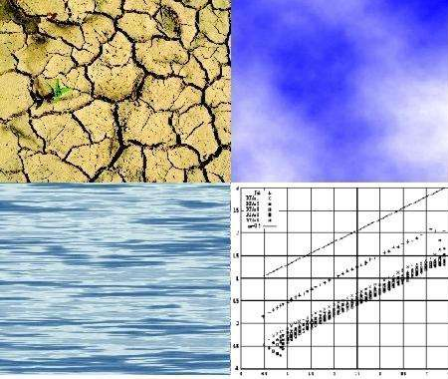




Das BMBF-Vorhaben

Skalenanalyse hydrologischer und hydrometeorologischer Zeitreihen

Langzeitkorrelationen und Trends bei Niederschlags- und Abflußzeitreihen

Diego Rybski und Armin Bunde

München, 21.10.2004



Bayerisches Landesamt
für Wasserwirtschaft



SKOG  FORSK

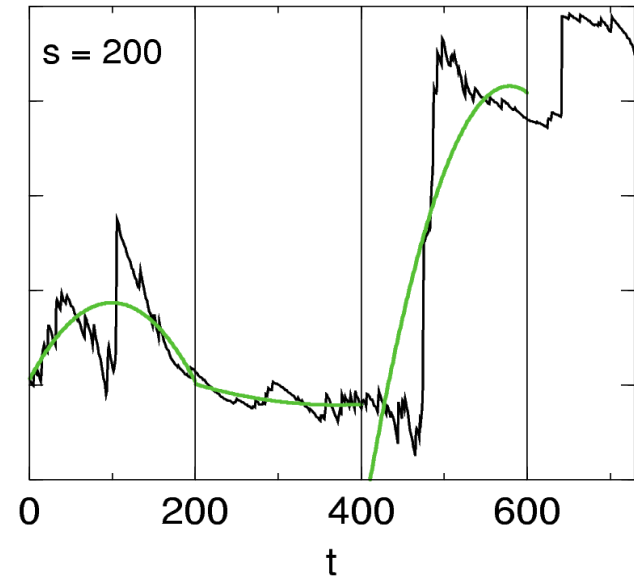
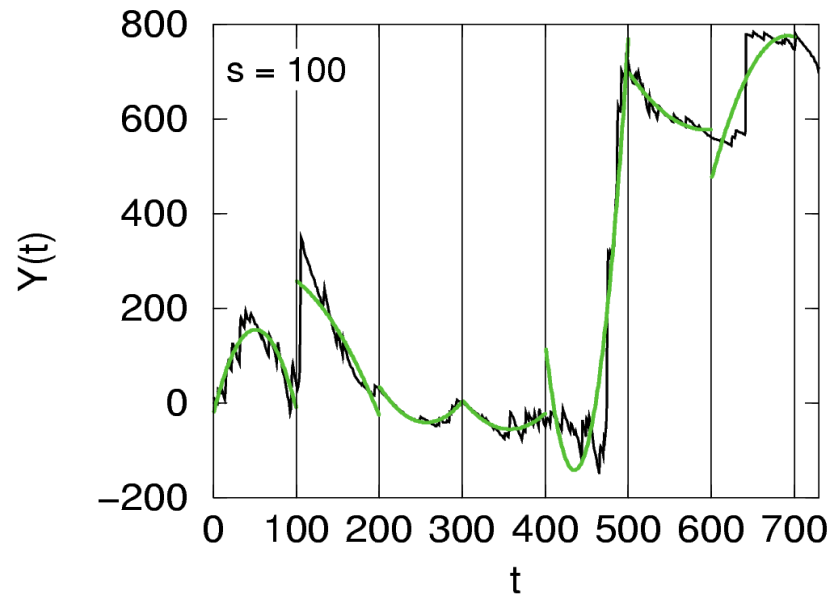
Norwegisches Waldforschungsinstitut



Motivation

- “Persistenz” nennt man die Neigung einer Zufallsgröße, ihren augenblicklichen Wert beizubehalten
- ausgeprägte Abweichungen ober- oder unterhalb des jeweiligen Mittelwertes
- bei Trends handelt es sich um systematische Abweichungen
- Problem: Trennung der stationären stochastischen Komponente (Langzeitkorrelationen) von der systematischen nicht-stationären Komponente (Trend)
- DFA stellt ein mächtiges Hilfsmittel dar

Detrended Fluctuation Analysis (DFA)



