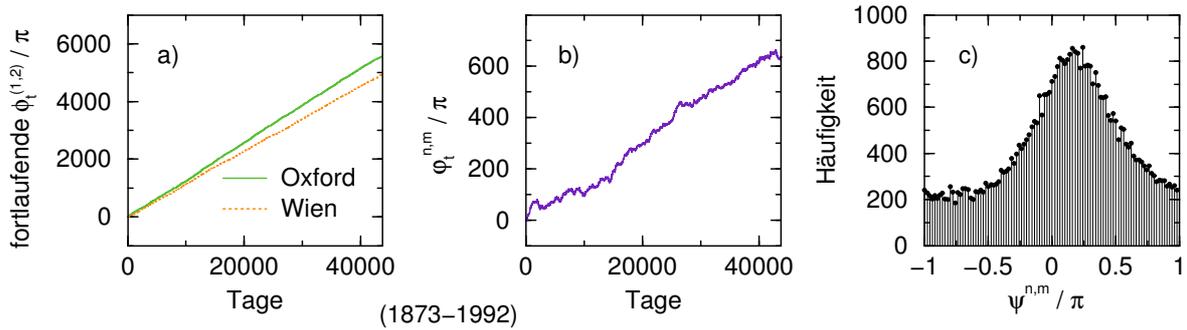


Abbildung 5.9: Gehäufte zyklische Phasendifferenz als Beleg von Phasensynchronisation. a) Fortlaufende Phasen der saisonbereinigten Temperaturreihen von Oxford (durchgezogene Linie) und Wien (gepunktete Linie), für die Jahre 1873-1992. b) Phasendifferenz φ_t . c) Histogramm der zyklischen Phasendifferenz ψ_t (100 Klassen) (nach [184]).

berechnen. Es gibt verschiedene Ausdrücke für die optimale Klassenzahl eines Histogramms. Für lange Klimareihen wurde typischerweise $M = 100$ gewählt. Der (Phasen-)Synchronisationsindex ist dann definiert als

$$\rho = \frac{S_{\max} - S}{S_{\max}} . \quad (5.12)$$

Er liegt wie gefordert im Bereich $0 \leq \rho \leq 1$ und ist minimal für ein gleichverteiltes Histogramm und maximal wenn alle ψ_t in ein Bin fallen. Da für ρ nur die Füllung der Klassen relevant ist, und nicht die Anordnung, muß man sicherstellen, daß ein hoher Wert tatsächlich auf eine Häufung im Histogramm zurückzuführen ist und nicht auf viele hohe Klassen, die über den Wertebereich verteilt sind.

In der Informationstheorie wird die Shannon-Entropie [193, 194] als Maß für den Informationsgehalt betrachtet und spiegelt Zufälligkeit im Gegensatz zu Redundanz wieder (siehe auch [57]). Anschaulich beschreibt sie die mittlere Information, die in einem Symbol einer Zeichenkette enthalten ist.

- Schwerpunkt im Einheitskreis:

Der Winkel ψ_t beschreibt einen Punkt auf dem Einheitskreis in der komplexen Ebene. Die Abszisse (Realteil) ist gegeben durch $\cos \psi_t$ und die Ordinate (Imaginärteil) durch $\sin \psi_t$, Gl. (5.5). Sind die ψ_t gleichmäßig über den Einheitskreis verteilt, dann sind die Mittelwerte von Realteil und Imaginärteil jeweils gleich Null. Häufen sich die zyklischen Phasen ψ_t um einen Wert, dann verschiebt sich der Schwerpunkt von dem Ursprung weg. Man definiert also die Größe

$$\gamma = \sqrt{\langle \cos \psi_t \rangle^2 + \langle \sin \psi_t \rangle^2} \quad (5.13)$$

als Maß für die Phasensynchronisation. Es ist $0 \leq \gamma \leq 1$ für gleichverteilte ψ_t bzw. nur eine auftretende zyklische Phasendifferenz. Der Vorteil von γ ist, daß man keinen Parameter hat wie die Klassenzahl M bei ρ . Von Nachteil kann es sein, wenn sich die ψ_t etwa um zwei gegenüberliegende Winkel häufen, also z.B. 0 und π . In diesem Fall wird sich der Schwerpunkt nicht sehr vom Ursprung unterscheiden. Man muß also aufpassen, daß man die Synchronisation in einem solchen Fall nicht übersieht. Hier hat γ nichts mit dem Korrelationsindex aus Kap. 2 zu tun.

5 Statistische Abhängigkeiten zwischen Temperatur- und Niederschlagsreihen

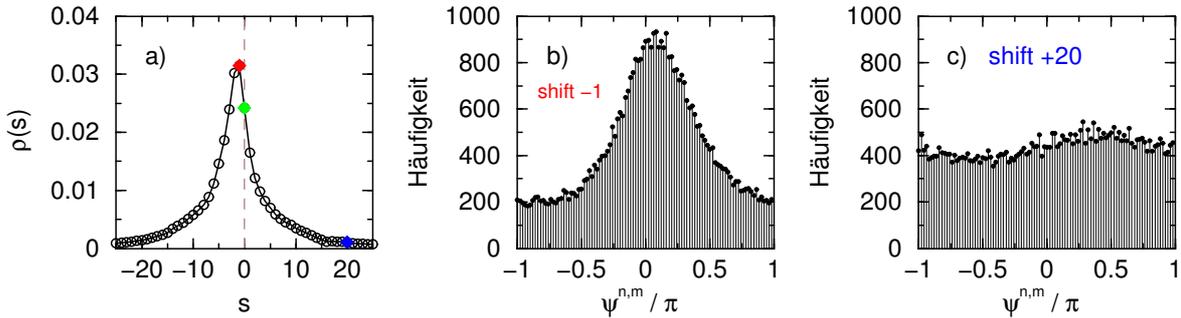


Abbildung 5.10: Phasensynchronisation unter Verschiebung der Reihen. a) Abhängigkeit des Synchronisationsindex $\rho(s)$ vom Verschiebungsintervall s zwischen den Reihen von Oxford und Wien. Negatives s bedeutet, daß die Reihe von Wien mit der um einen Tag in die Vergangenheit verschobenen Reihe von Oxford verglichen wird. Die verbleibenden Randwerte können nicht berücksichtigt werden. Die Histogramme der ψ_t zu den in a) gekennzeichneten $\rho(s)$ -Werten sind gezeigt für b) $s = -1$ und b) $s = 20$. Man beachte, daß die Reihen für Abb. 5.9c) nicht verschoben wurden ($s = 0$) (nach [184]).

- Stroboskop-Ansatz:

Bei diesem Index handelt es sich um eine Mischung aus den beiden Vorhergehenden. Man betrachtet die Phase $\phi^{(2)}$, die auftritt, wenn die andere Phase $\phi^{(1)}$ eine Bedingung erfüllt, also in eine bestimmte Klasse fällt. Dann quantifiziert man diese bedingten Phasen ähnlich γ und mittelt über die Werte aller Klassen (Bedingungen) und erhält λ [203]. Dieser Index wird in [179] ausführlicher beschrieben und soll besonders empfindlich sein.

- Trägheitsmoment:

Kantelhardt 2003 [108] schlägt vor, den Schwerpunkt des Histogramms der ψ_t (vgl. ρ) zu suchen, und unter Berücksichtigung der Zyklizität das Trägheitsmoment des Histogramms um diesen Wert als Achse zu berechnen und geeignet zu normieren. Das Trägheitsmoment ist Null, wenn nur eine zyklische Phasendifferenz auftritt und maximal, wenn die ψ_t gleichverteilt sind. Voraussetzung für dieses Maß ist, daß nur eine Häufung im Histogramm von ψ_t auftreten darf. Dieser Index lautet κ in Abb. 5.15.

Den 6. Schritt habe ich erstmals in [184] vorgeschlagen. Dabei war auch die Untersuchung von Phasensynchronisation in klimatischen nicht periodische Reihen neu. Da das Verfahren im 6. Schritt für verschiedene s wiederholt wird, sind die Indizes Funktionen der Verschiebungsskala s : $\rho \rightarrow \rho(s)$, $\gamma \rightarrow \gamma(s)$ usw.

Fallbeispiel

Es wird die Analyse von Phasensynchronisation an den Temperatur- und Niederschlagsreihen von Oxford und Wien demonstriert [184]. Die Meßstationen liegen weit genug voneinander entfernt (1320 km), um nicht triviale Ergebnisse zu liefern, aber wie sich zeigt, auch noch dicht genug beieinander damit die Klimata miteinander interagieren können. Um ausschließlich die

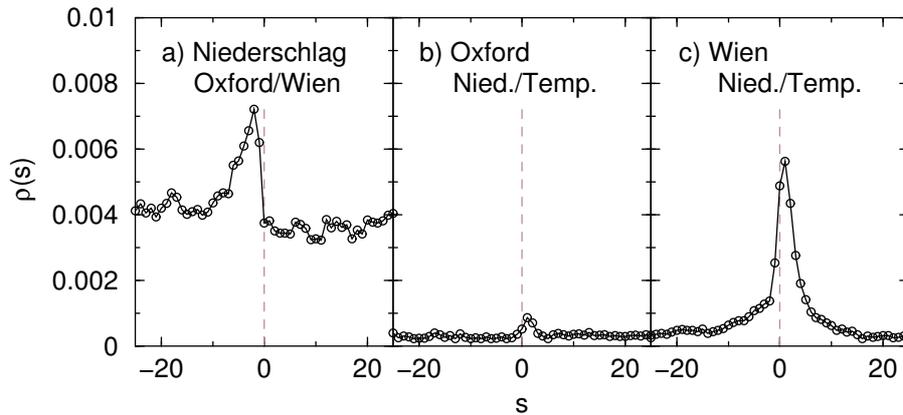


Abbildung 5.11: Synchronisationsindex ρ als Funktion des Verschiebungsintervalls s für verschiedene Paare von Reihen. a) Niederschlag in Oxford und Wien (1873-1989), wobei bei negativen s -Werten der Anfang der Reihe von Wien und das Ende der Reihe von Oxford wegfällt. Synchronisationsindex $\rho(s)$ für Temperatur und Niederschlag gemessen in b) Oxford (1873-1992) und c) Wien (1873-1989) (aus [184]).

Fluktuationen zu analysieren, wurde der Jahresgang der Reihen subtrahiert, Gl. (2.1). Die Temperaturwerte der ersten 100 Tage sind für beide Stationen in Abb. 5.7 gezeigt.

Obwohl sich eine gewisse Ähnlichkeit erahnen läßt, stellt sich die Frage, wie man sie quantifizieren kann. Eine Möglichkeit ist der Kreuzkorrelations-Ansatz (siehe Gl. (5.14, 5.15) und Gl. (2.30) in Kap. 2.2.3). In [184] wurde vorgeschlagen, daß die Analyse von Phasensynchronisation komplementäre Information deutlich machen kann, weil nur die Phasen berücksichtigt werden.

Die Abbildungen 5.8 und 5.9 illustrieren beispielhaft die Schritte des Verfahrens. In Abbildung 5.8a) ist wieder ein Ausschnitt der Temperaturreihe von Oxford gezeigt. Die entsprechenden Phasen ϕ_t , Abb. 5.8b), wurden mittels der Hilbert-Transformation ermittelt (Schritte 1+2). Abbildung 5.8c) stellt die fortlaufenden Phasen dar, die nach jedem Umlauf 2π gewinnen. In Abbildung 5.9a) sind die fortlaufenden Phasen für beide Reihen in voller Länge gezeigt (3. Schritt), während in 5.9b) die Phasendifferenzen φ_t abgebildet sind (4. Schritt). Das entsprechende Histogramm der zyklischen Phasendifferenzen ψ_t (5. Schritt) ist in Abb. 5.9c) aufgetragen. Es ist eine deutliche Häufung der zyklischen Phasendifferenzen in dem Histogramm zu erkennen. Der Synchronisationsindex (5. Schritt), Gl. (5.12+5.11), auf Basis der Shannon-Entropie liefert den Wert $\rho = 0,0242$. Er kann nicht durch eine andere Wahl von $n : m$ als $1 : 1$ erhöht werden. In diesem Abschnitt wird ausschließlich dieser Index ρ verwendet.

Um etwas über die Signifikanz des Ergebnisses zu erfahren, wird im 6. Schritt die Verzögerungs-Phasensynchronisation untersucht, also ein Verschiebungstest, bei dem die Reihen um ein gewähltes Intervall von s Tagen gegeneinander verschoben werden. Die ungepaarten Werte an den Enden werden bei diesem Vorgang ignoriert.

In Abbildung 5.10a) sind die Ergebnisse $\rho(s)$ unter der beschriebenen Verschiebung dargestellt (6. Schritt). Für s -Werte, die viel größer oder kleiner als 0 sind, fällt der Synchronisationsindex rapide ab. Das Histogramm für eine Verschiebung um +20 Tage, wobei $\rho(20) = 0,0011$,

5 Statistische Abhängigkeiten zwischen Temperatur- und Niederschlagsreihen

ist in Abb. 5.10c) dargestellt. Die $\rho(s)$ -Abhängigkeit zeigt auch, daß der nicht verschobene Fall nicht der besten Phasensynchronisation entspricht. Ein höherer Synchronisationsindex ($\rho = 0,0315$) wird bei einer Verschiebung von $s = -1$ Tagen erreicht – Abb. 5.10b) zeigt das entsprechende Histogramm. Die Häufung ist geringfügig schärfer und höher als in Abb. 5.9c). Dieses Ergebnis ist plausibel, denn schließlich erreichen die Fluktuationen, die in diesen Breiten verstärkt durch Westwinde verursacht werden, zuerst Oxford und dann mit ca. einem Tag Verspätung Wien.

Für Niederschlagsreihen sind die Ergebnisse weniger ausgeprägt. In Abbildung 5.11a) ist die $\rho(s)$ -Abhängigkeit für die Niederschlagsreihen von Oxford und Wien gezeigt. Hier wird die Rolle der Zeitskala klar. Auch wenn die Reihen weit gegeneinander verschoben sind, werden relativ hohe ρ -Werte im Bereich von 0,004 erreicht. Die Spitze ist aber trotzdem signifikant höher. Dieser starke Hintergrund ist möglicherweise auf die großen Fluktuationen der Niederschlagsreihen zurückzuführen. Sie zeigen eine spitzenartige Struktur, die mit der Hilbert-Transformation zu vielen Überschlügen und Phasen kurzer Dauer führen. In der Tat bestehen diese Reihen abgesehen von langen Zyklen aus sehr vielen Perioden der Länge drei bis vier Tage (gezeigt in Abb. 5.12b)). Wahrscheinlich ist die relative gute Übereinstimmung der verschobenen Reihen aber auf den abgezogenen Jahresgang zurückzuführen, der sich bei trockenen Tagen bemerkbar macht (vgl. Diskussion am Ende dieses Abschnittes). Nichtsdestotrotz zeigt sich eine dominante Spitze in der $\rho(s)$ -Darstellung, wobei die maximale Phasensynchronisation mit $\rho = 0,0072$ bei einer Verschiebung der Reihen um -2 Tage erreicht wird. Man beachte, daß dieser Wert um einen Faktor 4 kleiner ist als der für die Temperaturreihen.

Phasensynchronisation zeigt sich auch zwischen den Temperatur- und Niederschlagsreihen eines Ortes. In Oxford sind sie nur sehr schwach phasensynchronisiert (Abb. 5.11b)), mit einer kleinen Spitze der Höhe $\rho = 0,0009$. In Wien (Abb. 5.11c)) ist die Spitze sechs mal größer. In beiden Fällen wird das Maximum bei einer Verschiebung von $+1$ Tag erreicht, d.h. sie sind besser phasensynchronisiert, wenn die Temperaturreihe einen Tag gegenüber der Niederschlagsreihe voraus ist. Im Vergleich zur Analyse zweier Niederschlagsreihen, Abb. 5.11a), ist die Phasensynchronisation vermutlich aufgrund der unterschiedlichen Struktur von Temperatur- und Niederschlagsreihen geringer.

Die Tatsache, daß beste Phasensynchronisation zwischen den Temperaturreihen von Oxford und Wien bei einer Verschiebung um einen Tag auftritt, verdeutlicht die statistische Verzögerung zwischen den Wetterzyklen an beiden Orten. Diese Schlußfolgerung wird unterstüttzt durch das Ergebnis der Niederschlagsreihen, wo ein maximaler Index ρ bei einer Verschiebung um zwei Tage auftritt. Wahrscheinlich beträgt die tatsächliche Verzögerung ungefähr 1,5 Tage, was wegen der niedrigen Abtastrate (vgl. Kap. 2.2.3) von einem Tag nicht genauer bestimmt werden kann. Andererseits geht laut Abb. 5.11b)+c) ein Wetterwechsel des Niederschlags einem Temperaturumschwung voraus.

Wellenlängen

Üblicherweise wird die Fourier-Transformation (Spektralanalyse) verwendet, um dominante globale Frequenzen oder Wellenlängen in einer betrachteten Meßreihe zu finden. Dabei kann aber keine direkte Information über Zyklen variabler Wellenlänge gewonnen werden, da die Fourier-Transformation nur globale Wellen in einer Reihe detektiert. In [184] haben wir

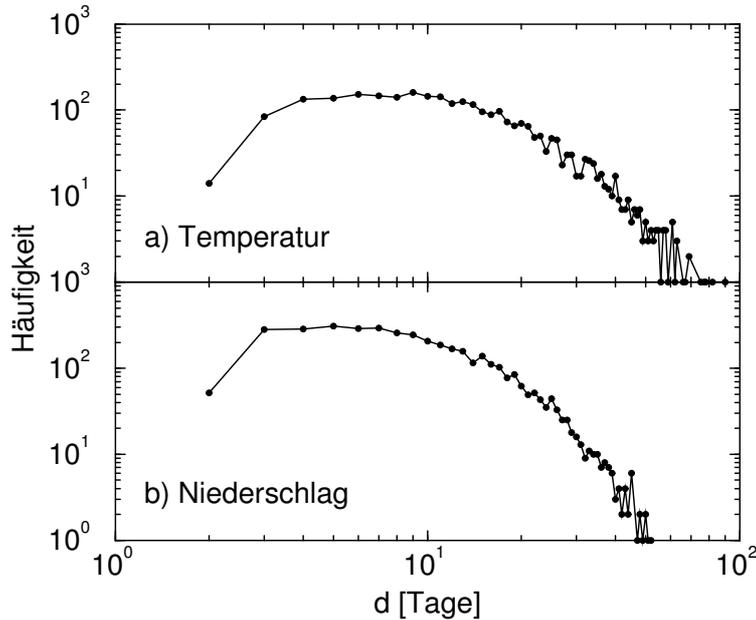


Abbildung 5.12: Histogramme der Wellenlängen für a) die Temperatur- und b) die Niederschlagsreihen von Oxford. Die Werte d_j wurden bestimmt mittels Zählung der Tage, die für jeweils einen kompletten Umlauf der Phase gebraucht werden (aus [184]).

vorgeschlagen, die instantanen Phasen (gewonnen mittels Hilbert-Transformation) zu verwenden, um die lokalen Wellenlängen in einer Reihe zu messen. Genauer gesagt werden die Tage gezählt, die in der komplexen τ_t, y_t -Ebene für einen Umlauf gebraucht werden, also wie viele Tage gebraucht werden, bis die Phase Stufen von 2π überschreitet. Von diesen Wellenlängen d_j kann man dann ein Histogramm erstellen.

Für die Temperatur- und Niederschlagsreihen von Oxford sind diese Histogramme in Abb. 5.12 gezeigt. Im Fall der Temperatur (Abb. 5.12a)), sind die Wellenlängen über einen weiten Bereich von 2 bis ca. 90 Tage verteilt, wobei die meisten 5 bis 10 Tage lang sind. Im Gegensatz dazu, besteht die Niederschlagsreihe (Abb. 5.12b)) aus sehr viel mehr Fluktuationen kurzer Dauer. Die Wellenlänge $d = 3$ Tage tritt hier 274 mal auf, dagegen nur 84 mal bei der Temperaturreihe. Unterdessen beträgt die größte Wellenlänge in der Niederschlagsreihe nur etwa 50 Tage (logarithmische Skalierung in Abb. 5.12). Man beachte, daß die betrachteten Zyklen nicht periodisch sind, sondern zufällige Wellenlängen haben und auch innerhalb eines Umlaufs unregelmäßig sind. Die Unterschiede der diskutierten Histogramme lassen sich mit den Langzeitkorrelationen der Temperaturreihen (Kap. 2+3.1) und den schwachen Autokorrelationen der Niederschlagsreihen (Kap. 4.3) verstehen. Für die Temperaturreihe von Oxford gibt Eichner 2002 [58] $\alpha = 0,63$ an, während für die Niederschlagsreihe nur $\alpha = 0,55$ gefunden wird [181]. Wie im Kap. 2 ausgeführt wurde, enthalten langzeitkorrelierte Reihen mehr lang anhaltende Fluktuationen als unkorrelierte oder kurzzeitkorrelierte Reihen.

Um diesen Effekt unterschiedlicher Wellenlängen, der sich wahrscheinlich mit den Autokorrelationen in Verbindung bringen läßt, besser zu verstehen, wären Untersuchungen mit künstlichen Reihen nötig.

5 Statistische Abhängigkeiten zwischen Temperatur- und Niederschlagsreihen

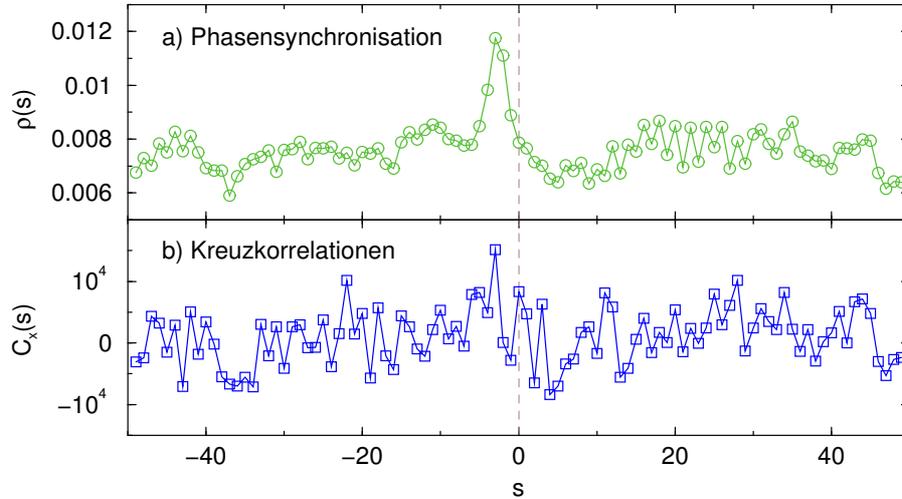


Abbildung 5.13: Ein Beispiel zum Vergleich der Analyse von a) Phasensynchronisation und b) mittels Kreuzkovarianzfunktion. Die Methoden wurden auf die Niederschlagsreihen von Urumchi (Ürümqi) in China und Pusan in Südkorea angewendet (tägliche Auflösung 1951-1990, Entfernung 6 087 km). Negative Verschiebung bedeutet, daß die Daten von Pusan mit früheren Daten von Urumchi verglichen werden (nach [184]).

Diskussion

Es ist naheliegend, die beschriebene Methode zur Untersuchung von Phasensynchronisation mit der klassischen Kreuzkorrelationsfunktion (siehe z.B. [222]) zu vergleichen.

Analog zu Gl. (2.3) wird für zwei Reihen τ_i und v_i (upsilon) mit $\langle \tau_i \rangle = 0$, $\langle v_i \rangle = 0$ die Kreuzkovarianzfunktion

$$C_{\times}^V(s) = \langle \tau_i v_{i+s} \rangle = \frac{1}{N-s} \begin{cases} \sum_{i=1}^{N-s} \tau_i v_{i+s} & \text{für } s \geq 0 \\ \sum_{i=1+s}^N \tau_{i-s} v_i & \text{für } s < 0 \end{cases} \quad (5.14)$$

definiert. Ferner ist die Kreuzkorrelationsfunktion mit den Standardabweichungen $\sigma_{0,\tau}$, $\sigma_{0,v}$ gegeben durch

$$C_{\times}(s) = \frac{C_{\times}^V(s)}{\sigma_{0,\tau} \cdot \sigma_{0,v}} = \frac{\langle \tau_i v_{i+s} \rangle}{\langle \tau_i^2 \rangle^{1/2} \langle v_i^2 \rangle^{1/2}} \quad (5.15)$$

Für $\tau_i = v_i$ geht die Kreuzkorrelationsfunktion konsistent über in die Autokorrelationsfunktion, Gl. (2.3). Wie die Autokorrelationsfunktion kann auch die Kreuzkorrelationsfunktion für den Fall von Antikorrelationen negative Werte annehmen. Es sei ferner angemerkt, daß die Kreuzkorrelationsfunktion im Gegensatz zur Autokorrelationsfunktion nicht invariant unter Zeitumkehr ist (siehe unten).

Während bei der Phasensynchronisation die Amplituden, A_t in Gl. (5.6), gänzlich außer Acht gelassen werden und man nur die Phasen betrachtet, sind bei der Kreuzkorrelation beide Größen überlagert. In den folgenden beiden Beispielen wurden signifikantere Ergebnisse bei der Phasensynchronisation gefunden als bei der Kreuzkorrelationsfunktion.

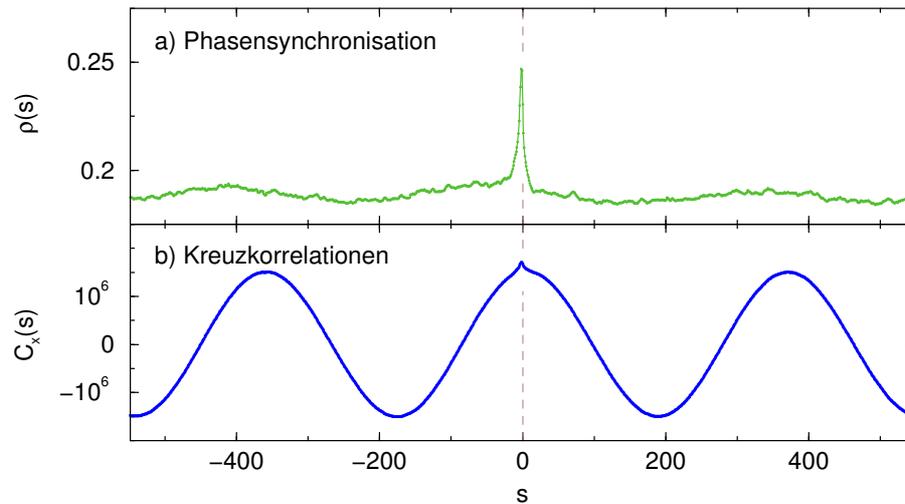


Abbildung 5.14: Vergleich der Analyseergebnisse von a) Phasensynchronisation und mittels b) Kreuzkovarianzfunktion. Wieder werden die täglichen Temperaturreihen von Oxford und Wien (1872-1992) analysiert, aber hier wird der Jahresgang zuvor nicht abgezogen, sondern jeweils nur der globale Mittelwert beider Reihen. Für positive s ist die Reihe von Oxford voraus. Man beachte, daß a) analog ist zu Fig. 5.10a) (nach [184]).

In Abbildung 5.13 wird die Analyse der Phasensynchronisation unter Verschiebung mit der Kreuzkovarianzfunktion von zwei Niederschlagsreihen in Asien verglichen. Der Phasensynchronisationsindex zeigt eine deutliche Spitze mit einem Maximum bei -3 Tagen, während bei der Kreuzkovarianzfunktion nur starkes Hintergrundrauschen zu sehen ist, in dem sich eine Spitze nur erahnen läßt. Ein anderer Vorteil der Untersuchung von Phasensynchronisation wird in Abb. 5.14 veranschaulicht. Darin werden die Ergebnisse der Phasensynchronisation mit denen der Kreuzkovarianz verglichen, wobei hier der Jahresgang nicht abgezogen wurde, weshalb die Reihen ihre vollen saisonalen Abhängigkeiten behalten, vgl. Abb. 2.2. Die Reihen wurden lediglich zentriert, mittels Subtraktion des Mittelwertes. Man kann sehen daß der Synchronisationsindex einen fast konstanten Untergrund mit $\rho \approx 0,19$ aufweist, während sich der Jahresgang in der Kreuzkovarianzfunktion erwartungsgemäß sehr stark widerspiegelt, schließlich sind Sommer und Sommer bzw. Winter und Winter sehr stark miteinander korreliert ($C_x > 0$) und umgekehrt Sommer und Winter stark antikorreliert ($C_x < 0$). Deshalb ist die Spitze ($\rho = 0,25$) im Vergleich zum Untergrund, Abb. 5.14a), deutlich signifikanter als bei der Kreuzkovarianzfunktion, Abb. 5.14b). Der hohe Wert des konstanten Hintergrundes bei der Phasensynchronisation wird von dem Jahresgang verursacht, fast ohne von der Verschiebung beeinflusst zu werden. Es handelt sich also um eine Überlagerung (vgl. Linearität der Hilbert-Transformation Gl. (5.10)) und die Spitze in Abb. 5.14a) ist hauptsächlich auf die Phasensynchronisation der unregelmäßigen Fluktuationen als Abweichungen vom Jahresgang zurückzuführen. Es liegen also zwei Arten von Phasensynchronisation vor. Zum einen die triviale des Jahresganges und zum anderen die charakteristische der spezifischen Fluktuationen.

Synchronisation in der Atmosphäre spielt eine wichtige Rolle in der Klimatologie. Zum Beispiel wurden mit einem globalen atmosphärischen Zirkulationsmodell Tests durchgeführt, die eine vollständige Synchronisation beider Hemisphären zeigten [133]. Aber was bedeutet Pha-

5 Statistische Abhängigkeiten zwischen Temperatur- und Niederschlagsreihen

sensynchronisation in klimatischen Meßreihen? Für die Temperatur z.B. repräsentiert eine komplette warme Epoche, die von einer kalten gefolgt wird, einen Zyklus hinsichtlich der Phasen. Im Fall von Synchronisation tritt an einem anderen Ort statistisch ein ähnlicher Zyklus auf – evtl. mit einer Verzögerung. Dabei haben die Amplituden (Ausprägung) dieser Epochen keinen Einfluß auf die Untersuchung der Phasensynchronisation. Dies steht im Gegensatz zur Kreuzkorrelation, wo die Amplituden eine wesentliche Rolle spielen.

Deshalb kann die Methode zur Untersuchung von Phasensynchronisation nützlich sein, wenn die Wechselwirkung zwischen zwei Reihen aus verschiedenen klimatischen Gegebenheiten analysiert werden soll, z.B. bei maritimem Klima wo die Fluktuationen schwächer ausgeprägt sind als bei kontinentalem Klima.

Analog zur Autokorrelationsfunktion kann man auch das Abfallen der Kreuzkorrelationsfunktion, Gl. (5.14, 5.15), sowie der verschiedenen Phasensynchronisations-Indizes untersuchen. Für Abbildung 5.15 wurden zwei langzeitkorrelierte Reihen mit $\alpha_a = 0,6$ und $\alpha_b = 0,9$ erzeugt. Im Prinzip wären sie voneinander unabhängig. Um aber Phasensynchronisation und Kreuzkorrelationen untersuchen zu können, wurden beide Reihen mit dem gleichen Startwert (Saat) erzeugt. Theoretisch sind sie dann mit $C_x \sim s^{\gamma_x}$ ($\gamma_x = 2 - 2\alpha_x = 0,5$; hypothetisch $\alpha_x = (\alpha_a + \alpha_b)/2 = 0,75$) langzeitkreuzkorreliert. Bei den in dieser Arbeit untersuchten erzeugten zufälligen Reihen handelt es sich immer um Pseudozufallszahlen. Zufällig sind sie deshalb, weil sie unvorhersehbar sind. „Pseudo“ wird vorangestellt, weil man stets die selbe Reihe erhält, wenn man den selben Startwert verwendet.

In Abbildung 5.15a) ist das Abfallen der verschiedenen Größen für das Beispiel der Zufallszahlen gezeigt und zwar in doppelt-logarithmischer Darstellung. Sie sind gegen $|s|$ aufgetragen, da keine spezielle Verzögerung zu erwarten ist. Es liegen also jeweils die Kurven für $s < 0$ und $s > 0$ übereinander. Zunächst ist zu erkennen, daß in allen Fällen eine ähnliche Struktur auftritt (es handelt sich nur um eine Realisation und die Ergebnisse wurden nicht gebinnt). Alle Indizes und die geschätzte Kreuzkorrelationsfunktion zeigen zumindest bei kleinen $|s|$ eine ähnliche Steigung, die nahe an dem theoretischen Wert $\gamma_x = 0,5$ liegen. Eine Ausnahme stellt der auf der Shannon-Entropie basierende Index $\rho(s)$ dar, der mit $s^{-2\gamma_x}$ abfällt.

Ferner nimmt bei $\rho(s)$ und $\lambda(s)$ (Stroboskop-Ansatz) der Exponent bei großen $|s|$ ab – sie gehen vermutlich in Rauschen über. $\rho(s)$ hat insgesamt die niedrigsten Werte von allen, was man auch an der Stelle $s = 0$ sieht: $C_x(0) = 0,840$; $\kappa(0) = 0,769$; $\lambda(0) = 0,727$; $\gamma(0) = 0,726$ und $\rho(0) = 0,148$. Um die Vor- und Nachteile der einzelnen Indizes und den Bezug zur Kreuzkovarianzfunktion besser zu verstehen, bedarf es systematischer Untersuchungen, die bisher noch nicht durchgeführt werden konnten. In den folgenden Abschnitten wird $\rho_{\max} = \max_s(\rho(s))$ als Maß für die Phasensynchronisation verwendet (in den meisten Fällen gilt $\rho_{\max} = \rho(0)$).

Daß sich die zyklischen Phasendifferenzen ψ_t um einen bestimmten Wert häufen können, wurde bereits in Abbildung 5.9c) gezeigt. Zur Berechnung des Index $\kappa(s)$ als Trägheitsmoment des Histogramms von ψ_t um den Schwerpunkt, ist es erforderlich einen solchen zu bestimmen. Er ist gleichzusetzen mit der Position der Häufung. In Abbildung 5.15b) ist die Position des Schwerpunktes gegen s aufgetragen. Wie man erkennen kann, fluktuiert die Position der Anhäufung der zyklischen Phasendifferenz ψ_t bei diesem Idealfall der beiden künstlichen Reihen um $-\pi/4$ für $s < 0$ und $\pi/4$ für $s > 0$. Für $s = 0$ häufen sich die ψ_t um 0. Dieser Sachverhalt ist noch nicht genau verstanden, kann aber wahrscheinlich auf die $-\pi/2$ -Verschiebung der Hilbert-Transformation zurückgeführt werden.

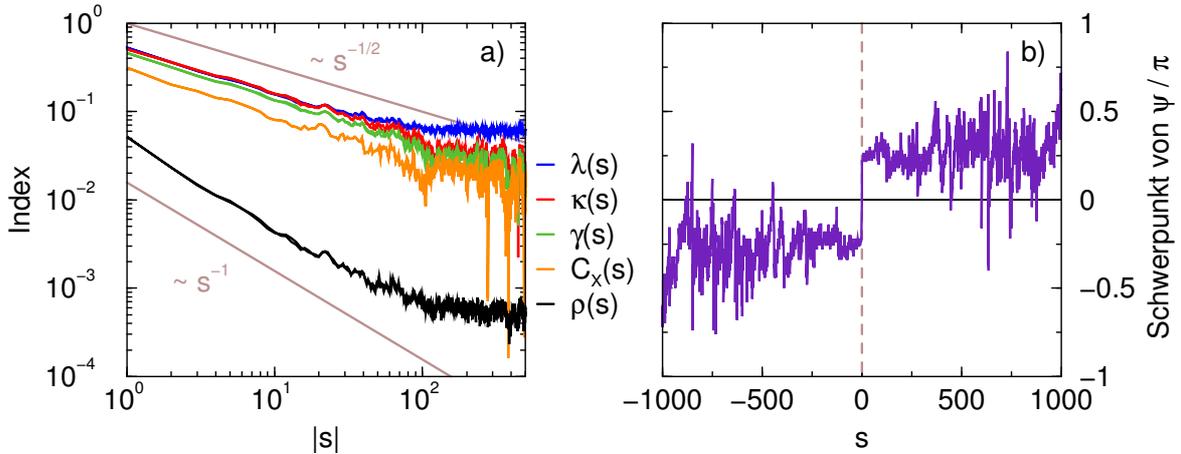


Abbildung 5.15: Vergleich der Analyseergebnisse von Phasensynchronisation in Form verschiedener Indizes und der Kreuzkorrelation anhand künstlicher Reihen. Dazu wurden mit gleichem Startwert (Seed) zwei normalverteilte langzeitkorrelierte Reihen mit $\alpha = 0,6$ und $\alpha = 0,9$ erzeugt (Längen $N = 32\,768$). In a) sind die erwähnten Indizes der Phasensynchronisation (S. 126) sowie die Kreuzkorrelationsfunktion gegen den Betrag der Verschiebungsskala $|s|$ aufgetragen. Dabei entspricht die Anordnung in der Legende der Reihenfolge in dem Teilbild. Die maximalen Werte bei $s = 0$ lauten: $\lambda = 0,727$; $\kappa = 0,769$; $\gamma = 0,726$; $C_x = 0,840$ und $\rho = 0,148$. Die Steigungen der durchgezogenen Linien lauten 0,5 (oben) und 1 (unten). In b) ist der Schwerpunkt der zyklischen Phasendifferenz ψ_t , vgl. Abb. 5.9c), gegen die Verschiebung s aufgetragen. Die Position, um den sich die ψ_t häufen, ist zur Berechnung des Trägheitsmoments (Index κ) erforderlich.

Im Gegensatz zur Kreuzkorrelationsfunktion sind die Werte der Phasensynchronisation auf positive Werte beschränkt ($0 < \text{PS-Index} < 1$). Es gibt also keine „Antisynchronisation“ (vgl. Antiphase in Abb. 5.1), allenfalls sind zwei Reihen nicht synchronisiert (gleichverteilte ψ_t , keine Häufung). Entgegengesetztes Verhalten zweier Reihen äußert sich lediglich in einer anderen Phasenverschiebung. Welchen Betrag sie hat, läßt sich an den Histogrammen der Art von Abb. 5.9c) oder an Abb. 5.15b) erkennen.

Wie gesagt ist die Kreuzkorrelationsfunktion im Gegensatz zur Autokorrelationsfunktion nicht invariant unter Zeitumkehr [222]. Während man die Autokorrelationsfunktion auf positive Skalen beschränken kann ($C(-s) = C(s)$, da $\langle \tau_{i-s} \tau_i \rangle = \langle \tau_i \tau_{i+s} \rangle$), unterscheiden sich die Werte der Kreuzkorrelationsfunktion für positive und negative s -Werte ($C_x(-s) \neq C_x(s)$, da i.A. $\langle \tau_{i-s} v_i \rangle = \langle \tau_i v_{i+s} \rangle \neq \langle \tau_{i+s} v_i \rangle$).

Die Asymmetrie der Kreuzkorrelationsfunktion kann mit einem einfachen Beispiel verdeutlicht werden, das mit [59] erdacht wurde. Dazu sollen zunächst zwei Reihen als Vektoren aufgefaßt werden, und zwar als Spaltenvektor \vec{a}_+ und Zeilenvektor \vec{b}_- .

Deren Produkt bildet im normierten Fall die Kreuzkorrelationsmatrix \hat{C} :

$$\vec{a}_+ \cdot \vec{b}_- = \hat{C} .$$

5 Statistische Abhängigkeiten zwischen Temperatur- und Niederschlagsreihen

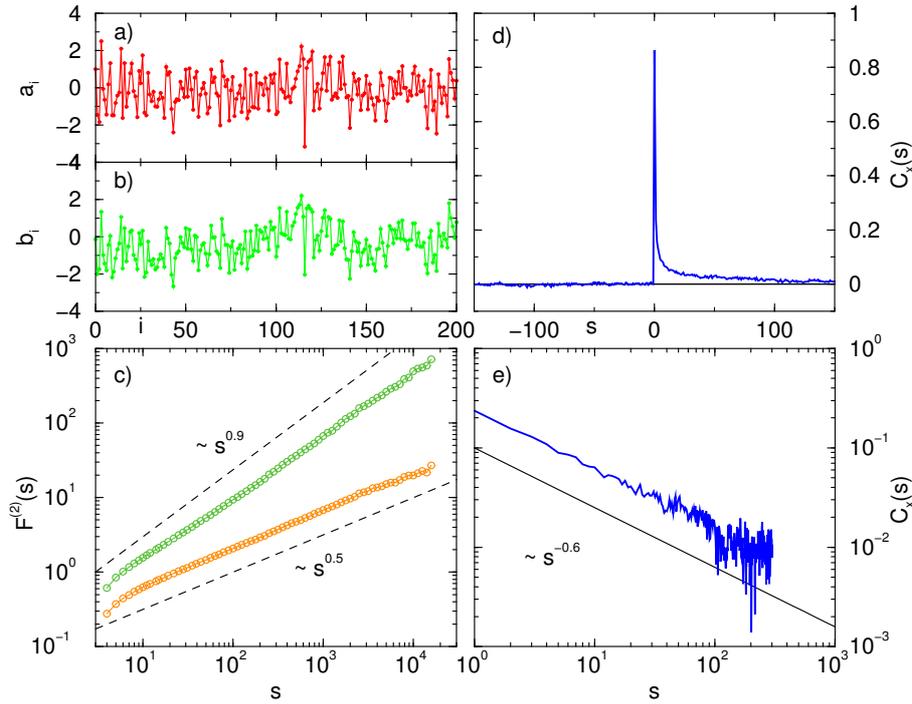


Abbildung 5.16: Beispiel einer asymmetrischen Kreuzkorrelationsfunktion $C_x(s)$. a) unkorrelierte Ausgangsreihe a_i , gaußverteilt, $N = 65\,536$, b) mit den Gl. (5.16) und (5.17) generierte Reihe b_i . c) Fluktuationsfunktionen der DFA zweiter Ordnung von den Reihen a_i und b_i . Die gestrichelten Geraden haben die Steigungen 0,9 und 0,5. d) Kreuzkorrelationsfunktion $C_x(s)$ der Reihen aus a) und b). e) positiver Teil der Kreuzkorrelationsfunktion aus d). Die durchgezogene Gerade hat die Steigung $-0,6$. Es ist zu erkennen, daß die Kreuzkorrelationsfunktion einseitig mit dem vorgegebenen Kreuzkorrelationsexponenten γ_x abfällt. Für $s < 0$ ist sie Null.

Multipliziert man von links mit dem Vektor \vec{a} als Zeilenvektor, dann erhält man

$$\begin{aligned} \vec{a}_- \cdot \vec{a}_| \cdot \vec{b}_- &= \vec{a}_- \cdot \hat{C} \\ \vec{b}_- &= \frac{1}{a^2} \cdot \vec{a}_- \cdot \hat{C} \ , \end{aligned}$$

oder ausgeschrieben

$$b_j = \frac{1}{a^2} \sum_i a_i C_{ij} \ . \quad (5.16)$$

Unter der Voraussetzung, daß die Reihe a_i unkorreliert ist, läßt sich zu a_i eine zweite Reihe b_j erzeugen, so daß die beiden Reihen eine vorgegebene Kreuzkorrelationsmatrix C_{ij} besitzen. Hierfür kann man eine einseitige Kreuzkorrelationsfunktion wählen:

$$C_{i,j} = \begin{cases} 0 & \text{für } i - j < 0 \\ c_1 & \text{für } i - j = 0 \\ c_2(i - j)^{-\gamma_x} & \text{für } i - j > 0 \ , \end{cases} \quad (5.17)$$

5.2 Temperatur und Niederschlag zentralasiatischer Standorte

wobei γ_{\times} der Kreuzkorrelationsexponent ist und $c_1 > c_2$ Konstanten sind. In Abbildung 5.16a) ist eine unkorrelierte Reihe a_i gezeigt. Die mit diesem Verfahren berechnete Reihe b_i ist in Abb. 5.16b) dargestellt, wobei $\gamma_{\times} = 0,6$ gesetzt wurde. Wegen der relativ groß gewählten Konstanten c_1, c_2 sind sich beide Reihen sehr ähnlich. Die Fluktuationfunktionen der DFA2 sind in Abb. 5.16c) eingezeichnet. Wie erwartet hat die unkorrelierte Reihe a_i einen Fluktuationsexponenten um 0,5. Die generierte Reihe b_i hat einen Fluktuationsexponenten, der näherungsweise 0,9 ist. Dies läßt sich mit dem vorgegebenen Kreuzkorrelationsexponent $\gamma_{\times} = 0,6$ verstehen. Ein zugehöriger Fluktuationsexponent wäre $\alpha_{\times} = 1 - \gamma_{\times}/2 = 0,7$. Da der Exponent der Kreuzkorrelationen theoretisch der Mittelwert aus den Exponenten der Autokorrelationen ist, muß $\alpha_b = 2\alpha_{\times} - \alpha_a = 0,9$ sein. Die Berechnung nach Gl. (5.16) stellt also außerdem eine nicht auf der Fourier-Transformation basierende Methode dar, langzeitkorrelierte Reihen zu erzeugen.

Abbildung 5.16d) zeigt die berechnete Kreuzkorrelationsfunktion beider Reihen. Nach Vorgabe ist die Kreuzkorrelationsfunktion für negative Skalen Null. Für $s > 0$ fallen sie potenzgesetzartig mit dem Exponenten $\gamma_{\times} = 0,6$ (bzw. $\alpha_{\times} = 0,7$) ab, Abb. 5.16e). Würde man eine der Reihen zeitlich umdrehen, dann bekäme man auch in Abb. 5.16d) ein gespiegeltes Ergebnis. An diesem Beispiel wird also deutlich, daß die Korrelationen zwischen zwei Reihen nur in eine Richtung wirken können. Dieser Effekt tritt in ähnlicher Form zwischen Niederschlag und Abfluß auf.

5.2 Temperatur und Niederschlag zentralasiatischer Standorte

Mit der Methode zur Untersuchung von Phasensynchronisation werden die Temperatur- und Niederschlagsreihen von sieben zentralasiatischen Klimastationen untersucht. Wie durch Abb. 5.1 motiviert, stellt sich auch bei diesem ausgedehnten Gebiet die Frage nach einer gleichförmigen bzw. entgegengesetzt gleichförmigen Entwicklung von klimatischen Meßreihen. Dabei wird nicht nur die Phasensynchronisation zwischen Temperatur oder Niederschlag untersucht, sondern auch zwischen den beiden Klimaelementen an einem Standort. In diesem Zusammenhang kommt die Frage nach den Stationen auf, deren Reihen unabhängig von ihrer Entfernung untereinander einen besonders ähnlichen oder unähnlichen Kurvenverlauf aufweisen. Mit der in Kap. 5.1.4 vorgestellten Methode kann ergänzende Information erlangt werden, die speziell die Synchronisation in den Phasen betrifft.

5.2.1 Datengrundlage

Es wurden die monatlichen Temperatur- und Niederschlagsreihen der in Tab. 5.1 angegebenen Stationen berücksichtigt. Die Datenreihen wurden freundlicherweise von Prof. Ernst Giese (Justus-Liebig-Universität Gießen, Zentrum für internationale Entwicklungs- und Umweltforschung) im Zusammenhang mit einem durch die Volkswagen-Stiftung geförderten Forschungsprojekt im Rahmen der Förderinitiative „Mittelasien / Kaukasus im Focus der Wissenschaft“ bereitgestellt. Nähere Informationen zu den Reihen finden sich in [77]; die Entfernungen zwischen den Stationen sind in Tab. 5.2 angegeben. Ferner sind die abgedeckten Zeitspannen in Tab. 5.3 aufgeführt. Zur Datenaufbereitung wurden alle Reihen von ihrem Jahresgang im Mittelwert befreit, Gl. (2.1), auch wenn dies für die Untersuchung auf Phasensynchronisation nicht unbedingt erforderlich ist (vgl. die Diskussion in Kap. 5.1.4). Die Temperaturreihen von

5 Statistische Abhängigkeiten zwischen Temperatur- und Niederschlagsreihen

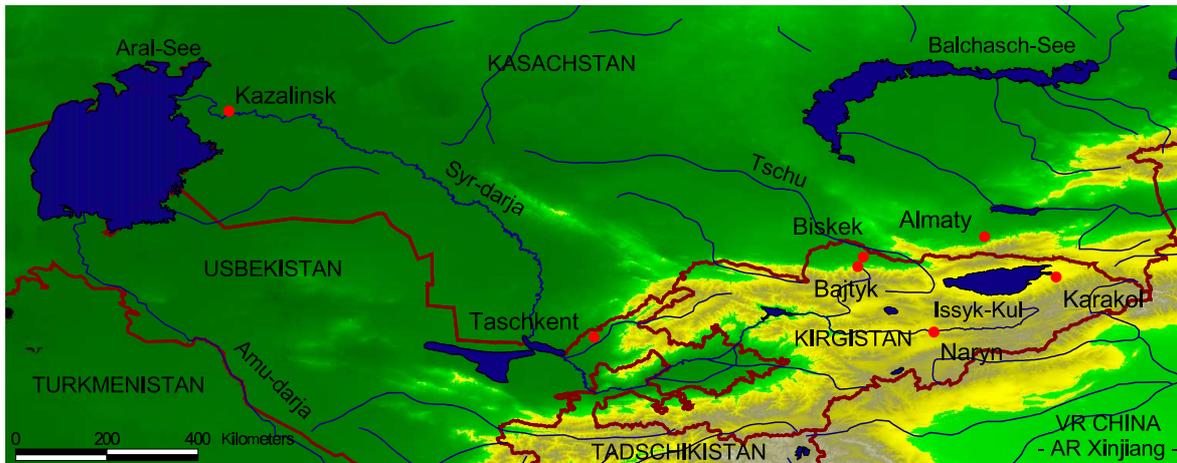


Abbildung 5.17: Standorte ausgewählter Klimastationen in Zentralasien (Darstellung entnommen aus [77]). Für die Untersuchung von Phasensynchronisation wurden die Temperatur- und Niederschlagsreihen von Kazalinsk, Taschkent, Bischkek, Almaty, Bajtyk, Karakol und Naryn ausgewählt. Der Umriß des Aral-Sees ist nicht aktuell.

Karakol und Bajtyk wurden auch schon in Kap. 3.2 analysiert. Im Folgenden einige Informationen zu den Standorten der Stationen (aus [77]):

- Kazalinsk:
Zentrale, tiefländische, besonders aride Beckenlage im Mündungsbereich des Syr-darja in den Aral-See, liegt mehr als zwei Breitengrade nördlicher als die anderen Stationen, verhältnismäßig tief gelegen
- Taschkent:
Gebirgsrandlage des Tian-Shan, westliches Gebirgsvorland
- Bischkek:
Gebirgsrandlage (Nordabdachung) des Tian-Shan, Gebirgsfußfläche
- Almaty:
Gebirgsrandlage (Nordabdachung) des Tian-Shan, Gebirgsfußfläche
- Bajtyk:
Nördlicher Tian-Shan, Tal des Ala-Arça, 20 km südlich von Bischkek, aber über 400 m höher gelegen
- Karakol:
Intramontane Beckenlage, östlicher Beckenrand des Issyk-Kul, relativ hoch gelegen
- Naryn:
Intramontane Tallage, zentraler Tian-Shan, mittleres Naryn-Tal, relativ hoch gelegen

5.2 Temperatur und Niederschlag zentralasiatischer Standorte

Ort	geogr. Länge (O)	geogr. Breite (N)	Höhe üNN
Almaty	77,0	43,3	852
Bajtyk	74,5	42,7	1180
Bischkek	74,6	42,9	712
Karakol	78,4	42,5	1761
Kazalinsk	62,1	45,8	57
Naryn	76,0	41,4	2041
Taschkent	69,3	41,3	460

Tabelle 5.1: Positionen der zentralasiatischen Stationen, deren Temperatur- und Niederschlagsreihen (in monatlicher Auflösung) untersucht wurden. Die Entfernungen zwischen den Stationen finden sich in Tab. 5.2. Die Längen der Reihen sind in Tab. 5.3 aufgeführt.

Entfernung [km]	Almaty	Bajtyk	Bischkek	Karakol	Kazalinsk	Naryn	Taschkent
Almaty		207	195	146	1208	217	669
Bajtyk	207		20	320	1042	191	461
Bischkek	195	20		314	1042	200	475
Karakol	146	320	314		1348	230	768
Kazalinsk	1208	1042	1042	1348		1216	758
Naryn	217	191	200	230	1216		563
Taschkent	669	461	475	768	758	563	

Tabelle 5.2: Entfernungen in Kilometern zwischen den zentralasiatischen Meßstationen, deren Temperatur- und Niederschlagsreihen untersucht wurden.

Ort	Temperatur			Niederschlag		
	von	bis	Monate	von	bis	Monate
Almaty	1923	2000	936	1887	2001	1380
Bajtyk	1915	2001	1044	1915	2001	1044
Bischkek	1928	2000	876	1928	2000	876
Karakol	1879	1996	1416	1885	1996	1344
Kazalinsk	1920	2000	972	1885	1992	1296
Naryn	1915	2001	1044	1924	2001	936
Taschkent	1879	2001	1476	1879	2001	1476

Tabelle 5.3: Längen der untersuchten monatlichen Reihen zentralasiatischer Stationen für Temperatur und Niederschlag.

5 Statistische Abhängigkeiten zwischen Temperatur- und Niederschlagsreihen

ρ_{\max}^{TT}	Almaty	Bajtyk	Bischkek	Karakol	Kazalinsk	Naryn	Taschkent
Almaty		0,196	0,289	0,123	0,097	0,085	0,153
Bajtyk	0,196		0,262	0,123	0,081	0,069	0,182
Bischkek	0,289	0,262		0,127	0,119	0,087	0,230
Karakol	0,123	0,123	0,127		0,044	0,129	0,098
Kazalinsk	0,097	0,081	0,119	0,044		0,028	0,107
Naryn	0,085	0,069	0,087	0,129	0,028		0,078
Taschkent	0,153	0,182	0,230	0,098	0,107	0,078	

Tabelle 5.4: Werte der maximalen Phasensynchronisation ρ_{\max}^{TT} zwischen den zentralasiatischen Temperaturreihen, vgl. Abb. 5.18.

5.2.2 Analyseergebnisse

Die Phasensynchronisation der zentralasiatischen Temperatur- und Niederschlagsreihen (siehe Tab. 5.1-5.3) wurde mit dem in Kap. 5.1.4 dargelegten Verfahren untersucht. Zur Quantifizierung wurde der Index ρ , nach Gl. (5.11, 5.12), gewählt und für die verschiedenen Kombinationen bis zu Verschiebungen von ± 120 Monaten berechnet. Die Höhe der Spitzen $\rho_{\max} = \max(\rho(s))$ im Verlauf von $\rho(s)$ ist ein Maß für die Stärke der Phasensynchronisation, sofern ρ_{\max} an einer plausiblen Stelle $s_{\max} \approx 0$ auftritt. Es wurde ausschließlich die Saisonbereinigung des Mittelwertes nach Gl. (2.1) verwendet. Da es sieben Stationen sind, gibt es $7(7-1)/2 = 21$ Möglichkeiten, die Reihen zu paaren. Die Längen der Reihen, Tab. 5.3, wurden für die Kombinationen jeweils angepaßt aber maximal gehalten. Die ρ -Werte der Temperatur- bzw. Niederschlagsreihen sind mit einem hochgestellten Index „^T“ bzw. „^N“ gekennzeichnet.

Temperatur

Der Verlauf von $\rho(s)$ ist am Beispiel von Taschkent in der Abb. 5.18 zu sehen. Durchweg ist eine deutliche Spitze zu erkennen, die belegt, daß in allen Fällen eine ausgeprägte Phasensynchronisation vorliegt. Wegen der monatlichen Auflösung befindet sich das Maximum an der Stelle $s = 0$. Bei besserer zeitlicher Auflösung könnte gegebenenfalls eine Verzögerung sichtbar werden. Die Werte des maximalen Synchronisationsindex sind in Tab. 5.4 angegeben. In Abb. 5.19 sind sie gegen den Abstand der Stationen aufgetragen. Der Index liegt theoretisch zwischen 0 (nicht phasensynchronisiert) und 1 (perfekt phasensynchronisiert), fällt aber schneller ab als andere Indizes (vgl. Abb. 5.15), weshalb Spitzen stärker heraustreten.

In der Entfernungsabhängigkeit der Phasensynchronisation fällt auf, daß bei ähnlichen Distanzen zwischen den Stationen Phasensynchronisation unterschiedlicher Ausprägung auftritt. Betrachtet man etwa Almaty (Abb. 5.19, oben rechts), dann ist zu erkennen, daß die Temperaturreihen von Bischkek und Almaty besonders gut phasensynchronisiert sind, während die Phasensynchronisation der Reihe von Almaty mit denen von Karakol und Naryn eher schwach ist. Dies läßt sich möglicherweise dadurch erklären, daß Almaty und Bischkek nördlich des Tian-Shan liegen. Unterdessen befindet sich die Station von Karakol im östlichen Teil des Issyk-Kul-Beckens. Vermutlich schirmt das hohe Gebirge das Klima um Karakol ab. In Abb. 5.19 ist ferner zu erkennen, daß die Temperaturreihen von Karakol mit denen von fast allen anderen Stationen schlecht phasensynchronisiert ist. Ähnliches gilt für Naryn, welches

5.2 Temperatur und Niederschlag zentralasiatischer Standorte

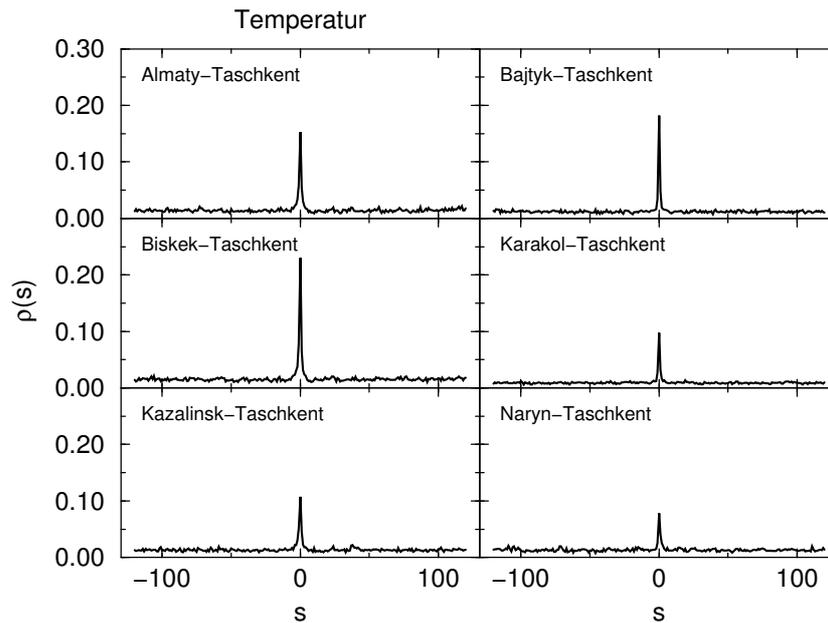


Abbildung 5.18: Untersuchung der Phasensynchronisation zwischen den monatlichen Temperaturreihen von Taschkent und der anderen sechs zentralasiatischen Stationen. Gezeigt ist die Abhängigkeit des Index ρ , Gl. (5.11, 5.12), von der Verschiebung um s Monate. Die jeweiligen Kombinationen sind in den Teilbildern angegeben. Die erreichten Maxima ρ_{\max}^{TT} sind in Tab. 5.4 aufgeführt.

wiederum im mittleren Naryn-Tal durch hohe Gebirge von den anderen Klimastationen getrennt ist. Die Station von Taschkent liegt rund 600 km von allen anderen berücksichtigten Stationen entfernt. Dabei variieren die ρ_{\max} Werte trotz ähnlicher Distanzen in einem weiten Bereich. Am besten ist die Temperaturreihe von Bischkek mit der von Taschkent phasensynchronisiert, was sich wahrscheinlich auch mit der gemeinsamen Nordwestlage gegenüber des Tian-Shan erklären läßt. Etwas kleiner sind die Werte für Taschkent-Bajtyk und Taschkent-Almaty. Am geringsten ist wieder die Phasensynchronisation mit der Reihe von Naryn. Ein ähnliches Bild zeigt sich für Kazalinsk, wo die Nuancen wegen der großen Entfernung zu allen anderen Stationen schwer zu interpretieren sind. Die Reihe von Bajtyk ist wiederum schlechter mit der von Bischkek phasensynchronisiert als Almaty, trotz der zehnfachen Entfernung (Abb. 5.19, Teilbild „Bischkek“). Bajtyk und Bischkek liegen nur 20 km in Luftlinie entfernt, aber mit einem Höhenunterschied von über 400 m, wohingegen sich die Meßstationen von Almaty und Bischkek um nur gut 50 m in Ihrer Höhe unterscheiden. Für diese Ergebnisse scheinen also Höhenlage und Exposition sowie die Lage zum Tian-Shan eine entscheidende Rolle zu spielen.

Niederschlag

Analog zur Analyse der Temperaturreihen wurden die Niederschlagsreihen der in den Tab. 5.1-5.3 angegebenen zentralasiatischen Stationen auf ihre Phasensynchronisation mit allen ande-

5 Statistische Abhängigkeiten zwischen Temperatur- und Niederschlagsreihen

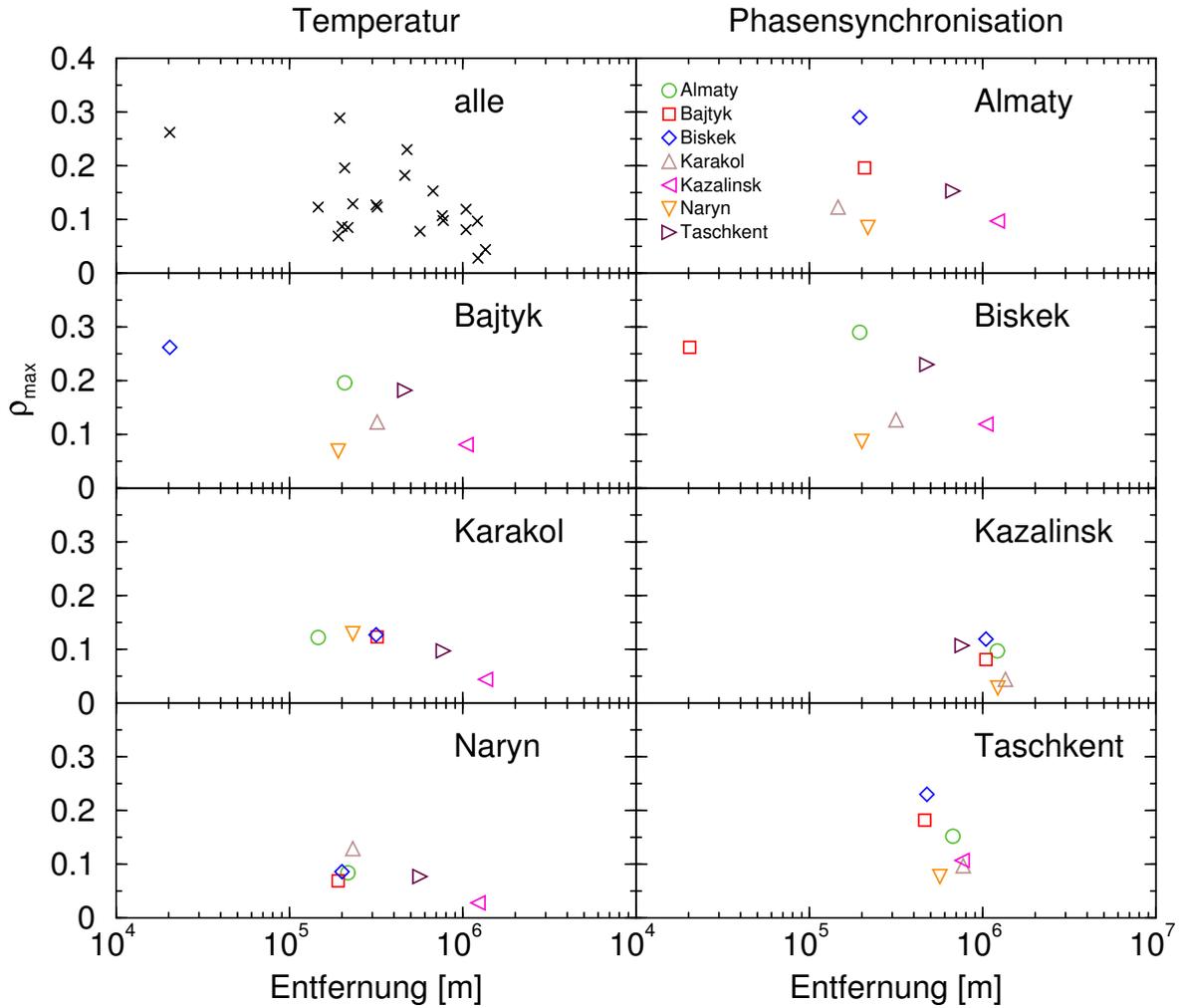


Abbildung 5.19: Einfluß der Entfernung zwischen den zentralasiatischen Stationen, deren Temperaturreihen auf die maximale Phasensynchronisation ρ_{\max}^{TT} untersucht wurden, siehe Tab. 5.4. Die Entfernung ist logarithmisch aufgetragen, so daß in dieser Darstellung eine Gerade einem logarithmischen Zusammenhang entspräche. Die Entfernungen finden sich in Tab. 5.2. Oben links sind alle gewonnenen Werte eingezeichnet und in den anderen Teilbildern die zu jeweils einer mit den verbleibenden sechs Stationen.

5.2 Temperatur und Niederschlag zentralasiatischer Standorte

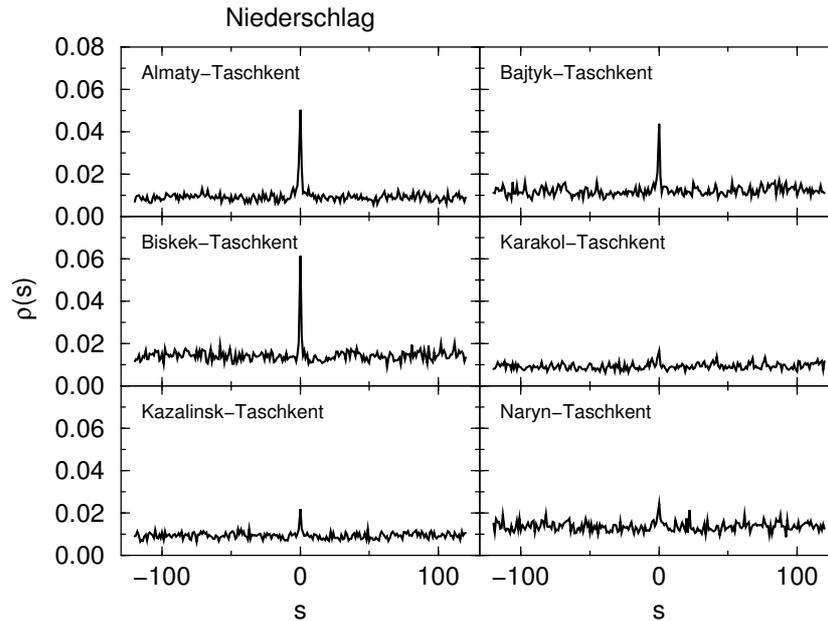


Abbildung 5.20: Untersuchung der Phasensynchronisation zwischen den monatlichen Niederschlagsreihen von Taschkent und der anderen sechs zentralasiatischen Stationen. Gezeigt ist die Abhängigkeit des Index ρ , Gl. (5.11, 5.12), von der Verschiebung um s Monate. Die jeweiligen Kombinationen sind in den Teilbildern angegeben. Die erreichten Maxima ρ_{\max}^{NN} sind in Tab. 5.5 aufgeführt.

ren berücksichtigten Niederschlagsreihen hin untersucht. Der Verlauf von $\rho(s)$ ist am Beispiel von Taschkent in der Abb. 5.20 zu sehen.

Im Vergleich zur Phasensynchronisation der Temperatur ist die der Niederschlagsreihen deutlich schwächer ausgeprägt und in manchen Fällen gar verschwindend (Kazalinsk-Karakol, Kazalinsk-Naryn). Die eindeutigen Maxima befindet sich jedoch wieder bei $s = 0$. Es tritt also keine Zeitverzögerung auf; falls doch dann ist sie kleiner als ein Monat.

Die Werte des maximalen Synchronisationsindex ρ_{\max}^{NN} sind, falls erkennbar, in Tab. 5.5 angegeben. In Abb. 5.21 sind sie halb-logarithmisch gegen den Abstand der Stationen aufgetragen. Bei einer umfangreicheren ähnlichen Untersuchung an täglichen Niederschlagsreihen des Elbe-Einzugsgebietes wurde ein logarithmischer Zusammenhang gefunden, siehe Kap. 5.3.

Ähnlich den Resultaten für die Temperaturreihen sind auch die der Niederschlagsreihen differenziert. Der Niederschlag bei Almaty, Bischkek und Bajtyk gehören zu den besser phasensynchronisierten Reihen, während die ρ_{\max} -Werte für Karakol und besonders Naryn kleiner sind. Da die Werte beim Niederschlag generell niedriger sind, ist bei den am weitesten entfernt liegenden Stationen Kazalinsk-Karakol und Kazalinsk-Naryn überhaupt keine Phasensynchronisation im Niederschlag zu finden. Obwohl bei Kazalinsk-Almaty, die ähnlich weit entfernt liegen wie Kazalinsk-Naryn, sehr wohl Phasensynchronisation auftritt, auch wenn sie sehr schwach ist. Das Gesamtbild aber unterscheidet sich nicht besonders von dem der Temperaturreihen, vgl. Abb. 5.21 mit 5.19.

5 Statistische Abhängigkeiten zwischen Temperatur- und Niederschlagsreihen

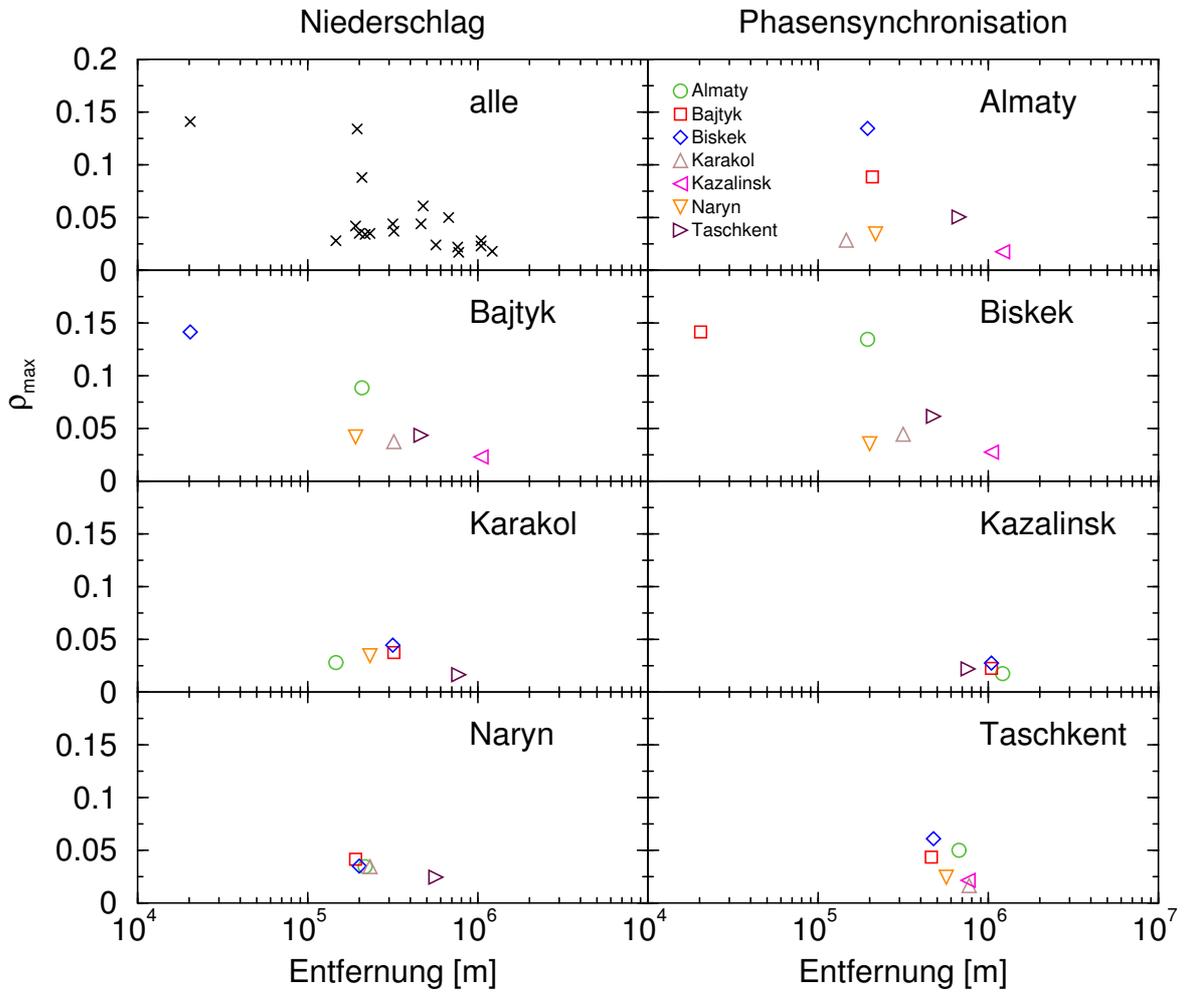


Abbildung 5.21: Einfluß der Entfernung zwischen den zentralasiatischen Stationen, deren Niederschlagsreihen auf die maximale Phasensynchronisation ρ_{\max}^{NN} untersucht wurden, siehe Tab. 5.5. Die Entfernung ist logarithmisch aufgetragen, so daß in dieser Darstellung eine Gerade einem logarithmischen Zusammenhang entspräche. Die Entfernungen finden sich in Tab. 5.2. Oben links sind alle gewonnenen Werte eingezeichnet und in den anderen Teilbildern die zu jeweils einer mit den verbleibenden sechs Stationen. Zwischen Karakol und Kazalinsk sowie zwischen Naryn und Kazalinsk konnte keine Phasensynchronisation in den Niederschlagsreihen festgestellt werden.

5.2 Temperatur und Niederschlag zentralasiatischer Standorte

ρ_{\max}^{NN}	Almaty	Bajtyk	Bischkek	Karakol	Kazalinsk	Naryn	Taschkent
Almaty		0,088	0,134	0,028	0,018	0,034	0,050
Bajtyk	0,088		0,141	0,037	0,023	0,042	0,044
Bischkek	0,134	0,141		0,044	0,028	0,035	0,061
Karakol	0,028	0,037	0,044		-	0,035	0,017
Kazalinsk	0,018	0,023	0,028	-		-	0,022
Naryn	0,034	0,042	0,035	0,035	-		0,024
Taschkent	0,050	0,044	0,061	0,017	0,022	0,024	

Tabelle 5.5: Werte der maximalen Phasensynchronisation ρ_{\max}^{NN} zwischen den zentralasiatischen Niederschlagsreihen. Bei den mit „-“ gekennzeichneten Fällen war kein signifikantes Maximum zu erkennen, vgl. Abb. 5.20.

Niederschlag und Temperatur

Weiterhin wurde, bezugnehmend auf die Diagrammdarstellung aus [77] (darin S. 66, Abb. 40 und 41), die Phasensynchronisation der beiden verschiedenen meteorologischen Größen Temperatur und Niederschlag jeweils derselben Klimastation (Tab. 5.1) untersucht. Die Ergebnisse für $\rho^{\text{NT}}(s)$ sind in der Abb. 5.22 dargestellt. Grob betrachtet ist der Index noch kleiner als zwischen zwei Niederschlagsreihen. Am stärksten ist dabei der Zusammenhang bei der Station Karakol zu erkennen ($\rho_{\max}^{\text{NT}} = 0,025$), etwas schwächer auch bei Naryn ($\rho_{\max}^{\text{NT}} = 0,023$) und Taschkent ($\rho_{\max}^{\text{NT}} = 0,015$). Mit gutem Willen lassen sich auch bei Almaty und Bajtyk Spitzen der Höhe $\rho_{\max}^{\text{NT}} \approx 0,020$ erkennen. Dem entgegen ist bei Kazalinsk und Bischkek eine Phasensynchronisation von Temperatur und Niederschlag auszuschließen. Es ist auffällig, daß Naryn und Karakol höher gelegene Stationen sind. Offensichtlich scheint sich – auf Grund der unterschiedlichen Wirksamkeit der Wetterlagen – im Tian-Shan bzw. Issyk-Kul-Becken die Witterung (Niederschlag und Temperatur) gegenläufig phasensynchron zu verhalten (vgl. Abb. 5.1), während dies im Vorland (Kazalinsk und Bischkek) nicht der Fall zu sein scheint. Dies ist konsistent mit dem Beispiel von Oxford und Wien in Abb. 5.11, wo die Temperatur- und Niederschlagsreihen des hoch gelegenen Wien besser phasensynchronisiert sind als die von Oxford. Es sei daran erinnert, daß die Analyse der Phasensynchronisation im Gegensatz zur Kreuzkorrelationsfunktion nur positive Werte liefert, auch wenn möglicherweise Antikorrelationen vorliegen.

Diese Erkenntnisse können Relevanz für die Situation in Zentralasien haben. Dort besteht erhöhtes Konfliktpotential, wenn niederschlagsarme Epochen besonders heiß sind und viel Wasser gebraucht wird, oder umgekehrt, wenn in niederschlagsreichen Jahren ein Überschuß an Wasser besteht, das im Winter zur Energiegewinnung abgelassen werden muß, was wiederum zu Überschwemmungen führen kann [78].

Resumee

Folgende Ergebnisse lassen sich für die Analyse der Phasensynchronisation zwischen den betrachteten Temperatur- und Niederschlagsreihen aus Zentralasien festhalten:

1. Die Temperaturreihen sind in ihren Phasen deutlich stärker synchronisiert als die Niederschlagsreihen.

5 Statistische Abhängigkeiten zwischen Temperatur- und Niederschlagsreihen

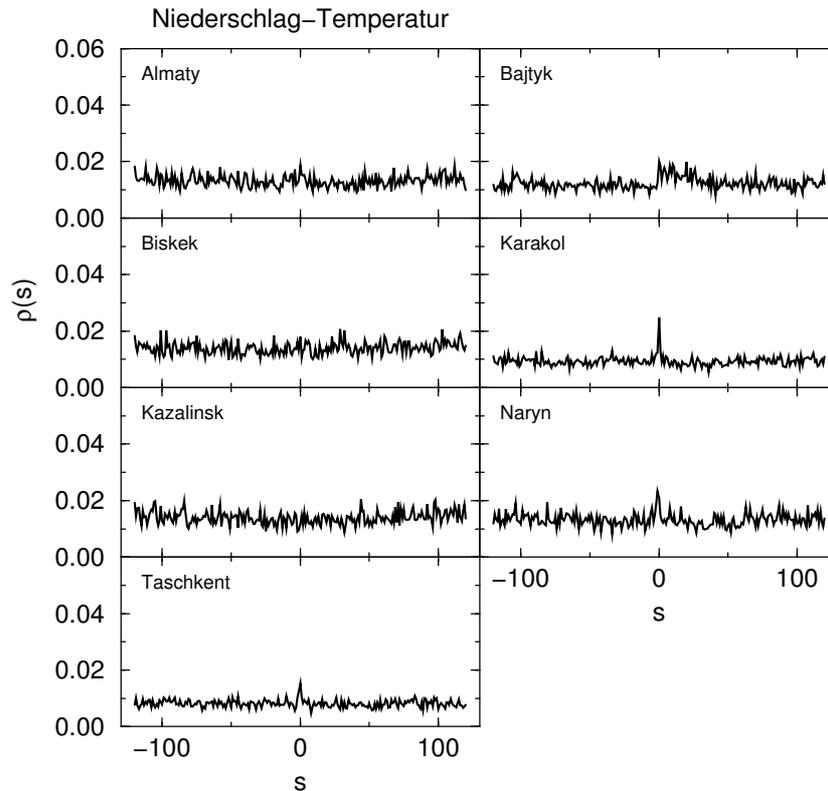


Abbildung 5.22: Ergebnisse der Phasensynchronisation zwischen Niederschlags- und Temperaturreihen je derselben Klimastation (angegeben im Teilbild). Es ist aufgetragen der Synchronisationsindex ρ , Gl. (5.11, 5.12), gegen die Verschiebung um s Monate.

2. Der Abstand zwischen den Klimastationen ist maßgeblich für die Ausprägung der Phasensynchronisation. Die Resultate sind darüber hinaus sehr differenziert, wobei die Exposition und die Höhenlage eine große Rolle zu spielen scheinen.
 - eher starke Phasensynchronisation zu anderen Reihen:
Bischkek und Almaty (nördliche Gebirgsrandlage)
 - eher schwache Phasensynchronisation zu anderen Reihen:
Karakol (im Issyk-Kul-Becken) und Naryn (im Tian-Shan)
3. Die Phasensynchronisation beider Klimaelemente an einem Ort ist schwach, manchmal verschwindend, und bei den höher gelegenen Standorten deutlicher zu erkennen.

Zwischen den zentralasiatischen Stationen tritt also Phasensynchronisation bei Temperatur und Niederschlag auf. Insbesondere zwischen den Temperaturreihen ist dies bis zur Klimastation von Kazalinsk nachzuweisen, die rund 1 000 km von den anderen Standorten entfernt liegt. Gleichzeitig stellt sich die Frage, wie es dazu kommt, daß Temperatur und Niederschlag an einem Ort (vor allem Karakol bzw. Naryn) synchron verlaufen und weshalb es am stärksten bei den intramontanen Standorten zu erkennen ist.

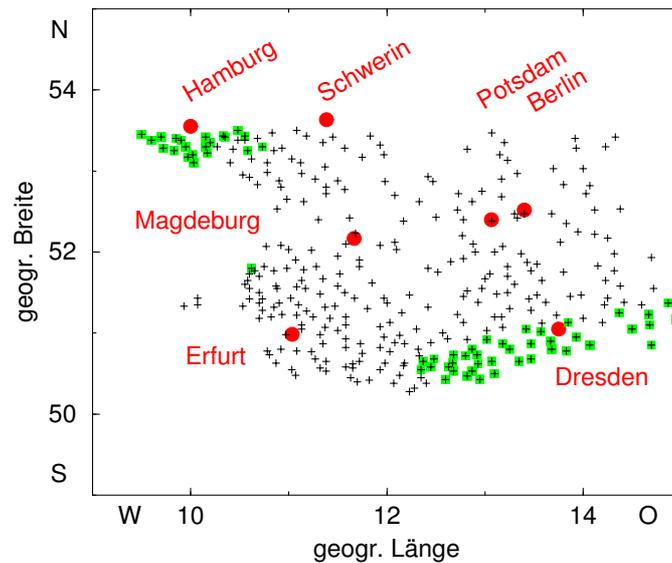


Abbildung 5.23: Standorte der meteorologischen Stationen (Kreuze), deren tägliche Niederschlagsreihen analysiert wurden. Das gezeigte Gebiet stellt den überwiegend ostdeutschen Teils des Elbe-Einzugsgebietes dar. Die Reihen decken den Zeitraum 1951 bis 2000 (18250 Tage) ab. Zur besseren Orientierung wurden als Kreise die größten Städte eingezeichnet. Bei jenen Stationen, die ein Quadrat tragen, ist die Phasensynchronisation der Niederschlagsreihen um einen Tag von Nordwesten nach Südosten verzögert.

5.3 Niederschlag im Elbe-Einzugsgebiet

Für die Temperatur- und Niederschlagsreihen der ausgewählten Klimastationen in Zentralasien wurde die Phasensynchronisation analysiert. Es zeigt sich, daß die Reihen unterschiedlich stark miteinander phasensynchronisiert sind, wobei der Abstand zwischen den Stationen eine wesentliche Rolle spielt. Hier wird anhand eines umfangreichen Datenpaketes von Niederschlagsreihen genauer analysiert, welchen Einfluß die Entfernung auf die Ausprägung der Phasensynchronisation für den Fall von Niederschlag hat. Darüber hinaus werden die Korrelationskoeffizienten als Maxima der Kreuzkorrelationsfunktionen berechnet und mit den Resultaten der Analyse von Phasensynchronisation in Beziehung gesetzt. Auf diese Weise können die Unterschiede zwischen beiden Verfahren besser verstanden werden.

In diesem Abschnitt wird also die beschriebene Methode zur Untersuchung von Phasensynchronisation verwendet, um tägliche Niederschlagsreihen systematisch zu untersuchen. Sie wurden im Zeitraum 1951-2000 an 317 Meßstationen im überwiegend ostdeutschen Teil des Elbe-Einzugsgebietes gemessen, vgl. Abb. 5.23. Das Untersuchungsgebiet ist mit einer Ausdehnung von bis zu 450 km um einen Faktor 2-3 kleiner als das von Zentralasien, dafür aber räumlich besser mit Stationen abgedeckt. Von jeder Station wurde die volle Datenlänge, nämlich 18 250 Werte, verwendet. Die Niederschlagsreihen wurden mittels Gl. (2.1) saisonbereinigt, um keine triviale Phasensynchronisation zu finden (siehe Diskussion in Kap. 5.1.4 und [184]).

Zur Analyse der Phasensynchronisation wird auch hier wieder die Hilbert-Transformation verwendet. Das Verfahren aus Kap. 5.1.4 wird am Beispiel der Niederschlagsreihen von Oranien-

5 Statistische Abhängigkeiten zwischen Temperatur- und Niederschlagsreihen

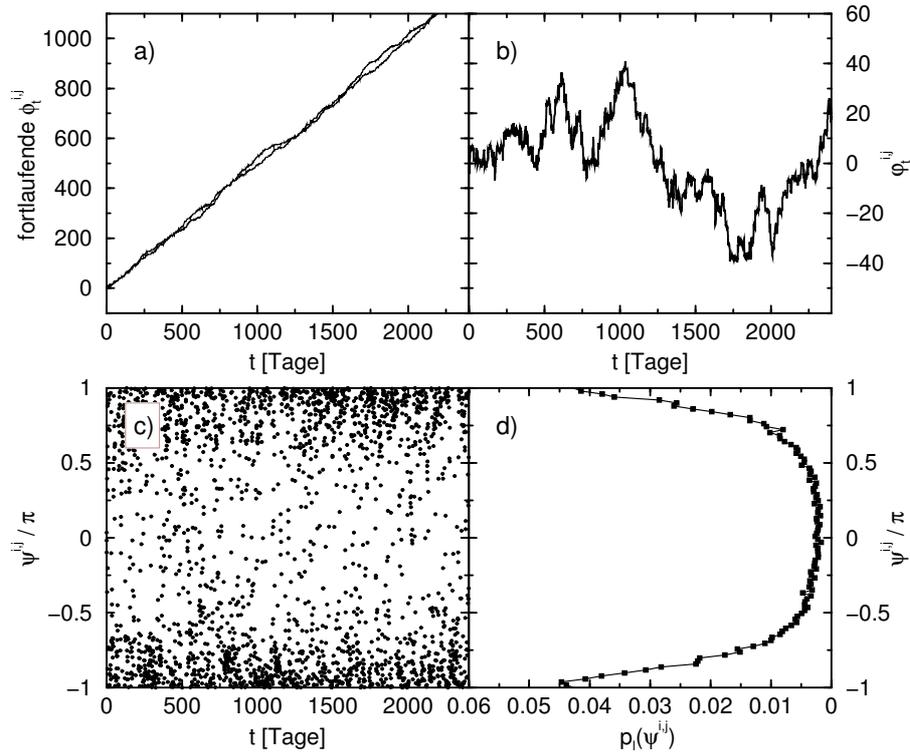


Abbildung 5.24: Extrahierte Phasen und deren Verwendung zur Quantifizierung der Phasensynchronisation am Beispiel der Niederschlagsreihen von Oranienbaum und Güssefeld (Elbe-Einzugsgebiet), siehe auch Abb. 5.25b)+e). a) fortlaufende Phasen ϕ_t , b) Phasendifferenz φ_t , c) zyklische Phasendifferenz ψ_t (Synchrogramm) in Einheiten von 2π und d) Histogramm der ψ_t , das die Wahrscheinlichkeit wiedergibt, eine Phasendifferenz in der l -ten Klasse zu finden, hier $M = 100$ als Punkte.

baum und Güssefeld illustriert. Es liefert dann zunächst die Phasen beider Reihen, Abb. 5.24a) und deren Phasendifferenz, Abb. 5.24b). Betrachtet man die zyklische Phasendifferenz, dann wird eine ungleichmäßige Verteilung der instantanen Phasendifferenz deutlich, Abb. 5.24c), die sich in einem Histogramm, Abb. 5.24d), besser sichtbar machen lässt. Die Shannon-Entropie des Histogramms liefert den Phasensynchronisationsindex ρ . Sollten im Synchrogramm (Abb. 5.24c)) horizontale Streifen auftreten (was hier nicht der Fall ist), so würde dies auf $n : m$ -Synchronisation (mit $n \neq m$) oder Modulation hindeuten (Kap. 6.3.4 in [170]).

In Abbildung 5.25 sind die $\rho(s)$ - und $C_{\times}(s)$ -Kurven für drei Beispiele gezeigt. Stets tritt ein scharfes Maximum auf und schnell abfallende Werte für große Verschiebung. Bei ca. $|s| > 15$ sind sie praktisch Null. Wieder wird die Höhe dieser Spitzen als Maß für die Stärke der Phasensynchronisation (ρ_{\max}) und Kreuzkorrelation ($C_{\times, \max}$) betrachtet und für weitere Untersuchungen verwendet. Abb. 5.25 zeigt, daß die Werte in einem weiten Bereich variieren und daß die Distanz zwischen den jeweils zwei Niederschlagsstationen einen maßgeblichen Einfluß hat.

Soll die Phasensynchronisation für alle möglichen Paare von Niederschlagsreihen analysiert werden, dann hat man $(317 \cdot 317 - 317)/2 = 317(317 - 1)/2 = 50086$ Kombinationen, vgl.

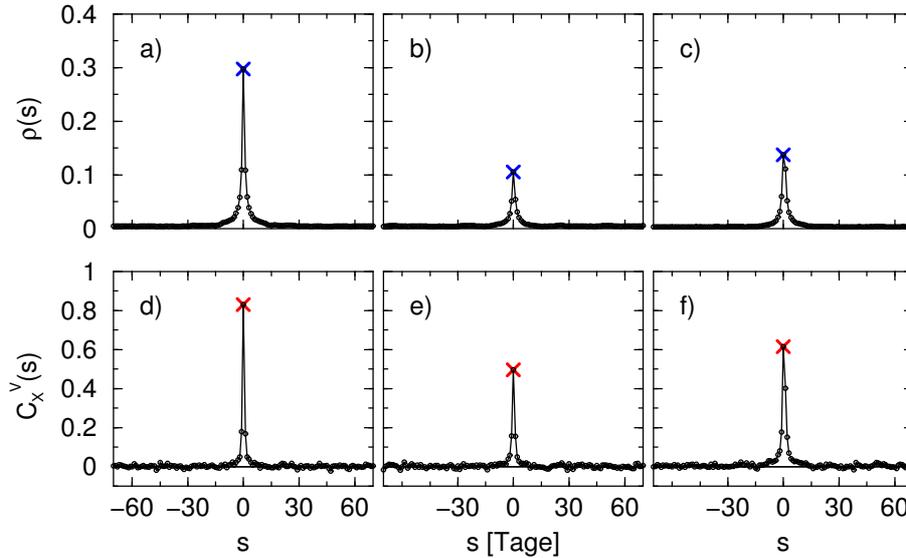


Abbildung 5.25: Analyse von Phasensynchronisation und Kreuzkorrelation einzelner Niederschlagsreihen von Stationen des Elbe-Einzugsgebietes: a)-c) Ergebnisse der Phasensynchronisation $\rho(s)$ (obere Reihe) und d)-f) Ergebnisse der Kreuzkorrelationsfunktion $C_x^v(s)$ (untere Reihe), aufgetragen gegen die Verschiebung um s Tage. Es handelt sich um die Stationen a)+d) Loburg und Genthin (29,6 km), b)+e) Oranienbaum und Güssefeld (124,4 km), siehe auch Abb. 5.24, sowie c)+f) Wernigerode (Hasseroede) und Brocken (9,2 km).

z.B. Tab. 5.2. Die Berechnung wurde für alle Paare durchgeführt und mittels Verschiebung der Wert der optimalen Phasensynchronisation ρ_{\max} gesucht. Dies ist bei täglicher Auflösung erforderlich, da die Ausbreitung von Wetterlagen eine Verzögerung verursachen kann. In den meisten Fällen liegt die maximale Phasensynchronisation ρ_{\max} bei $s = 0$ und nur bei 238 Paaren (0,4 %) befindet sich das Maximum bei $s = \pm 1$. Erwartungsgemäß liegen diese Stationen weit voneinander entfernt, überwiegend zwischen 300 km und 500 km (Abb. 5.26a)). Eine durchschnittliche Ausbreitungsgeschwindigkeit der Niederschlagswitterung beträgt also mindestens $400 \text{ km}/12 \text{ h} = 33 \text{ km/h}$. In Abb. 5.23 sind jene Stationen hervorgehoben, bei denen eine solche Verzögerung auftritt. Sie liegen am nordwestlichen bzw. südöstlichen Rande des betrachteten Gebietes, wobei der Niederschlag im letzteren Bereich verzögert ist. Folglich verläuft die mittlere Ausbreitung der Niederschlagswitterung von der Küste zum Inland. Neben der Phasensynchronisation wurde auch die Kreuzkorrelation nach den Gl. (5.14, 5.15) analysiert, siehe Abb. 5.25. Wieder wird der höchste Wert für die Kreuzkorrelationsfunktion $C_{x,\max}$ meistens bei $s = 0$ gefunden und nur in 129 Fällen (0,3 %) bei $s = \pm 1$, wobei sich diese Stationen weitgehend mit den entsprechenden der Analyse von Phasensynchronisation decken, siehe auch Abb. 5.26b).

Um die Rolle des Raumes besser zu verstehen, wurden als Nächstes die Abstände $D^{i,j}$ zwischen den Stationen mit den Indizes i und j berücksichtigt. In Abb. 5.26a) sind die Werte $\rho_{\max}^{i,j}$ für alle Kombinationen (i,j) (mit $1 \leq i < j \leq 317$) gegen die zugehörige Distanz aufgetragen. Wie erwartet nimmt die Stärke der Phasensynchronisation mit dem Abstand ab. Es handelt sich um eine halb-logarithmische Auftragung in der eine Gerade einem lo-

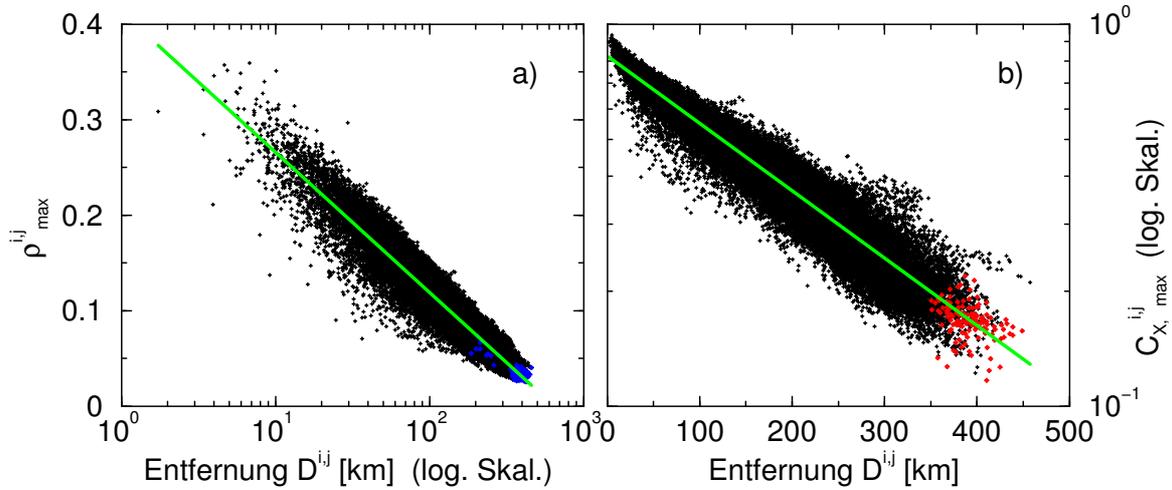


Abbildung 5.26: Einfluß der Distanz $D^{i,j}$ zwischen den Niederschlagsreihen der Stationen (i, j) auf die maximale Phasensynchronisation und die maximale Kreuzkorrelation. Es sind alle 50 086 Werte dargestellt, wobei jeder Punkt den Maximalwert zwischen zwei Stationen repräsentiert. a) Für die maximale Phasensynchronisation $\rho_{\max}^{i,j}$ ist zusätzlich ein logarithmischer Fit als gerade Linie eingezeichnet. 238 (0,4 %) aller Paare erreichen die maximale Phasensynchronisation bei $s = \pm 1$ Tag (blau). b) Für die maximale Kreuzkorrelation $C_{\times, \max}^{i,j}$ ist ein exponentieller Fit durch die Daten als durchgezogene Linie eingezeichnet. 129 (0,3 %) Paare erreichen die maximale Phasensynchronisation bei $s = \pm 1$ Tag (rot).

garithmischen Zusammenhang entspricht. Die gestreckte Struktur in dieser Darstellung läßt auf eine gute Übereinstimmung schließen, so daß eine Ausgleichsgerade angepaßt wurde mit $\rho(D) = -0,06 \ln(D) + 0,41$. Dies führt zu einer mittleren maximalen Reichweite – der Abstand, für den ρ verschwindet ($\rho(D_{\max}) = 0$) – von ungefähr 650 km.

Andererseits nimmt die Stärke der Kreuzkorrelationen exponentiell ab (Abb. 5.26b)). Hier führt das Anfitzen zu $C_{\times}(D) = 0,83 \exp(-0,004D)$. In diesem Fall sind die Achsen umgekehrt halb-logarithmisch skaliert, so daß wegen der logarithmischen $C_{\times, \max}^{i,j}$ -Achse keine mittlere maximale Reichweite existiert ($C_{\times}(D) > 0$). Es sei zudem angemerkt, daß die Regression bei kleinen Abständen unterhalb von ca. 50 km schlechter paßt, weshalb es sich hierbei um eine Art Crossover der räumlichen Korrelationen handelt.

Die Tatsache, daß für die Entfernungsabhängigkeit von ρ_{\max} und $C_{\times, \max}$ verschiedene Anpassungsfunktionen verwendet werden, wirft Fragen auf. Für die Phasensynchronisation hat man eine endliche mittlere Reichweite, oberhalb derer sich für immer weniger Stationen Phasensynchronisation zwischen den Niederschlagsreihen nachweisen läßt – theoretisch auf Basis der vorliegenden Daten. Im Gegensatz dazu gibt es zwischen dem Fit der Kreuzkorrelationen und der Nullachse keinen Schnittpunkt, so daß die mittlere Reichweite gegen unendlich geht. Wie kommt es zu diesem entscheidenden Unterschied? Ein naheliegender Aspekt sind die Unterschiede in der Natur der beiden Methoden. Bei der Kreuzkorrelationsfunktion kommen Amplituden und Phasen undifferenziert zur Geltung, wobei die Methode zur Analyse von Phasensynchronisation ausschließlich die Phasen berücksichtigt (vgl. Kap. 5.1.4). Ein anderer Erklärungsansatz könnten die Eigenschaften des Index ρ sein, vgl. Gl. (5.14, 5.15). Er basiert

auf der Shannon-Entropie, die ihrerseits den Logarithmus enthält. Möglicherweise sähe es anders aus, wenn man den Index γ , Gl. (5.13), verwenden würde, vgl. Abb. 5.15. Leider konnte dies noch nicht verifiziert werden.

Neben der Abstandsabhängigkeit wurde eine sehr schwache Richtungsabhängigkeit (Winkel zwischen den Stationen mit den Indizes i und j) der Residuen $\rho_{\max}^{i,j} - \rho(D^{i,j})$ und $C_{\times, \max}^{i,j} - C_{\times}(D^{i,j})$ gefunden. Der Einfluß der Richtung ist konsistent mit der Verzögerung der Phasensynchronisation und Kreuzkorrelation (Abb. 5.23 und 5.26). Kombinationen in SW-NO-Richtung haben leicht erhöhte Werte.

Vergleicht man die Höhe der Spitzen in den $\rho(s)$ - und $C_{\times}(s)$ -Kurven für die Paare (i, j) ohne den Abstand zu berücksichtigen, dann findet man einen starken positiven Zusammenhang, d.h. wo die Kreuzkorrelationsfunktion ein hohes Maximum aufweist, hat die Analyse der Phasensynchronisation auch eher ein hohes Maximum. Etwas anders sieht das Bild aus, wenn man die Fits abzieht und die Residuen gegeneinander aufträgt (nicht gezeigt). Dann spaltet sich die Punktwolke in zwei Äste auf.

Die hier vorgestellten Ergebnisse sind in großen Teilen vereinbar mit früheren Resultaten, wie sie sich in der Literatur finden, abgesehen von der Tatsache, daß hier die Methode zur Untersuchung von Phasensynchronisation zum Einsatz kam. Fraedrich und Schönwiese 2002 [72] berichten von langreichweitigen räumlichen Korrelationen ähnlich den hier vorgestellten. Dabei wurden für die Niederschlagsreihe von Frankfurt am Main die Korrelationskoeffizienten mit den Reihen umliegender 250 Stationen berechnet. Die Autoren finden eine lineare Abhängigkeit und beschreiben eine geringe Repräsentativität, also ein schnelles Abfallen der Korrelationen mit dem Abstand der Stationen. Im Gegensatz dazu fallen die räumlichen Korrelationen für die Temperaturreihe von Helsinki (Finnland) mit denen von umliegenden 182 Stationen viel langsamer mit der Distanz ab (hohe Repräsentativität). Obwohl die Koeffizienten bei 4000 km schon negativ sind, werden sie bei ca. 7000 km wieder positiv [136], was üblicherweise als „*Teleconnections*“ (Fernverbindungen) bezeichnet wird.

Die räumlichen Korrelationen und das sogenannte Variogramm werden von Bacchi und Kottegoda 1995 [7] in Beziehung gesetzt. Das (räumliche) Variogramm basiert, anders als die Kreuzkorrelationsfunktion, auf Differenzen: $\Gamma(\tau_i^{(1)}, \tau_i^{(2)}) = \langle (\tau_i^{(1)} - \tau_i^{(2)})^2 \rangle$. In gewisser Weise ähnelt es der konventionellen Fluktuationsanalyse (Kap. 2.1 und 2.2.1), nur daß hier die Werte zwei verschiedener Reihen subtrahiert werden ($s = 0$) und daß nach dem Mitteln nicht mehr die Wurzel gezogen wird. Theoretischen Modellen entsprechend steigt Γ zunächst mit der Entfernung der Stationen, um dann einen asymptotischen Wert anzunehmen. In Bezug auf Niederschlag finden Bacchi und Kottegoda 1995 [7], daß sich Gebirge und Höhenlagen schwächend auf die räumlichen Korrelationen auswirken. Skøien u. a. 2003 [197] untersuchen die charakteristischen Raum-Zeit-Skalen in der Hydrologie anhand einer großen Anzahl von Meßstationen in Österreich. In den räumlichen Variogrammen werden dabei keine charakteristischen Skalen für den Niederschlag gefunden. Das Variogramm erreicht bis ca. 700 km kein Plateau.

Zum Thema Synchronisation im Klima wären zwei Arbeiten zu nennen. Duane 1997 [56] zeigt, daß die Synchronisation in zwei semiautonomen gekoppelten Subsystemen aus Differentialgleichungen nicht von der zeitlichen Verzögerung aufgrund der räumlichen Trennung zerstört wird. Der Artikel von Lunkeit 2001 [133] wurde bereits eingangs erwähnt. Die Autoren untersuchen ein atmosphärisches globales Klimamodell und kommen zu der Schlußfolgerung, daß Synchronisation ein wichtiger Mechanismus der klimatischen Variabilität sein kann.

5.4 Diskussion

Die Methode zur Analyse von Phasensynchronisation wurde erfolgreich auf verschiedene klimatische Reihen angewendet. Für das eingangs vorgestellte Beispiel der täglichen Klimareihen von Oxford und Wien wurde sowohl zwischen den Temperatur- und Niederschlagsreihen beider Meßstationen als auch zwischen beiden Elementen an einem Ort signifikante Phasensynchronisation gefunden. Unter Umständen kann sich eine Wechselbeziehung in der Phasensynchronisation besser erkennen lassen als mittels der Kreuzkorrelationsfunktion. Bei der etwas detaillierteren Studie von monatlichen Temperatur- und Niederschlagsreihen zentralasiatischer Klimastationen zeigt sich eine stärkere Phasensynchronisation zwischen den Temperaturreihen als zwischen den Niederschlagsreihen. Allgemein hängt ihre Ausprägung von dem Abstand zwischen den Stationen ab, speziell spielen aber Exposition und Höhenlage eine große Rolle. Fast isoliert sind dabei die Meßstationen von Karakol im Issyk-Kul-Becken und von Naryn im Tian-Shan. Die Phasensynchronisation beider Klimaelemente an einem Ort ist schwach und nicht immer gegeben, allerdings bei den höher gelegenen Standorten deutlicher zu erkennen. Die umfangreiche systematische Analyse von täglichen Niederschlagsreihen aus dem Elbe-Einzugsgebiet offenbart auf Distanzen bis 400 km einen logarithmischen Zusammenhang zwischen der Phasensynchronisation (Index ρ) und dem Abstand zwischen den Klimastationen. Dies führt zu einer endlichen mittleren Reichweite in der Phasensynchronisation. Im Gegensatz dazu zeigt sich bei den Korrelationskoeffizienten eine exponentielle Abhängigkeit mit divergierender mittlerer Reichweite. Diese Diskrepanz bestärkt die Vermutung, daß die Methode zur Untersuchung von Phasensynchronisation in der Tat andere Information über das Wechselspiel der Witterung zwischen verschiedenen Orten liefert.

Die verwendete Methode stammt ursprünglich aus dem Bereich der nicht-linearen Dynamik und kommt in den letzten Jahren verstärkt bei der Charakterisierung von Phasensynchronisation in biologischen Systemen zum Einsatz. Die pragmatische Übertragung der Methode auf Klimazeitreihen bedarf also auch einer kritischen Reflexion.

Vereinfacht ausgedrückt beschreibt die Phase den gegenwärtigen „Zustand“ eines schwingenden Systems bzw. Oszillators. Sie besagt wie er ansteigt, abfällt, wann der Nulldurchgang vollzogen und die maximale Auslenkung erreicht wird. Jedoch wird ihre Definition um so unklarer je unregelmäßiger sich das betrachtete System verhält. Dann wird die Extraktion der Phasen zur kritischen Frage. Für chaotische oder verrauschte Oszillatoren [179] stellt die Hilbert-Transformation ein elegantes Werkzeug dar, das sich zur Berechnung instantaner Phasen etabliert hat. Ihre Anwendung auf stochastische Prozesse wie (langzeit)korrelierte Zufallsreihen ist umstritten. Wie gezeigt wurde, werden Schwingungen verschiedener Wellenlänge unterschiedlich häufig mittels der $-\pi/2$ -Verschiebung der Hilbert-Transformation identifiziert. Dabei sind besonders kurze oder lange Schwingungen selten, weshalb es sich um eine Art Filter handelt. Simulationen zu diesem Sachverhalt konnten in dieser Arbeit leider noch nicht vorgestellt werden. Eine Option, dem Einwand zu entgegen, ist ein vorheriges Filtern, so daß die untersuchten Reihen eine schmale Bandbreite haben. Für die Anwendung auf klimatische Zeitreihen bleibt aber die Voraussetzung von Stationarität. Dieser Einfluß müßte auch mittels künstlicher Zufallszahlen untersucht werden.

Die wesentliche methodologische Errungenschaft in dieser Arbeit ist das Einführen der Verschiebung s . Sie ist kontraintuitiv, da man bei der Phasensynchronisation erwartet, daß sich eine Verschiebung in einer Änderung der Phasendifferenz äußert. Zwei Sinusschwingungen gleicher Frequenz ändern sich nicht in ihrer Phasensynchronisation wenn sie gegeneinander

verschoben werden, nur der Wert der Phasendifferenz variiert. Anders sieht es bei stochastischen Prozessen aus. Hier hat jede Reihe ein charakteristisches unregelmäßiges Muster, das wie ein Schlüssel zum Schloß paßt, wenn die Reihen korrekt gegeneinander verschoben sind. Dieses Konzept wird seit der Veröffentlichung von [184] bereits verschiedentlich aufgegriffen [86, 154, 41].

Cimponeriu u. a. 2004 [43] untersuchen die Verzögerung von gekoppelten Oszillatoren (siehe auch [83]). Wie eingangs angesprochen, unterscheiden sie sich deutlich von den Zufallsreihen, die in diesem Kapitel analysiert wurden. Dabei finden die Autoren, daß eine Verzögerung nur gemessen werden kann, wenn das System verrauscht oder chaotisch ist.

Die Größe s wird analog zu ihrer Funktion bei der Kreuzkorrelationsfunktion eingeführt, siehe z.B. [83]. Die Unterschiede zwischen der Analyse von Phasensynchronisation und der Kreuzkorrelationsfunktion konnten bisher hauptsächlich aus Mangel eines geeigneten Modells noch nicht besser ausgearbeitet werden. Aber auch so bleiben genug Fragen zum vorgestellten Verfahren. Die fortlaufenden Hilbertphasen scheinen sich in ihren Autokorrelationen bis auf einen linearen Trend asymptotisch wie eine kumulierte Reihe zu verhalten, mit $\alpha + 1$. Aber wie sieht es mit der Verteilung und den Autokorrelationen der Amplituden aus? Sind die Phasen tatsächlich unabhängig von den Amplituden? Zumindest die Kreuzkorrelationsfunktion zwischen instantanen Phasen wird von Chen u. a. 2005 [41] diskutiert.

Synchronisation impliziert eigentlich immer eine Aktivität. Zwei Uhren werden durch einen Akteur synchronisiert oder laufen aufgrund einer Wechselwirkung synchron. Im Gegensatz dazu ist mit Synchronisation in diesem Kapitel immer die Messung von Synchronisation gemeint, also die Quantifizierung wie ähnlich die Uhren laufen. Dabei wird keine Erkenntnis über die Kausalität gewonnen. Kaufmann und Stern 1997 [116] weisen darauf hin, daß die konventionelle Korrelationsanalyse nicht zeigt, ob ein gefundener Zusammenhang zufällig ist oder ob die ‚abhängige Reihe‘ bedeutend von der ‚unabhängigen Reihe‘ abhängt. Bei Tests auf die sogenannte Granger-Kausalität [87] prüft man, ob vergangene Werte der Reihe $\tau^{(1)}$ statistisch aussagekräftige Information über die aktuellen Werte der Reihe $\tau^{(2)}$ enthalten, die nicht in vergangenen Werten von $\tau^{(2)}$ enthalten sind. Die Reihe $\tau^{(1)}$ wirkt also Granger-kausal auf die Reihe $\tau^{(2)}$, wenn vergangene Werte von $\tau^{(1)}$ nicht in vergangenen $\tau^{(2)}$ enthaltene Information über die gegenwärtigen $\tau^{(2)}$ haben. Leider beruht der entsprechende Test nur auf autoregressiven Modellen, weshalb er bei langzeitkorrelierten Reihen nicht anwendbar ist. Obwohl sie nicht geprüft wurden, ist aus Plausibilitätsgründen bei den oben dargelegten Ergebnissen von kausalen Zusammenhängen auszugehen.

In Kapitel 2 werden die Langzeitkorrelationen innerhalb einer Reihe beschrieben – also Autokorrelationen. Sie lassen sich bei Klimazeitreihen zuverlässig mit der DFA quantifizieren [120]. Es ist also naheliegend, auch im bivariaten Fall nach Langzeitkorrelationen zu suchen. In Abbildung 5.15 wurde bereits gezeigt, daß es zwischen zwei Reihen theoretisch Langzeitkorrelationen geben kann. Die direkt berechnete Kreuzkorrelationsfunktion hat allerdings die gleichen Probleme wie die Autokorrelationsfunktion (siehe z.B. [39]). Bei großen Skalen beginnt sie bald, um Null zu fluktuieren, so daß der Kreuzkorrelations-Exponent γ_{\times} bei den relevanten Skalen nicht bestimmt werden kann. Außerdem werden die Ergebnisse durch Trends verfälscht, was auch für das Kreuzspektrum gilt.

Eine interessante Fortführung dieser Arbeit ist die Verwendung der gewonnenen Phasensynchronisationsindizes und Korrelationskoeffizienten der Elbe Niederschlagsdaten (Kap. 5.3) zur Konstruktion eines Netzwerkes. Dabei stellen die Meßstationen Knoten dar, die sukzessiv ver-

5 *Statistische Abhängigkeiten zwischen Temperatur- und Niederschlagsreihen*

knüpft werden in der Reihenfolge der Stärke von Phasensynchronisation oder Kreuzkorrelation nach Abzug der jeweiligen Abstandsabhängigkeit. Tsonis und Roebber 2004 [211] haben auf diese Art und Weise globale, gerasterte, monatliche 500 hPa-Reihen mittels Korrelationskoeffizienten untersucht. Die 500-hPa-Fläche gibt an, auf welcher Höhe (über NN) ein Druck von 500 hPa herrscht (etwa 5 500 m). Die so konstruierten Netzwerke sind natürlich unregelmäßig und man kann ihre statistischen Eigenschaften studieren [198]. Für die Druckdaten wurden zwei ineinander verwobene Unternetzwerke gefunden [211], eines in den Tropen und eines in den höheren Breiten, wobei das der Tropen die beiden Hemisphären verbindet (andere Beispiele von Netzwerken aus Zeitreihen: [18, 161, 103, 9]). Es stellt sich also die Frage, welche Eigenschaften ein Netzwerk des Niederschlages im regionalen Elbe-Einzugsgebiet hat und wie es bei globalen Temperaturreihen aussieht.

6 Zusammenfassung

In dieser Arbeit habe ich mit Methoden der statistischen Physik die Eigenschaften persistenter klimatologischer Zeitreihen untersucht, die Rückschlüsse auf die Systemdynamik erlauben. Der erste Schwerpunkt lag dabei auf den Auswirkungen von Langzeitkorrelationen. Die Analysen und theoretischen Betrachtungen haben belegt, daß Langzeitkorrelationen zu einem häufigeren Auftreten auch größerer Anstiege in den Zeitreihen führen. Dadurch wurde die Vermutung quantitativ bestätigt, daß Langzeitkorrelationen trendähnlich wirken können.

Das Vorkommen von Langzeitkorrelationen habe ich mittels der Trendbereinigenden Fluktuationsanalyse in Temperaturreihen eines tausendjährigen Simulationslaufes mit historischen Antrieben (Forcings) im Vergleich zu gemessenen Temperaturdaten bestimmt. In dem räumlich aufgelösten globalen Klimamodell werden die zeitlichen Skaleneigenschaften in großen Bereichen gut reproduziert. Dabei zeigen sich selbst an sehr kontinentalen Standorten noch ausgeprägte Langzeitkorrelationen, was im Gegensatz zu früheren Arbeiten anderer Gruppen steht. Bei der gleichen Analyse eines langen Kontrolllaufes fällt die Langzeit-Persistenz deutlich schwächer aus, was die Bedeutung der Antriebe verdeutlicht.

Vor dem Hintergrund der Langzeitkorrelationen in klimatologischen Reihen formuliert sich in Anbetracht der Ähnlichkeit von Langzeitkorrelationen und Trends ein weiterer Fokus meiner Arbeit, nämlich die Trenderkennung beim Vorliegen dieser speziellen Persistenzen. Dabei habe ich zwei sehr unterschiedliche Strategien verfolgt.

Einerseits habe ich den Vergleich aus trendbereinigender und konventioneller Fluktuationsanalyse für ein neues Verfahren genutzt, um den Temperaturanstieg innerhalb zentralasiatischer Temperaturreihen zu quantifizieren. Dabei konnte ein signifikanter Trend belegt werden. Andererseits dient mir eine Statistik aus Mittelwerten und ihren Differenzen dazu, die Erwärmung der nördlichen Hemisphäre seit dem neunzehnten Jahrhundert auf Basis der Rekonstruktionen, die fünfhundert bis zweitausend Jahre in die Vergangenheit reichen, zu bewerten. Nach dieser Analyse ist es sehr unwahrscheinlich, daß sich die beobachtete Temperaturzunahme mit den natürlichen langzeitkorrelierten Fluktuationen erklären läßt.

Den zweiten Themenschwerpunkt meiner Arbeit bildet die Untersuchung von Niederschlagszeitreihen. Sie ist motiviert durch die Vorzüge der modernen Methoden, die zur Überprüfung früherer Arbeiten angeregt haben. Die Verwendung der multifraktalen Erweiterung der Trendbereinigenden Fluktuationsanalyse hat ergeben, daß die komplexen zeitlichen Eigenschaften des Niederschlags mit nur einem Fluktuationsexponenten nicht vollständig beschrieben werden. Auch wenn das zweite Moment der Niederschlagsreihen asymptotisch nur schwach oder gar nicht langzeitkorreliert ist, so kann das Korrelationsverhalten wegen der höheren Momente trotzdem nicht mit weißem Rauschen gleichgesetzt werden.

Im letzten Kapitel habe ich eine Methode zur Untersuchung von Phasensynchronisation aus dem Bereich der nicht-linearen Dynamik auf klimatologische Fragestellungen übertragen.

Auch wenn sich die Gestalt der Daten bei Oszillatoren und stochastischen Prozessen deutlich unterscheidet, konnte trotzdem Synchronisation zwischen klimatologischen Reihen festgestellt werden. Bei den verrauschten Klimazeitreihen zeigt sich in der Phasensynchronisation eine für Oszillatoren kontraintuitive Verzögerung um einzelne Tage. Mit verschiedenen systematischen Analysen von Temperatur- und Niederschlagsreihen habe ich untersucht, wie die Ausprägung von Phasensynchronisation bzw. Kreuzkorrelationen mit dem Abstand der klimatologischen Stationen abnimmt. Außerdem konnte ich zeigen, daß sich mit dem Verfahren zur Analyse von Phasensynchronisation im Gegensatz zur Kreuzkorrelationsfunktion statistische Abhängigkeiten auch beim Vorliegen dominanter Oszillationen, wie dem Jahresgang, ermitteln lassen.

Im Rahmen dieser Arbeit sind verschiedene neue Fragestellungen aufgekommen, die hier nicht mehr behandelt werden konnten, aber neue Impulse für die zukünftige Forschung bilden:

(i) Bei den Langzeitkorrelationen der modellierten Temperaturreihen stellt sich die Frage, welche der verschiedenen Arten von Forcings einen wesentlichen Einfluß ausüben. Mit der weiteren Analyse differenzierter Simulationsläufe können die Effekte wahrscheinlich besser erfaßt werden. (ii) Auch die Trendanalyse mittels DFA läßt sich auf eine systematische Studie mit den Reihen weiterer Standorte ausweiten. Als zusätzliche Verbesserung könnte das sogenannte Schreiber-Verfahren verwendet werden, um auch die Grundverteilung der Reihen zu modellieren. (iii) Die Methode zur Analyse von Phasensynchronisation hat das Manko, in gewisser Weise von Trends beeinflußt zu sein. Vielleicht können mit einer skalenabhängigen Phasenextraktion Trends überwunden werden, was auch den Vorzug hätte, Phasensynchronisation auf verschiedenen Skalen zu erfassen. (iv) Das synchrone Verhalten wie auch die Korrelationen zwischen Klimareihen verschiedener Stationen lassen sich nutzen, um daraus ein Netzwerk zu konstruieren, bei dem die Stationen der Ähnlichkeit ihrer Reihen nach verknüpft werden. Mit den gegenwärtig entwickelten Methoden zur Netzwerkanalyse können dann die raumzeitlichen Eigenschaften des komplexen Klimasystems charakterisiert werden.

Literaturverzeichnis

- [1] ADDISON, P.: The little wave with the big future. In: *Physics World* März (2004), S. 35–39
- [2] ANDRADE, R.F.S. ; SCHELLNHUBER, H.-J. ; CLAUSSEN, M.: Analysis of rainfall records: possible relation to self-organized criticality. In: *Physica A* 254 (1998), Nr. 3-4, S. 557–568
- [3] ANISHCHENKO, V.S. ; ASTAKHOV, V.V. ; NEIMAN, A.B. ; VADIVASOVA, T.E. ; SCHIMANSKY-GEIER, L.: *Nonlinear Dynamics of Chaotic and Stochastic Systems*. Berlin : Springer-Verlag, 2003 (Springer Series in Synergetics). – ISBN 3540424199
- [4] ARNEODO, A. ; AUDIT, B. ; DECOSTER, N. ; MUZY, J.F. ; VAILLANT, C.: *The Science of Disasters*. Kap. 2. Wavelet Based Multifractal Formalism: Applications to DNA Sequences, Satellite Images of the Cloud Structure, and Stock Market Data, S. 27–102. Berlin : Springer-Verlag, 2002. – ISBN 3540413243
- [5] ARNEODO, A. ; BACRY, E. ; GRAVES, P.V. ; MUZY, J.F.: Characterizing Long-Range Correlations in DNA Sequences from Wavelet Analysis. In: *Physical Review Letters* 74 (1995), Nr. 16, S. 3293–3297
- [6] ASHKENAZY, Y. ; HAVLIN, S. ; IVANOV, P.C. ; PENG, C.-K. ; SCHULTE-FROHLINDE, V. ; STANLEY, H.E.: Magnitude and sign scaling in power-law correlated time series. In: *Physica A* 323 (2003), S. 19–41
- [7] BACCHI, B. ; KOTTEGODA, N.T.: Identification and calibration of spatial correlation patterns of rainfall. In: *Journal of Hydrology* 165 (1995), Nr. 1-4, S. 311–348
- [8] BAHAR, S. ; KANTELHARDT, J.W. ; NEIMAN, A. ; REGO, H.H.A. ; RUSSELL, D.F. ; WILKENS, L. ; BUNDE, A. ; MOSS, F.: Long-range temporal anti-correlations in paddlefish electroreceptors. In: *Europhysics Letters* 56 (2001), Nr. 3, S. 454–460
- [9] BAIESI, M. ; PACZUSKI, M.: Scale-free networks of earthquakes and aftershocks. In: *Physical Review E* 69 (2004), Nr. 6, S. 066106
- [10] BARNETT, T. ; ZWIERS, F. ; HEGERL, G. ; ALLEN, M. ; CROWLEY, T. ; GILLET, N. ; HASSELMANN, K. ; JONES, P. ; SANTER, B. ; SCHNUR, R. ; SCOTT, P. ; TAYLOR, K. ; TETT, S.: Detecting and attributing external influences on the climate system: A review of recent advances. In: *Journal of Climate* 18 (2005), Nr. 9, S. 1291–1314
- [11] BERAN, J.: *Statistics for Long-Memory Processes*. Chapman & Hall / CRC, 1994 (Monographs on Statistics and Applied Probability). – ISBN 0412049015
- [12] BERGSTRÖM, H. ; MOBERG, A.: Daily air temperature and pressure series for Uppsala (1722-1998). In: *Climatic Change* 53 (2002), Nr. 1-3, S. 213–252
- [13] BERNAOLA-GALVÁN, P. ; ROMÁN-ROLDÁN, R. ; OLIVER, J.L.: Compositional segmentation and long-range fractal correlation in DNA sequences. In: *Physical Review E* 53 (1996), Nr. 5, S. 5181–5189
- [14] BHATTACHARYA, R.N. ; GUPTA, V.K. ; WAYMIRE, E.: The Hurst Effect under Trends. In: *Journal of Applied Probability* 20 (1983), Nr. 3, S. 649–662
- [15] BHATTACHARYA, R.N. ; WAYMIRE, E.C.: *Stochastic Processes With Applications*. S. 53–62. New York : John Wiley & Sons Inc., 1990 (Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics: Applied Probability and Statistics). – ISBN 0471842729

Literaturverzeichnis

- [16] BLENDER, R. ; FRAEDRICH, K.: Long time memory in global warming simulations. In: *Geophysical Research Letters* 30 (2003), Nr. 14, S. 1769
- [17] BLENDER, R. ; FRAEDRICH, K.: Comment on "Volcanic forcing improves atmosphere-ocean coupled general circulation model scaling performance" by D. Vyushin, I. Zhidkov, S. Havlin, A. Bunde, and S. Brenner. In: *Geophysical Research Letters* 31 (2004), Nr. 22, S. L22213
- [18] BONANNO, G. ; CALDARELLI, G. ; LILLO, F. ; MANTEGNA, R. N.: Topology of correlation-based minimal spanning trees in real and model markets. In: *Physical Review E* 68 (2003), Nr. 4, S. 046130
- [19] BRADLEY, R.S. ; BRIFFA, K.R. ; COLE, J. ; HUGHES, M.K. ; OSBORN, T.J.: *Paleoclimate, Global Change and the Future*. Kap. The Climate of the Last Millennium, S. 105–149. Berlin : Springer, 2003 (Global Change – The IGBP Series). – ISBN 3540424024
- [20] BRIFFA, K.R.: Annual climate variability in the Holocene: interpreting the message of ancient trees. In: *Quaternary Science Reviews* 19 (2000), Nr. 1-5, S. 87–105
- [21] BRIFFA, K.R. ; JONES, P.D. ; SCHWEINGRUBER, F.H. ; OSBORN, T.J.: Influence of volcanic eruptions on Northern Hemisphere summer temperature over the past 600 years. In: *Nature* 393 (1998), Nr. 6684, S. 450–455
- [22] BRIFFA, K.R. ; OSBORN, T.J. ; SCHWEINGRUBER, F.H. ; HARRIS, I.C. ; JONES, P.D. ; SHIYATOV, S.G. ; VAGANOV, E.A.: Low-frequency temperature variations from a northern tree ring density network. In: *Journal of Geophysical Research - Atmospheres* 106 (2001), Nr. D3, S. 2929–2941
- [23] BROCKWELL, P.J. ; DAVIS, R.A.: *Introduction to Time Series and Forecasting*. New York : Springer-Verlag, 1996 (Springer Texts in Statistics). – ISBN 0387947191
- [24] BRONSTEIN, I.N. ; SEMENDJAJEW, K.A. ; MUSIOL, G. ; MÜHLIG, H.: *Taschenbuch der Mathematik für Ingenieure und Studenten*. Frankfurt am Main : Verlag Harri Deutsch, 1995. – ISBN 3817120028
- [25] BRYDEN, H.L. ; LONGWORTH, H.R. ; CUNNINGHAM, S.A.: Slowing of the Atlantic meridional overturning circulation at 25°N. In: *Nature* 438 (2005), Nr. 7068, S. 655–657
- [26] BULDYREV, S.V. ; DOKHOLYAN, N.V. ; GOLDBERGER, A.L. ; HAVLIN, S. ; PENG, C.-K. ; STANLEY, H.E. ; VISWANATHAN, G.M.: Analysis of DNA sequences using methods of statistical physics. In: *Physica A* 249 (1998), Nr. 1-4, S. 430–438
- [27] BULDYREV, S.V. ; GOLDBERGER, A.L. ; HAVLIN, S. ; MANTEGNA, R.N. ; MATSA, M.E. ; PENG, C.-K. ; SIMONS, M. ; STANLEY, H.E.: Long-range correlation properties of coding and noncoding DNA sequences: GenBank analysis. In: *Physical Review E* 51 (1995), Nr. 5, S. 5084–5091
- [28] BUNDE, A. ; EICHNER, J.F. ; GOVINDAN, R. ; HAVLIN, S. ; KOSCIELNY-BUNDE, E. ; , D. ; VJUSHIN, D.: *Nonextensive Entropy: Interdisciplinary Applications*. Kap. 12, S. 207–220, Oxford University Press, 2004. – URL <http://de.arxiv.org/abs/physics/0208019>. – Proceedings Volume in the Santa Fe Institute Studies in the Sciences of Complexity. – ISBN 0195159772
- [29] BUNDE, A. ; EICHNER, J.F. ; HAVLIN, S.: Comment on "Scaling of Atmosphere and Ocean Temperature Correlations in Observations and Climate Models". In: *Physical Review Letters* 92 (2004), Nr. 3, S. 039801
- [30] BUNDE, A. ; EICHNER, J.F. ; KANTELHARDT, J.W. ; HAVLIN, S.: Long-Term Memory: A Natural Mechanism for the Clustering of Extreme Events and Anomalous Residual Times in Climate Records. In: *Physical Review Letters* 94 (2005), Nr. 4, S. 048701
- [31] BUNDE, A. (Hrsg.) ; HAVLIN, S. (Hrsg.): *Fractals and Disordered Systems*. New York : Springer-Verlag, 1991. – ISBN 0387540709
- [32] BUNDE, A. (Hrsg.) ; HAVLIN, S. (Hrsg.): *Fractals in Science*. New York : Springer-Verlag, 1994. – ISBN 0387562206

- [33] BUNDE, A. ; HAVLIN, S. ; KANTELHARDT, J.W. ; PENZEL, T. ; PETER, J.H. ; VOIGT, K.: Correlated and Uncorrelated Regions in Heart-Rate Fluctuations during Sleep. In: *Physical Review Letters* 85 (2000), Nr. 17, S. 3736–3739
- [34] BUNDE, A. ; HAVLIN, S. ; KOSCIELNY-BUNDE, E. ; SCHELLNHUBER, H.-J.: *The Science of Disasters*. Kap. 5. Atmospheric Persistence Analysis: Novel Approaches and Applications, S. 171–191. Berlin : Springer-Verlag, 2002. – ISBN 3540413243
- [35] BUNDE, A. ; KANTELHARDT, J.W.: Langzeitkorrelationen in der Natur: von Klima Erbgut und Herzrhythmus. In: *Physikalische Blätter* 57 (2001), Nr. 5, S. 49–54
- [36] BUNDE, A. (Hrsg.) ; KROPP, J. (Hrsg.) ; SCHELLNHUBER, H.-J. (Hrsg.): *The Science of Disasters*. Berlin : Springer-Verlag, 2002. – ISBN 3540413243
- [37] BUSUIOC, A. ; VON STORCH, H.: Changes in the winter precipitation in Romania and its relation to the large-scale circulation. In: *Tellus* 48A (1996), Nr. 4, S. 538–552
- [38] CARBONE, A. ; CASTELLI, G. ; STANLEY, H.E.: Analysis of clusters formed by the moving average of a long-range correlated time series. In: *Physical Review E* 69 (2004), Nr. 2, S. 026105
- [39] CARRERAS, B.A. ; NEWMAN, D.E. ; MILLIGEN, B.P. van ; HIDALGO, C.: Long-range time dependence in the cross-correlation function. In: *Physics of Plasmas* 6 (1999), Nr. 2, S. 485–494
- [40] CHATFIELD, C.: *Analyse von Zeitreihen*. München : Hanser, 1982. – ISBN 3446135979
- [41] CHEN, Z. ; HU, K. ; H.E., Stanley ; NOVAK, V. ; IVANOV, P.C.: Cross-Correlation of Instantaneous Phase Increments in Pressure-Flow Fluctuations: Applications to Cerebral Autoregulation (Version 2). In: *arXiv.org e-Print archive* (2005). – URL <http://de.arxiv.org/abs/physics/0508102>
- [42] CHEN, Z. ; IVANOV, P.C. ; HU, K. ; STANLEY, H.E.: Effect of nonstationarities on detrended fluctuation analysis. In: *Physical Review E* 65 (2002), Nr. 4, S. 041107
- [43] CIMPONERIU, L. ; ROSENBLUM, M. ; PIKOVSKY, A.: Estimation of delay in coupling from time series. In: *Physical Review E* 70 (2004), Nr. 4, S. 046213
- [44] COHN, T. A. ; LINS, H. F.: Nature's style: Naturally trendy. In: *Geophysical Research Letters* 32 (2005), Nr. 23, S. L23402
- [45] COOK, A.J. ; FOX, A.J. ; VAUGHAN, D.G. ; FERRIGNO, J.G.: Retreating Glacier Fronts on the Antarctic Peninsula over the Past Half-Century. In: *Science* 308 (2005), Nr. 5721, S. 541–544
- [46] COVEY, C.: Erdbahn und Eiszeiten. In: *Spektrum der Wissenschaft* April (1984), S. 84–93
- [47] CROWLEY, T.J.: Causes of climate change over the past 1000 years. In: *Science* 289 (2000), Nr. 5477, S. 270–277
- [48] CRU: <http://www.cru.uea.ac.uk/cru/data/temperature/> . – Climatic Research Unit, Northern Hemisphere average temp. 1856 to 2004, TaveNH2v
- [49] CUBASCH, U.: Sun, Man, and Climate / Max-Planck-Gesellschaft. Berlin, 2002 (1/2002 – B56133). – MaxPlanckResearch
- [50] DAVIS, A. ; MARSHAK, A. ; WISCOMBE, W. ; CAHALAN, R.: Multifractal characterizations of nonstationarity and intermittency in geophysical fields: Observed, retrieved, or simulated. In: *Journal of Geophysical Research* 99 (1994), Nr. D4, S. 8055–8072
- [51] DAVIS, A. ; MARSHAK, A. ; WISCOMBE, W. ; CAHALAN, R.: *Current Topics in Nonstationary Analysis: Proceedings of the Second Workshop on Nonstationary Random Processes and Their Applications*. S. 97–158. Singapore : World Scientific Pub. Co. Inc., 1996. – ISBN 9810227035
- [52] DEIDDA, R.: Rainfall downscaling in space-time multifractal framework. In: *Water Resources Research* 36 (2000), Nr. 7, S. 1779–1794

Literaturverzeichnis

- [53] DEIDDA, R. ; BENZI, R. ; SICCARDI, F.: Multifractal modeling of anomalous scaling laws in rainfall. In: *Water Resources Research* 35 (1999), Nr. 6, S. 1853–1867
- [54] DOUGLAS, B.C. ; PELTIER, W.R.: The Puzzle of Global Sea-Level Rise. In: *Physics Today* März (2002), S. 35–40
- [55] DOUGLAS, E.M. ; BARROS, A.P.: Probable Maximum Precipitation Estimation Using Multifractals: Application in the Eastern United States. In: *Journal of Hydrometeorology* 4 (2003), Nr. 6, S. 1012–1024
- [56] DUANE, G.S.: Synchronized chaos in extended systems and meteorological teleconnections. In: *Physical Review E* 56 (1997), Nr. 6, S. 6475–6493
- [57] EBELING, W. ; MOLGEDEY, L. ; KURTHS, J. ; SCHWARZ, U.: *The Science of Disasters*. Kap. 1. Entropy, Complexity, Predictability, and Data Analysis of Time Series and Letter Sequences, S. 3–25. Berlin : Springer-Verlag, 2002. – ISBN 3540413243
- [58] EICHNER, J.F.: *Trendeliminierende Korrelations- und Multifraktalanalyse von Temperaturzeitreihen*, Justus-Liebig-Universität Gießen, Diplomarbeit im Fach Physik, 2002
- [59] EICHNER, J.F.: 2003. – mündliche Diskussion
- [60] EICHNER, J.F.: *Über die Statistik der Maximawerte und Wiederkehrintervalle in langzeitkorrelierten Systemen*, Justus-Liebig-Universität Gießen, Promotionsarbeit im Fach Physik, 2005
- [61] EICHNER, J.F. ; KOSCIELNY-BUNDE, E. ; BUNDE, A. ; HAVLIN, S. ; SCHELLNHUBER, H.-J.: Power-law persistence and trends in the atmosphere: A detailed study of long temperature records. In: *Physical Review E* 68 (2003), Nr. 4, S. 046133
- [62] ESPER, J. ; COOK, E.R. ; SCHWEINGRUBER, F.H.: Low-frequency signals in long tree-ring chronologies for reconstructing past temperature variability. In: *Science* 295 (2002), Nr. 5563, S. 2250–2253
- [63] ESPER, J. ; SHIYATOV, S.G. ; MAZEPA, V.S. ; WILSON, R.J.S. ; GRAYBILL, D.A. ; FUNKHOUSER, G.: Temperature-sensitive Tien Shan tree ring chronologies show multi-centennial growth trends. In: *Climate Dynamics* 21 (2003), Nr. 7-8, S. 699–706
- [64] ETHERIDGE, D.M. ; STEELE, L.P. ; LANGENFELDS, R.L. ; FRANCEY, R.J. ; BARNOLA, J.M. ; MORGAN, V.I.: Natural and anthropogenic changes in atmospheric CO₂ over the last 1000 years from air in Antarctic ice and firn. In: *Journal Of Geophysical Research – Atmospheres* 101 (1996), Nr. D2, S. 4115–4128
- [65] FEDER, J.: *Fractals*. New York : Plenum Press, 1988 (Physics of Solids and Liquids). – ISBN 0306428512
- [66] FELLER, W.: The Asymptotic Distribution of the Range of Sums of independent Random Variables. In: *Annals of Mathematical Statistics* 22 (1951), S. 427–432
- [67] FFTW: <http://www.fftw.org/> . – Fastest Fourier Transform in the West – FFTW is a comprehensive collection of fast C routines for computing the discrete Fourier transform (DFT) and various special cases thereof.
- [68] FLIGGE, M ; SOLANKI, S.: Sonnenhelligkeit und Klima. In: *Spektrum der Wissenschaft – Dossier Klima* 1 (2002), S. 32–33
- [69] FRAEDRICH, K. ; BLENDER, R.: Scaling of atmosphere and ocean temperature correlations in observations and climate models. In: *Physical Review Letters* 90 (2003), Nr. 10, S. 108501
- [70] FRAEDRICH, K. ; BLENDER, R.: Comment on "Scaling of atmosphere and ocean temperature correlations in observations and climate models" – Reply. In: *Physical Review Letters* 92 (2004), Nr. 3, S. 039802
- [71] FRAEDRICH, K. ; LARNDER, C.: Scaling regimes of composite rainfall times series. In: *Tellus* 45A (1993), Nr. 4, S. 289–298

- [72] FRAEDRICH, K. ; SCHÖNWIESE, C.-D.: *The Science of Disasters*. Kap. 3. Space-Time Variability of the European Climate, S. 105–139. Berlin : Springer-Verlag, 2002. – ISBN 3540413243
- [73] FREUND, J.A. ; SCHIMANSKY-GEIER, L. ; HÄNGGI, P.: Frequency and phase synchronization in stochastic systems. In: *Chaos* 13 (2003), Nr. 1, S. 225–238
- [74] FRISCH, U. ; PARISI, G.: *Turbulency and predictability in geophysical fluid dynamics*. S. 84–92. Amsterdam : North-Holland, 1985. – ISBN 0444869360
- [75] GABOR, D.: Theory of Communication. In: *Journal of the Institution of Electrical Engineering* 93 (1946), Nr. 3, S. 429–457
- [76] GHIL, M. ; ALLEN, M.R. ; DETTINGER, M.D. ; IDE, K. ; KONDRASHOV, D. ; MANN, M.E. ; ROBERTSON, A.W. ; SAUNDERS, A. ; TIAN, Y. ; VARADI, F. ; YIOU, P.: Advanced spectral methods for climatic time series. In: *Reviews of Geophysics* 40 (2002), Nr. 1, S. 1003
- [77] GIESE, E. ; MOSSIG, I.: Klimawandel in Zentralasien / Zentrum für internationale Entwicklungs- und Umweltforschung (ZEU) der Justus-Liebig-Universität Gießen. Gießen, Februar 2004 (17). – Discussion Papers. – URL <http://geb.uni-giessen.de/geb/volltexte/2004/1562/>
- [78] GIESE, E. ; SEHRING, J. ; TROUCHINE, A.: Zwischenstaatliche Wassernutzungskonflikte in Mittelasien. In: *Geographische Rundschau* Oktober (2004), Nr. 10, S. 10–16
- [79] GOLDBERGER, A.L. ; AMARAL, A.N. ; HAUSDORFF, J.M. ; IVANOV, P.C. ; PENG, C.-K. ; STANLEY, H.E.: Fractal dynamics in physiology: Alterations with disease and aging. In: *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* 99 (2002), Nr. 1, S. 2466–2472
- [80] GOOSSE, H. ; CROWLEY, T.J. ; ZORITA, E. ; AMMANN, C.M. ; RENNSSEN, H. ; DRIESSCHAERT, E.: Modelling the climate of the last millennium: What causes the differences between simulations? In: *Geophysical Research Letters* 32 (2005), Nr. 6, S. L06710
- [81] GOTTMAN, J.M.: *Time-series analysis – A comprehensive introduction for social scientists*. Cambridge : Cambridge University Press, 1981. – ISBN 0521235979
- [82] GOUDIE, A.: *Physische Geographie: eine Einführung*. Heidelberg : Spektrum Akademischer Verlag GmbH, 1995. – ISBN 3860251597
- [83] GOVINDAN, R.B. ; RAETHJEN, J. ; KOPPER, F. ; CLAUSSEN, J.C. ; DEUSCHL, G.: Estimation of time delay by coherence analysis. In: *Physica A* 350 (2005), Nr. 2-4, S. 277–295
- [84] GOVINDAN, R.B. ; VJUSHIN, D. ; BRENNER, S. ; BUNDE, A. ; HAVLIN, S. ; SCHELLNHUBER, H.-J.: Long-range correlations and trends in global climate models: Comparison with real data. In: *Physica A* 294 (2001), Nr. 1-2, S. 239–248
- [85] GOVINDAN, R.B. ; VYUSHIN, D. ; BUNDE, A. ; BRENNER, S. ; SCHELLNHUBER, H.-J.: Global climate models violate scaling of the observed atmospheric variability. In: *Physical Review Letters* 89 (2002), Nr. 2, S. 028501
- [86] GOZOLCHIANI, A.: *A Dynamical Description of Parkinsonian Tremor*, Bar-Ilan University, Ramat-Gan, Israel, Master Thesis, 2003
- [87] GRANGER, C.W.J.: Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods. In: *Econometrica* 37 (1969), Nr. 3, S. 424–438
- [88] GUPTA, V.K. ; DAWDY, D.R.: *Scale issues in hydrological modelling*. Kap. Physical Interpretations of Regional Variations in the Scaling Exponents of Flood Quantiles, S. 106–119. Chister : John Wiley & Sons Inc., 1995. – ISBN 0471958476
- [89] HANTEL, M.: *Bergann Schaefer – Lehrbuch der Experimentalphysik*. Bd. 7: *Erde und Planeten*. Kap. 4. Klimatologie, S. 311–426. Berlin : de Gruyter, 1997. – ISBN 311012985X

Literaturverzeichnis

- [90] HARRIS, D. ; MENABDE, M. ; SEED, A. ; AUSTIN, G.: Multifractal characterization of rain fields with strong orographic influence. In: *Journal of Geophysical Research* 101 (1996), Nr. D21, S. 26405–26414
- [91] HASSELMANN, K.: Optimal fingerprints for the detection of time-dependent climate change. In: *Journal of Climate* 6 (1993), Nr. 10, S. 1957–1971
- [92] HASSELMANN, K.: *The Science of Disasters*. Kap. 4. Is Climate Predictable?, S. 141–169. Berlin : Springer-Verlag, 2002. – ISBN 3540413243
- [93] HAVLIN, S. ; BLUMBERG SELINGER, R. ; SCHWARTZ, M. ; STANLEY, H.E. ; BUNDE, A.: Random Multiplicative Processes and Transport Structures with Correlated Spatial Disorder. In: *Physical Review Letters* 61 (1988), Nr. 13, S. 1438–1441
- [94] HAVLIN, S. ; BULDYREV, S.V. ; BUNDE, A. ; GOLDBERGER, A.L. ; IVANOV, P.C. ; PENG, C.-K. ; STANLEY, H.E.: Scaling in nature: from DNA through heartbeats to weather. In: *Physica A* 273 (1999), Nr. 1-2, S. 46–69
- [95] HEGERL, G.C. ; VON STORCH, H. ; HASSELMANN, K. ; SANTER, B.D. ; CUBASCH, U. ; JONES, P.D.: Detecting greenhouse-gas-induced climate change with an optimal fingerprint method. In: *Journal of Climate* 9 (1996), Nr. 10, S. 2281–2306
- [96] HOUGHTON, J. T. (Hrsg.) ; MEIRO FILHO, L. G. (Hrsg.) ; CALLANDER, B. A. (Hrsg.) ; HARRIS, N. (Hrsg.) ; A., Kattenburg (Hrsg.) ; MASKELL, K. (Hrsg.): *Climate Change 1995: The Science of Climate Change*, Cambridge University Press, 1996. – ISBN 0521564336
- [97] HOUGHTON, J.T. (Hrsg.) ; DING, Y. (Hrsg.) ; GRIGGS, D.J. (Hrsg.) ; NOGUER, M. (Hrsg.) ; LINDEN, P.J. van der (Hrsg.) ; DAI, X. (Hrsg.) ; MASKELL, K. (Hrsg.) ; JOHNSON, C.A. (Hrsg.): *Climate Change 2001: The Scientific Basis*. Kap. 10. Regional Climate Information – Evaluation and Projections, S. 583–638, Cambridge University Press, 2001. – ISBN 0521014956
- [98] HU, K. ; IVANOV, P.C. ; CHEN, Z. ; CARPENA, P. ; STANLEY, H.E.: Effect of trends on detrended fluctuation analysis. In: *Physical Review E* 64 (2001), Nr. 1, S. 011114
- [99] HUANG, S.P.: Merging information from different resources for new insights into climate change in the past and future. In: *Geophysical Research Letters* 31 (2004), Nr. 13, S. L13205
- [100] HURST, H.E.: Long-term storage capacity of reservoirs. In: *Transactions of the American Society of Civil Engineers* 116 (1951), Nr. 2447, S. 770–808
- [101] HURST, H.E.: Methods of using long-term storage in reservoirs. In: *Pr. of the Institution of Civil Engineers* (1956), S. 519–577. – Part I
- [102] HURST, H.E. ; BLACK, R.P. ; SIMAIKA, Y.M.: *Long-term storage, an experimental study*. London : Constable & Co. Ltd., 1965. – ASIN B0007J0Z4U
- [103] IVANOV, P.C.: Detection of hierarchies and complex networks in cerebral synchronization patterns. In: *Physica A* 330 (2003), Nr. 1-2, S. 296–296
- [104] JOHANSSON, M.: *The Hilbert transform*, Växjö University, Schweden, Master Thesis. – URL http://w3.msi.vxu.se/exarb/mj_ex.pdf
- [105] JONES, P.D. ; BRIFFA, K.R. ; BARNETT, T.P. ; TETT, S.F.B.: High-resolution palaeoclimatic records for the last millennium: interpretation, integration and comparison with General Circulation Model control-run temperatures. In: *Holocene* 8 (1998), Nr. 4, S. 455–471
- [106] JONES, P.D. ; MANN, M.E.: Climate over past Millennia. In: *Reviews of Geophysics* 42 (2004), Nr. 2, S. RG2002
- [107] KALISKY, T. ; ASHKENAZY, Y. ; HAVLIN, S.: Volatility of linear and nonlinear time series. In: *Physical Review E* 72 (2005), Nr. 1, S. 011913

- [108] KANTELHARDT, J.W.: 2003. – mündliche Diskussion
- [109] KANTELHARDT, J.W.: *Fluktuationen in komplexen Systemen*, Justus-Liebig-Universität Gießen, Habilitationsschrift in Theoretischer Physik, 2004. – URL <http://www.physik.uni-halle.de/Fachgruppen/Theorie/kantel/habil.pdf>
- [110] KANTELHARDT, J.W. ; KOSCIELNY-BUNDE, E. ; REGO, H.H.A. ; HAVLIN, S. ; BUNDE, A.: Detecting long-range correlations with detrended fluctuation analysis. In: *Physica A* 295 (2001), Nr. 3-4, S. 441–454
- [111] KANTELHARDT, J.W. ; KOSCIELNY-BUNDE, E. ; RYBSKI, D. ; BRAUN, P. ; BUNDE, A. ; HAVLIN, S.: Long-term persistence and multifractality of precipitation and river runoff records. In: *Journal of Geophysical Research – Atmospheres* 111 (2006), Nr. D1, S. D01106
- [112] KANTELHARDT, J.W. ; RUSS, S. ; BUNDE, A. ; HAVLIN, S. ; WEBMAN, I.: Comment on "Delocalization in 1D Anderson Model with Long-Range Disorder". In: *Physical Review Letters* 84 (2000), Nr. 1, S. 198
- [113] KANTELHARDT, J.W. ; RYBSKI, D. ; ZSCHIEGNER, S.A. ; BRAUN, P. ; KOSCIELNY-BUNDE, E. ; LIVINA, V. ; HAVLIN, S. ; BUNDE, A.: Multifractality of river runoff and precipitation: comparison of fluctuation analysis and wavelet methods. In: *Physica A* 330 (2003), Nr. 1-2, S. 240–245
- [114] KANTELHARDT, J.W. ; ZSCHIEGNER, S.A. ; KOSCIELNY-BUNDE, E. ; HAVLIN, S. ; BUNDE, A. ; STANLEY, H.E.: Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series. In: *Physica A* 316 (2002), Nr. 1-4, S. 87–114
- [115] KAPLAN, A. ; CANE, M.A. ; KUSHNIR, Y. ; CLEMENT, A.C. ; BLUMENTHAL, M.B. ; RAJAGOPALAN, B.: Analyses of global sea surface temperature 1856-1991. In: *Journal of Geophysical Research – Oceans* 103 (1998), Nr. C9, S. 18567–18589. – URL <http://ingrid.ldeo.columbia.edu/SOURCES/.KAPLAN/>
- [116] KAUFMANN, R.K. ; STERN, D.I.: Evidence for human influence on climate from hemispheric temperature relations. In: *Nature* 388 (1997), Nr. 6637, S. 39–44
- [117] KIRÁLY, A. ; JÁNOSI, I. M.: Detrended fluctuation analysis of daily temperature records: Geographic dependence over Australia. In: *Meteorology And Atmospheric Physics* 88 (2005), Nr. 3-4, S. 119–128
- [118] KLEMEŠ, V.: The Hurst Phenomenon: A Puzzle? In: *Water Resources Research* 10 (1974), Nr. 4, S. 675–688
- [119] KOSCIELNY-BUNDE, E. ; BUNDE, A. ; HAVLIN, S. ; GOLDREICH, Y.: Analysis of daily temperature fluctuations. In: *Physica A* 231 (1996), Nr. 4, S. 393–396
- [120] KOSCIELNY-BUNDE, E. ; BUNDE, A. ; HAVLIN, S. ; ROMAN, H.E. ; GOLDREICH, Y. ; SCHELLNHUBER, H.-J.: Indication of a universal persistence law governing atmospheric variability. In: *Physical Review Letters* 81 (1998), Nr. 3, S. 729–732
- [121] KOSCIELNY-BUNDE, E. ; KANTELHARDT, J.W. ; BRAUN, A. ; HAVLIN, S.: Long-term persistence and multifractality of river runoff records. In: *Journal of Hydrology* im Druck (2005)
- [122] KOSCIELNY-BUNDE, E. ; ROMAN, H.E. ; BUNDE, A. ; HAVLIN, S. ; SCHELLNHUBER, H.-J.: Long-range power-law correlations in local daily temperature fluctuations. In: *Philosophical Magazine B* 77 (1998), Nr. 5, S. 1331–1340
- [123] KUMAR, P. ; FOUFOULA-GEORGIU, E.: Wavelet Analysis for Geophysical Applications. In: *Reviews of Geophysics* 34 (1997), Nr. 4, S. 385–412
- [124] KUNDZEWICZ, Z.W. ; SCHELLNHUBER, H.-J.: Floods in the IPCC TAR perspective. In: *Natural Hazards* 31 (2004), Nr. 1, S. 111–128
- [125] KÜNSCH, H.: Discrimination between monotonic trends and long-range dependence. In: *Journal of Applied Probability* 23 (1986), Nr. 4, S. 1025–1030

Literaturverzeichnis

- [126] KURTHS, J. ; TITZ, S.: Wie glaubwürdig sind Klimamodelle? In: *Physik Journal* 1 (2002), Nr. 11, S. 22–23
- [127] LAU, K.M. ; WENG, H.: Climate Signal Detection Using Wavelet Transform: How to Make a Time Series Sing. In: *Bulletin of the American Meteorological Society* 76 (1995), Nr. 12, S. 2391–2402
- [128] LAVALLEE, D. ; LOVEJOY, S. ; SCHERTZER, D. ; LADOY, P.: *Fractals in Geography*. Kap. 8. Nonlinear Variability of Landscape Topography: Multifractal Analysis and Simulation, S. 158–192, Prentice Hall, 1993. – ISBN 0131058673
- [129] LEAN, J. ; BEER, J. ; BRADLEY, R.: Reconstruction of solar irradiance since 1610 - implications for climate-change. In: *Geophysical Research Letters* 22 (1995), Nr. 23, S. 3195–3198
- [130] LEGUTKE, S. ; VOSS, R.: The Hamburg atmosphere-ocean coupled model ECHO-G / Deutsches Klimarechenzentrum GmbH (DKRZ). 1999 (18). – Technischer Bericht
- [131] LOVEJOY, S ; MANDELBROT, B.B.: Fractal properties of rain, and a fractal model. In: *Tellus* 37A (1985), S. 209–232
- [132] LOVEJOY, S. ; SCHERTZER, D.: *New Uncertainty Concepts in Hydrology and Water Resources*. Kap. III.2 Multifractals and rain, S. 61–103, Cambridge University Press, 1995 (International Hydrology Series)
- [133] LUNKEIT, F.: Synchronization experiments with an atmospheric global circulation model. In: *Chaos* 11 (2001), Nr. 1, S. 47–51
- [134] LYRA, M.L. ; TSALLIS, C.: Nonextensivity and Multifractality in Low-Dimensional Dissipative Systems. In: *Physical Review Letters* 80 (1998), Nr. 1, S. 53–56
- [135] MAKSE, H.A. ; HAVLIN, S. ; SCHWARTZ, M. ; STANLEY, H.E.: Method for generating long-range correlations for large systems. In: *Physical Review E* 53 (1996), Nr. 5, S. 5445–5449
- [136] MALCHER, J. ; SCHOENWIESE, C.-D.: Homogeneity, spatial correlation and spectral variance analysis of long European and North American air temperature records. In: *Theoretical and Applied Climatology* 38 (1987), Nr. 3, S. 157–166
- [137] MANDELBROT, B.B.: *The fractal geometry of nature*. New York : W.H. Freeman and Company, 1983. – ISBN 0716711869
- [138] MANDELBROT, B.B. ; WALLIS, J.R.: Computer Experiments with Fractional Gaussian Noises, Part 1-3. In: *Water Resources Research* 5 (1969), Nr. 2, S. 228–267
- [139] MANDELBROT, B.B. ; WALLIS, J.R.: Some Long-Run Properties of Geophysical Records. In: *Water Resources Research* 5 (1969), Nr. 2, S. 321–340
- [140] MANN, M.E. ; BRADLEY, R.S. ; HUGHES, M.K.: Global-scale temperature patterns and climate forcing over the past six centuries. In: *Nature* 392 (1998), Nr. 6678, S. 779–787
- [141] MANN, M.E. ; BRADLEY, R.S. ; HUGHES, M.K.: Northern hemisphere temperatures during the past millennium: Inferences, uncertainties, and limitations. In: *Geophysical Research Letters* 26 (1999), Nr. 6, S. 759–762
- [142] MANN, M.E. ; BRADLEY, R.S. ; HUGHES, M.K.: Global-scale temperature patterns and climate forcing over the past six centuries (corrigendum, vol 392, pg 779, 1998). In: *Nature* 430 (2004), Nr. 6995, S. 105
- [143] MANN, M.E. ; JONES, P.D.: Global surface temperatures over the past two millennia. In: *Geophysical Research Letters* 30 (2003), Nr. 15, S. 1820
- [144] MARANI, M.: On the correlation structure of continuous and discrete point rainfall. In: *Water Resources Research* 39 (2003), Nr. 5, S. 1128

- [145] MARKOVIĆ, D. ; KOCH, M.: Wavelet and scaling analysis of monthly precipitation extremes in Germany in the 20th century: Interannual to interdecadal oscillations and the North Atlantic Oscillation influence. In: *Water Resources Research* 41 (2005), Nr. 9, S. W09420
- [146] MATSOUKAS, C. ; ISLAM, S. ; I., Rodriguez-Iturbe: Detrended fluctuation analysis of rainfall and streamflow time series. In: *Journal of Geophysical Research* 105 (2000), Nr. D23, S. 29165–29172
- [147] MAUNA-LOA-OBSERVATORY: <http://cdiac.esd.ornl.gov/ftp/maunaloa-co2/> maunaloa.co2 . – Atmospheric CO₂ concentrations (ppmv) derived from in situ air samples collected at Mauna Loa Observatory, Hawaii
- [148] MCINTYRE, S. ; MCKITRICK, R.: Corrections to the Mann et. al. (1998) proxy data base and Northern Hemispheric average temperature series. In: *Energy & Environment* 14 (2003), Nr. 6, S. 751–771
- [149] MEEHL, G.A. ; WASHINGTON, W.M. ; COLLINS, W.D. ; ARBLASTER, J.M. ; HU, A.X. ; BUJA, L.E. ; STRAND, W.G. ; TENG, H.Y.: How much more global warming and sea level rise? In: *Science* 307 (2005), Nr. 5716, S. 1769–1772
- [150] MESA, O.J. ; POVEDA, G.: The Hurst Effect: The Scale of Fluctuation Approach. In: *Water Resources Research* 29 (1993), Nr. 12, S. 3995–4002
- [151] MOBERG, A. ; ALEXANDERSSON, H. ; BERGSTRÖM, H. ; JONES, P.D.: Were Southern Swedish Summer temperatures before 1860 as warm as measured? In: *International Journal of Climatology* 23 (2003), Nr. 12
- [152] MOBERG, A. ; SONECHKIN, D.M. ; HOLMGREN, K. ; DATSENKO, N.M. ; KARLEN, W.: Highly variable Northern Hemisphere temperatures reconstructed from low- and high-resolution proxy data. In: *Nature* 433 (2005), Nr. 7026, S. 613–617
- [153] MONETTI, R.A. ; HAVLIN, S. ; BUNDE, A.: Long-term persistence in the sea surface temperature fluctuations. In: *Physica A* 320 (2003), S. 581–589
- [154] MOSHEL, S. ; LIANG, J. ; CASPI, A. ; ENGBERT, R. ; KLI EGL, R. ; HAVLIN, S. ; ZIVOTOFSKY, A.: Phase-Synchronization Decay of Fixational Eye Movements. In: *Annals of the New York Academy of Sciences* 1039 (2005), S. 484–488
- [155] MOSSIG, I. ; RYBSKI, D.: Die Erwärmung bodennaher Luftschichten in Zentralasien – Zur Problematik der Bestimmung von Trends und Langzeitkorrelationen / Zentrum für internationale Entwicklungs- und Umweltforschung (ZEU) der Justus-Liebig-Universität Gießen. Gießen, September 2005 (26). – Discussion Papers
- [156] MUDELSEE, M. ; BÖRNGEN, M. ; TETZLAFF, G. ; GRÜNEWALD, U.: No upward trends in the occurrence of extreme floods in central Europe. In: *Nature* 425 (2003), Nr. 6954, S. 166–169
- [157] MUZY, J.F. ; BACRY, E. ; ARNEODO, A.: Wavelets and Multifractal Formalism for Singular Signals: Application to Turbulence Data. In: *Physical Review Letters* 67 (1991), Nr. 25, S. 3515–3518
- [158] NOAA: <http://www.ncdc.noaa.gov/paleo/recons.html> . – National Oceanic & Atmospheric Administration, World Data Center for Paleoclimatology - Climate Reconstructions, Air Temperature, Northern Hemisphere
- [159] NUNES, F. ; NORRIS, R.D.: Abrupt reversal in ocean overturning during the Palaeocene/Eocene warm period. In: *Nature* 439 (2006), Nr. 7072, S. 60–63
- [160] OLSSON, J. ; SINGH, V.P. ; JINNO, K.: Effect of spatial averaging on temporal statistical and scaling properties of rainfall. In: *Journal of Geophysical Research* 104 (1999), Nr. D16, S. 19117–19126
- [161] ONNELA, J.P. ; KASKI, K. ; KERTESZ, J.: Clustering and information in correlation based financial networks. In: *European Physical Journal B* 38 (2004), Nr. 2, S. 353–362

Literaturverzeichnis

- [162] PALMER, T.N.: Predicting uncertainty in forecasts of weather and climate. In: *Reports on Progress in Physics* 63 (2000), Nr. 2, S. 71–116
- [163] PANDEY, G. ; LOVEJOY, S. ; SCHERTZER, D.: Multifractal analysis of daily river flows including extremes for basins of five to two million square kilometres, one day to 75 years. In: *Journal of Hydrology* 208 (1998), Nr. 1-2, S. 62–81
- [164] PELLETIER, J. D. ; TURCOTTE, D. L.: Self-affine time series: II. Applications and models. In: *Advances In Geophysics, Vol 40* 40 (1999), S. 91–166
- [165] PENG, C.-K. ; BULDYREV, S.V. ; HAVLIN, S. ; SIMONS, M. ; STANLEY, H.E. ; GOLDBERGER, A.L.: Mosaic organization of DNA nucleotides. In: *Physical Review E* 49 (1994), Nr. 2, S. 1685–1689
- [166] PETERS, O. ; CHRISTENSEN, K.: Rain: Relaxations in the sky. In: *Physical Review E* 66 (2002), Nr. 3, S. 036120
- [167] PETERS, O. ; HERTLEIN, C. ; CHRISTENSEN, K.: A Complexity View of Rainfall. In: *Physical Review Letters* 88 (2002), Nr. 1, S. 018701
- [168] PETIT, J.R. ; JOUZEL, J. ; RAYNAUD, D. ; BARKOV, N.I. ; BARNOLA, J.M. ; BASILE, I. ; BENDER, M. ; CHAPPELLAZ, J. ; DAVIS, J. ; DELAYGUE, G. ; DELMOTTE, M. ; KOTLYAKOV, V.M. ; LEGRAND, M. ; LIPENKOV, V. ; LORIUS, C. ; PÉPIN, L. ; RITZ, C. ; SALTZMAN, E. ; STIEVENARD, M.: Climate and atmospheric history of the past 420,000 years from the Vostok ice core, Antarctica. In: *Nature* 399 (1999), Nr. 6735, S. 429–436
- [169] PETTITT, A.N.: A Non-parametric Approach to the Change-point Problem. In: *Applied Statistics* 28 (1979), Nr. 2, S. 126–135
- [170] PIKOVSKY, Arkady ; KURTHS, Jürgen ; ROSENBLUM, Michael: *Cambridge Nonlinear Science Series. Bd. 12: Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Sciences.* Cambridge : Cambridge University Press, 2001. – ISBN 052153352X
- [171] POLYGIANNAKIS, J. ; PREKA-PAPADEMA, P. ; MOUSSAS, X.: On signal-noise decomposition of time-series using the continuous wavelet transform: application to sunspot index. In: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 343 (2003), Nr. 3, S. 725–734
- [172] POTTER, K.W.: Evidence for Nonstationarity as a Physical Explanation of the Hurst Phenomenon. In: *Water Resources Research* 12 (1976), Nr. 5, S. 1047–1052
- [173] PRESS, W.H. ; FLANNERY, B.P. ; TEUKOLSKY, S.A. ; VETTERLING, W.T.: *Numerical Recipes in C.* Cambridge : Cambridge University Press, 1992. – URL <http://www.library.cornell.edu/nr/cbookcpdf.html>. – ISBN 0521431085
- [174] RAHMSTORF, S.: Ocean circulation and climate during the past 120,000 years. In: *Nature* 419 (2002), Nr. 6903, S. 207–214
- [175] RANGARAJAN, G. ; DING, M.: Integrated approach to the assessment of long range correlation in time series data. In: *Physical Review E* 61 (2000), Nr. 5, S. 4991–5001
- [176] RITSON, D.: Comment on "Global climate models violate scaling of the observed atmospheric variability". In: *Physical Review Letters* 92 (2004), Nr. 15, S. 159803
- [177] RODRÍGUEZ-ITURBE, I. ; RINALDO, A.: *Fractal River Basins: Chance and Self-Organization.* Cambridge : Cambridge University Press, 1997. – ISBN 0521473985
- [178] ROECKNER, E. ; ARPE, K. ; BENGTTSSON, L. ; CHRISTOPH, M. ; CLAUSSEN, M. ; DÜMENIL, L. ; ESCH, M. ; GIORGETTA, M. ; SCHLESE, U. ; SCHULZWEIDA, U.: The atmospheric general circulation model ECHAM-4: Model description and simulation of present-day climate / Max Planck Institut für Meteorologie. 1996 (218). – Technischer Bericht

- [179] ROSENBLUM, M.G. ; PIKOVSKY, A.S. ; SCHÄFER, C. ; TASS, P.A. ; KURTHS, J.: *Neuro-Informatics and Neural Modelling (Handbook of Biological Physics)*. Bd. 4. Kap. 9, S. 279–322. North-Holland, Amsterdam : Elsevier Science B.V., 2001. – ISBN 044450284X
- [180] RUTHERFORD, S. ; MANN, M.E. ; OSBORN, T.J. ; BRADLEY, R.S. ; BRIFFA, K.R. ; HUGHES, M.K. ; JONES, P.D.: Proxy-based Northern Hemisphere surface temperature reconstructions: Sensitivity to method, predictor network, target season, and target domain. In: *Journal of Climate* 18 (2005), Nr. 13, S. 2308–2329
- [181] RYBSKI, D.: *Trendbeseitigende Fluktuationsanalyse von Niederschlagszeitreihen*, Justus-Liebig-Universität Gießen, Diplomarbeit im Fach Physik, 2002. – URL <http://www.uni-giessen.de/~gd1272/DiplArbeit.zip>
- [182] RYBSKI, D. ; BUNDE, A.: Methods of trend detection in long-term correlated records. In: *preprint* (2006)
- [183] RYBSKI, D. ; BUNDE, A. ; HAVLIN, S. ; VON STORCH, H.: Long-term persistence in climate and the detection problem. In: *Geophysical Research Letters* angenommen (2006)
- [184] RYBSKI, D. ; HAVLIN, S. ; BUNDE, A.: Phase synchronization in temperature and precipitation records. In: *Physica A* 320 (2003), S. 601–610
- [185] SALAS, J.D. ; BOES, D.C. ; YEVJEVICH, V. ; PEGRAM, G.G.S.: Hurst Phenomenon as a Pre-Asymptotic Behavior. In: *Journal of Hydrology* 44 (1979), Nr. 1/2, S. 1–5
- [186] SCHÄFER, C. ; ROSENBLUM, M.G. ; KURTHS, J. ; ABEL, H.H.: Heartbeat synchronized with ventilation. In: *Nature* 392 (1998), Nr. 6673, S. 239–240
- [187] SCHERTZER, D. ; LOVEJOY, S.: Physical Modelling and Analysis of Rain and Clouds by Anisotropic Scaling Multiplicative Processes. In: *Journal of Geophysical Research* 92 (1987), Nr. D8, S. 9693–9714
- [188] SCHERTZER, D (Hrsg.) ; LOVEJOY, S. (Hrsg.): *Nonlinear Variability in Geophysics: Scaling and Fractals*. Dordrecht : Kluwer, 1991. – ISBN 0792309855
- [189] SCHMITT, F. ; S., Vannitsem ; BARBOSA, A.: Modeling of rainfall time series using two-state renewal processes and multifractals. In: *Journal of Geophysical Research* 103 (1998), Nr. D18, S. 23181–23193
- [190] SCHÖNWIESE, C.-D.: *Der Treibhauseffekt – der Mensch ändert das Klima*. Stuttgart : Deutsche Verlagsanstalt GmbH, 1987. – ISBN 3421027498
- [191] SCHREIBER, T. ; SCHMITZ, A.: Improved Surrogate Data for Nonlinearity Tests. In: *Physical Review Letters* 77 (1996), Nr. 4, S. 635–638
- [192] SCHREIBER, T. ; SCHMITZ, A.: Surrogate time series. In: *Physica D* 142 (2000), Nr. 3-4, S. 346–382
- [193] SHANNON, C.E.: A mathematical theory of communication. In: *Bell System Technical Journal* 27 (1948), S. 379–423; 623–656. – URL <http://cm.bell-labs.com/cm/ms/what/shannonday/paper.html>
- [194] SHANNON, C.E.: Communication Theory of Secrecy Systems. In: *Bell System Technical Journal* 28 (1949), Nr. 4, S. 656–715. – URL <http://www.cs.ucla.edu/~jkong/research/security/shannon.html>
- [195] SIDC: <http://sidc.oma.be/html/sunspot.html> . – Royal Observatory of Belgium, Solar Influences Data Analysis Center, sunspot data, yearly sunspot number
- [196] SIEGENTHALER, U. ; STOCKER, T.F. ; MONNIN, E. ; LUTHI, D. ; SCHWANDER, J. ; STAUFFER, B. ; RAYNAUD, D. ; BARNOLA, J.M. ; FISCHER, H. ; MASSON-DELMOTTE, V. ; JOUZEL, J.: Stable Carbon Cycle-Climate Relationship During the Late Pleistocene. In: *Science* 310 (2005), Nr. 5752, S. 1313–1317
- [197] SKØIEN, J.O. ; BLÖSCHL, G. ; WESTERN, A.W.: Characteristic space scales and timescales in hydrology. In: *Water Resources Research* 39 (2003), Nr. 10, S. 1304
- [198] STROGATZ, S.H.: Exploring complex networks. In: *Nature* 410 (2001), Nr. 6825, S. 268–276

Literaturverzeichnis

- [199] STROGATZ, S.H. ; ABRAMS, D.M. ; MCRORBIE, A. ; ECKHARDT, B. ; OTT, E.: Crowd synchrony on the Millennium Bridge. In: *Nature* 438 (2005), Nr. 7064, S. 43–44
- [200] STROGATZ, S.H. ; STEWART, I.: Coupled Oscillators and Biological Synchronization. In: *Scientific American* December, 269 (1993), Nr. 6, S. 102–108
- [201] TALKNER, R. ; WEBER, R.O.: Power spectrum and detrended fluctuation analysis: Application to daily temperatures. In: *Physical Review E* 62 (2000), Nr. 1, S. 150–160
- [202] TAQQU, M.S. ; TEVEROVSKY, V. ; WILLINGER, W.: Estimators for long-range dependence: An empirical study. In: *Fractals* 3 (1995), Nr. 4, S. 785–798
- [203] TASS, P. ; ROSENBLUM, M.G. ; WEULE, J. ; PIKOVSKY, A. ; VOLKMANN, J. ; SCHNITZLER, A. ; FREUND, H.J.: Detection of $n : m$ Phase Locking from Noisy Data: Application to Magnetoencephalography. In: *Physical Review Letters* 81 (1998), Nr. 15, S. 3291–3294
- [204] TCHIGUIRINSKAIA, I. ; HUBERT, P. ; SCHETZER, D.: *Preventing & Fighting Hydrological Disasters*. Timisoara, Rumänien : Orizonturi Universitare Publishing House, 2002. – ISBN 9738391768
- [205] TESSIER, Y. ; LOVEJOY, S. ; HUBERT, P. ; SCHERTZER, D. ; PECKNOLD, S.: Multifractal analysis and modeling of rainfall and river flows and scaling, causal transfer functions. In: *Journal of Geophysical Research* 101 (1996), Nr. D21, S. 26427–26440
- [206] TESSIER, Y. ; LOVEJOY, S. ; SCHERTZER, D.: Universal Multifractals: Theory and Observations for Rain and Clouds. In: *Journal of Applied Meteorology* 32 (1993), Nr. 2, S. 223–250
- [207] TITCHMARSH, E.C.: *Introduction to the Theory of Fourier Integrals*. Oxford : Clarendon Press, 1937
- [208] TORRENCE, C. ; COMPO, G.P.: A Practical Guide to Wavelet Analysis. In: *Bulletin of the American Meteorological Society* 79 (1998), Nr. 1, S. 61–78
- [209] TRENBERTH, K.E.: The Definition of El Niño. In: *Bulletin of the American Meteorological Society* 78 (1997), Nr. 12, S. 2771–2777
- [210] TSALLIS, C.: Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics. In: *Journal of Statistical Physics* 52 (1988), Nr. 1-2, S. 479–487
- [211] TSONIS, A.A. ; ROEBBER, P.J.: The architecture of the climate network. In: *Physica A* 333 (2004), S. 497–504
- [212] TZIPERMAN, E. ; STONE, L. ; CANE, M.A. ; JAROSH, H.: El Niño Chaos: Overlapping of Resonances Between the Seasonal Cycle and the Pacific Ocean-Atmosphere Oscillator. In: *Science* 264 (1994), Nr. 5155, S. 72–74
- [213] VENEZIANO, D. ; BRAS, R.L. ; NIEMANN, J.D.: Nonlinearity and self-similarity of rainfall in time and a stochastic model. In: *Journal of Geophysical Research* 101 (1996), Nr. D21, S. 26371–26392
- [214] VENEZIANO, D. ; IACOBELLIS, V.: Multiscaling pulse representation of temporal rainfall. In: *Water Resources Research* 38 (2002), Nr. 8, S. 1138
- [215] VJUSHIN, D. ; GOVINDAN, R.B. ; BRENNER, S. ; BUNDE, A. ; HAVLIN, S. ; SCHELLNHUBER, H.-J.: Lack of scaling in global climate models. In: *Journal of Physics – Condensed Matter* 14 (2002), Nr. 9, S. 2275–2282
- [216] VJUSHIN, D. ; GOVINDAN, R.B. ; MONETTI, R.A. ; HAVLIN, S. ; BUNDE, A.: Scaling analysis of trends using DFA. In: *Physica A* 302 (2001), Nr. 1-4, S. 234–243
- [217] VON STORCH, H.: *The Climate in Historical Times – Towards a Synthesis of Holocene Proxy Data and Climate Models*. Kap. 3. A Discourse About Quasi-realistic Climate Models and Their Applications in Paleoclimatic Studies, S. 43–56, Springer, 2004 (GKSS School of Environmental Research). – ISBN 3540206019

- [218] VON STORCH, H.: *Rundgespräche der Kommission für Ökologie*. Bd. 28: *Klimawandel im 20. und 21. Jahrhundert: welche Rolle spielen Kohlendioxid, Wasser und Treibhausgase wirklich?* Kap. Der Umgang mit dem Klimawandel: Anpassung und Vermeidung, S. 123–124. München : Pfeil-Verlag, 2005. – ISBN 3899370511
- [219] VON STORCH, H. ; GÜSS, S. ; HEIMANN, M.: *Das Klimasystem und seine Modellierung*. Berlin Heidelberg : Springer-Verlag, 1999. – ISBN 3540658300
- [220] VON STORCH, H. (Hrsg.) ; NAVARRA, A. (Hrsg.): *Analysis of Climate Variability*. Berlin : Springer-Verlag, 1995. – ISBN 354058918
- [221] VON STORCH, H. ; ZORITA, E. ; JONES, J.M. ; DIMITRIEV, Y. ; GONZÁLEZ-ROUCO, F. ; TETT, S.F.B.: Reconstructing Past Climate from Noisy Data. In: *Science* 306 (2004), Nr. 5296, S. 679–682
- [222] VON STORCH, H. ; ZWIERS, F.W.: *Statistical Analysis in Climate Research*. Cambridge : Cambridge University Press, 2001. – ISBN 0521012309
- [223] VYUSHIN, D. ; BUNDE, A. ; BRENNER, S. ; HAVLIN, S. ; GOVINDAN, R.B. ; SCHELLNHUBER, H.-J.: Comment on "Global climate models violate scaling of the observed atmospheric variability" – Reply. In: *Physical Review Letters* 92 (2004), Nr. 15, S. 159804
- [224] VYUSHIN, D. ; ZHIDKOV, I. ; HAVLIN, S. ; BUNDE, A. ; BRENNER, S.: Reply to comment by R. Blender and K. Fraedrich on "Volcanic forcing improves atmosphere-ocean coupled general circulation model scaling performance". In: *Geophysical Research Letters* 31 (2004), Nr. 22, S. L22210
- [225] VYUSHIN, D. ; ZHIDKOV, I. ; HAVLIN, S. ; BUNDE, A. ; BRENNER, S.: Volcanic forcing improves Atmosphere-Ocean Coupled General Circulation Model scaling performance. In: *Geophysical Research Letters* 31 (2004), Nr. 10, S. L10206
- [226] WAGNER, S.: *The role of different forcings on the historical climate variability, with special consideration of the Dalton Minimum (1790-1830): A model study*, Universität Hamburg, Dissertation in Fach Geowissenschaften, 2004
- [227] WAGNER, S. ; LEGUTKE, S. ; ZORITA, E.: European winter temperature variability in a long coupled model simulation: the contribution of ocean dynamics. In: *Climate Dynamics* 25 (2005), Nr. 1, S. 37–50
- [228] WEBER, R.O. ; TALKNER, P.: Spectra and correlations of climate data from days to decades. In: *Journal of Geophysical Research Atmospheres* 106 (2001), Nr. D17, S. 20131–20144
- [229] WIGLEY, T.M.L.: The Climate Change Commitment. In: *Science* 307 (2005), Nr. 5716, S. 1766–1769
- [230] WOLFF, J.O. ; MAIER-REIMER, E. ; LEGUTKE, S.: The Hamburg Primitive Equation Model HOPE / Deutsches Klimarechenzentrum GmbH (DKRZ). 1997 (18). – Technischer Bericht
- [231] ZORITA, E. ; GONZÁLEZ-ROUCO, F. ; LEGUTKE, S.: Testing the Mann et al. (1998) approach to paleoclimate reconstructions in the context of a 1000-yr control simulation with the ECHO-G coupled climate model. In: *Journal of Climate* 16 (2003), Nr. 9, S. 1378–1390
- [232] ZORITA, E. ; GONZÁLEZ-ROUCO, J.F. ; VON STORCH, H. ; MONTÁVEZ, J.P. ; VALERO, F.: Natural and anthropogenic modes of surface temperature variations in the last thousand years. In: *Geophysical Research Letters* 32 (2005), Nr. 8, S. L08707
- [233] ZORITA, E. ; VON STORCH, H. ; GONZÁLEZ-ROUCO, F.J. ; CUBASCH, U. ; LUTERBACHER, J. ; LEGUTKE, S. ; FISCHER-BRUNS, I. ; SCHLESE, U.: Climate evolution in the last five centuries simulated by an atmosphere-ocean model: global temperatures, the North Atlantic Oscillation and the Late Maunder Minimum. In: *Meteorologische Zeitschrift* 13 (2004), Nr. 4, S. 271–289
- [234] ZSCHIEGNER, S.A.: *Trendbeseitigende Multifraktalanalyse: Methodenentwicklung und Anwendung auf künstliche und reale Zeitreihen*, Justus-Liebig-Universität Gießen, Diplomarbeit im Fach Physik, 2002
- [235] ZWIERS, F. W.: *Anthropogenic Climate Change*. Kap. The detection of climate change, S. 163–209. Berlin : Springer Verlag Telos, 1999 (GKSS School of Environmental Research). – ISBN 3540650334

Literaturverzeichnis

Danksagung

An erster Stelle danke ich meinem Betreuer Prof. Dr. Armin Bunde, der diese Dissertation nicht nur initiiert, sondern vor allem mit viel Geduld und konstruktiven Ideen begleitet hat.

Ein weiterer Dank gilt den MitarbeiterInnen des Institutes für Theoretische Physik III, nämlich Dr. Eva Koscielny-Bunde, Priv.-Doz. Dr. Stefanie Ruß, Ilka Sproates, Sabine Lennartz, Dr. Markus Ulrich, Dr. Yuriy Hlushchuk, Dr. Kosmas Kosmidis, für die freundschaftliche Zusammenarbeit und die angenehme Arbeitsatmosphäre, sowie besonders Prof. Dr. Jan W. Kantelhardt und meinen Kommilitonen Jan F. Eichner und Stephan A. Zschiegner für ihre große Hilfsbereitschaft.

Bei Prof. Dr. Ernst Giese und Priv.-Doz. Dr. Ivo Mossig (beide am Institut für Geographie, Uni Gießen) bedanke ich mich recht herzlich für die besondere Zusammenarbeit im Rahmen der Untersuchung der Klimaentwicklung in Zentralasien. Ersterem ist es zu verdanken, daß mir die entsprechenden Temperatur- und Niederschlagsreihen zur Verfügung standen.

Für die Bereitstellung der ECHO-G-Modelldaten danke ich Prof. Dr. Hans von Storch und seinen Mitarbeitern am GKSS Institut für Küstenforschung, Dr. Sebastian Wagner und Dr. Eduardo Zorita, die mir beim Umgang mit den Daten behilflich waren.

Im Rahmen der Kooperation mit der Arbeitsgruppe von Prof. Dr. Shlomo Havlin danke ich zuerst ihm selbst, der mich mehrfach an die Bar-Ilan Universität in Israel einlud und sich stets für meine fachlichen Belange begeistern konnte. Von seinen MitarbeiterInnen danke ich Dr. Valerie Livina, Igor Zhidkov und Ronny Bartsch für die gute Zusammenarbeit. Ein besonderer Dank gilt Shay Moshel, der mir die Methode zur Untersuchung von Phasensynchronisation näher gebracht hat. Die Finanzierung der Israel-Aufenthalte ist der Minerva-Stiftung zu verdanken.

Ich danke außerdem dem Bundesministerium für Bildung und Forschung für die Finanzierung des Projektes mit dem Kurztitel „Skalenanalyse“, im Rahmen dessen dieses Promotionsvorhaben realisiert werden konnte. Unter den Projektpartnern möchte ich in diesem Zusammenhang vor allem Dr. Jürgen Kropp (PIK) für die Koordination danken, sowie den DoktorandInnen Birgit Thies, Malaak Kallache, Henning Rust und Dr. Jörg Neumann für die kontroversen Diskussionen. Die in Kap. 4 und 5 analysierten Niederschlagsdaten wurden freundlicherweise vom Potsdam-Institut für Klimafolgenforschung (PIK) durch Dr. H. Österle zur Verfügung gestellt.

Ein großer Dank geht an Ole Snoeijer für das aufopfernde Korrekturlesen, wie auch an Jan K., Ivo, Ronny und Sebastian.

Zu guter Letzt gebührt Sandra Focken ein besonderer Dank, die mir nicht nur bei dem Erstellen der Karte 5.17 behilflich war, sondern mir auch in allen Lebenslagen beisteht.

Vor allem Danke ich aber meiner Familie für die Unterstützung, die ich in jeder Hinsicht erfahren habe, wie zum Beispiel von meinem Bruder Daniel beim Ausdrucken dieser Arbeit. Meinen Eltern Dagmar und Klaus Rybski verdanke ich, studiert haben zu können und dadurch überhaupt die Promotion angestrebt zu haben.

Ich versichere, daß ich die vorliegende Arbeit selbständig angefertigt und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe.

Gießen, den 28.2.2006