1. Profil bilden (kumulieren)

$$Y(t) = \sum_i^t \tau_i$$

2. Segmente der Skala s

3. polynomiale Fits der
Ordnung n

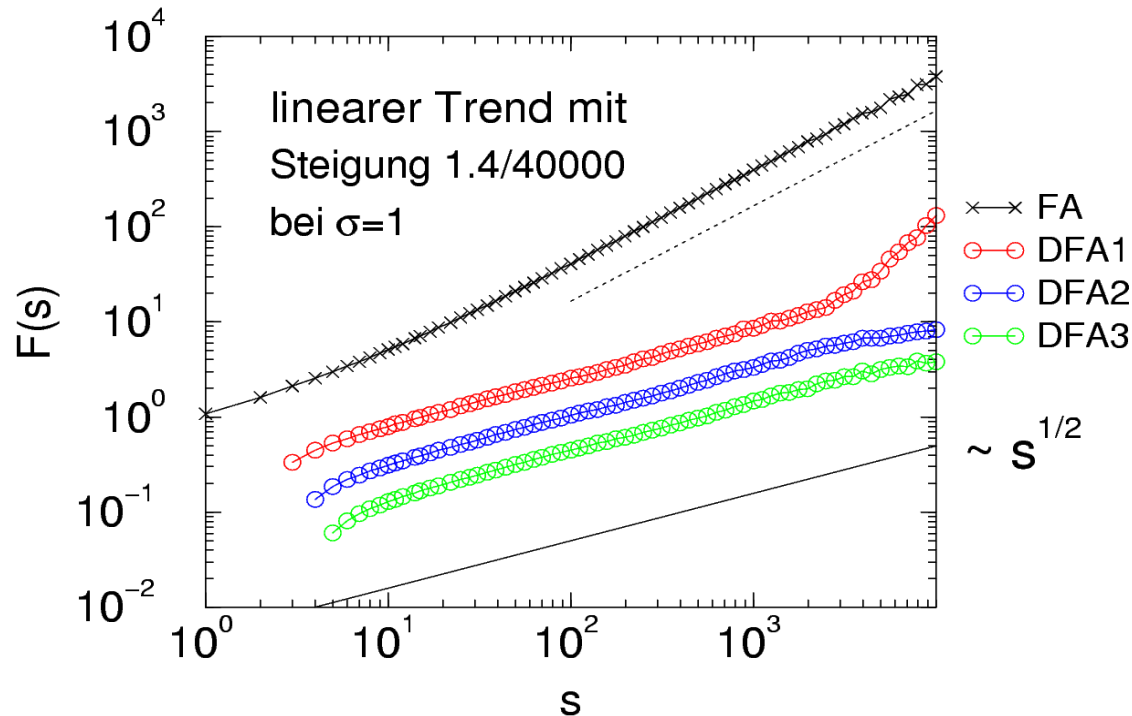
$$F(S) \sim S^\alpha$$

4. Varianz in jedem
Segment

5. über alle Segmente
mitteln und Wurzel
ziehen $\Rightarrow F(s)$

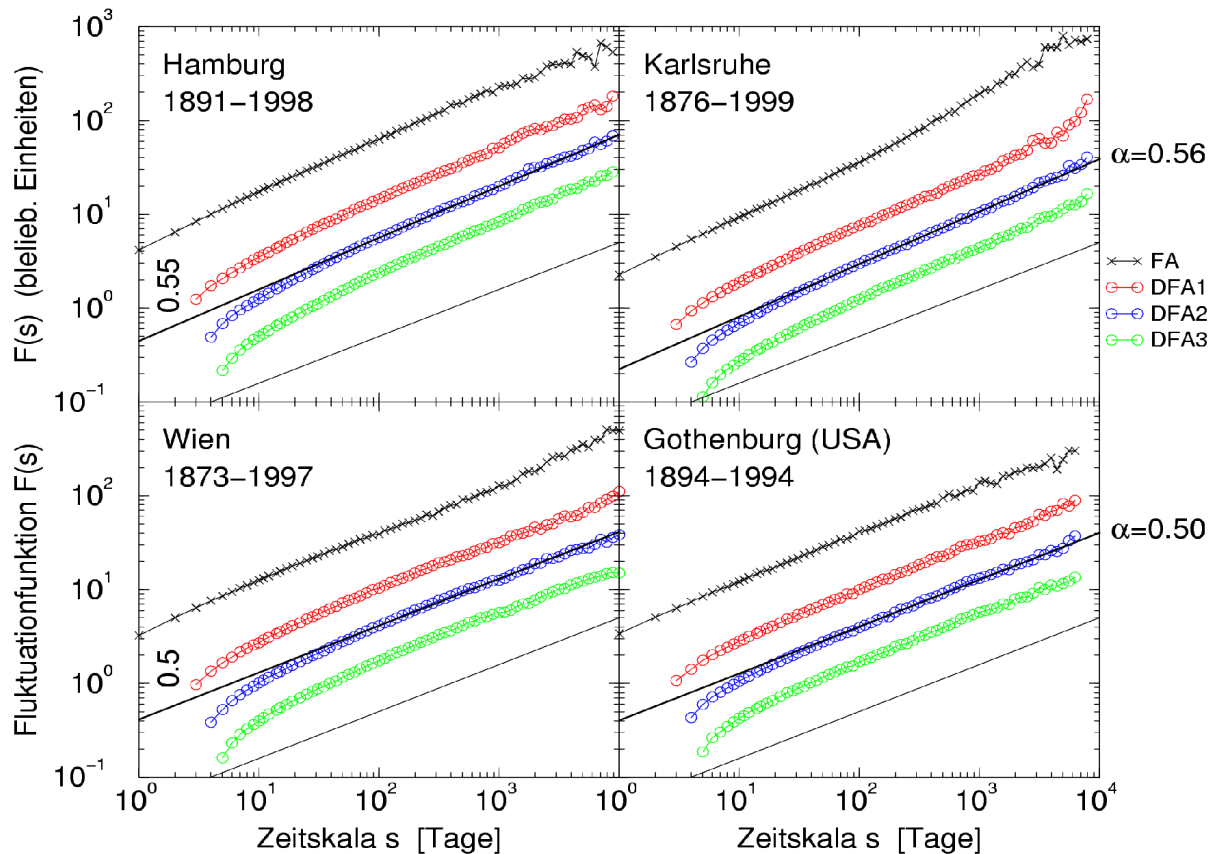
$$C(S) \sim S^{-\gamma}, \quad \alpha = 1 - \frac{\gamma}{2}$$

DFA und Trends



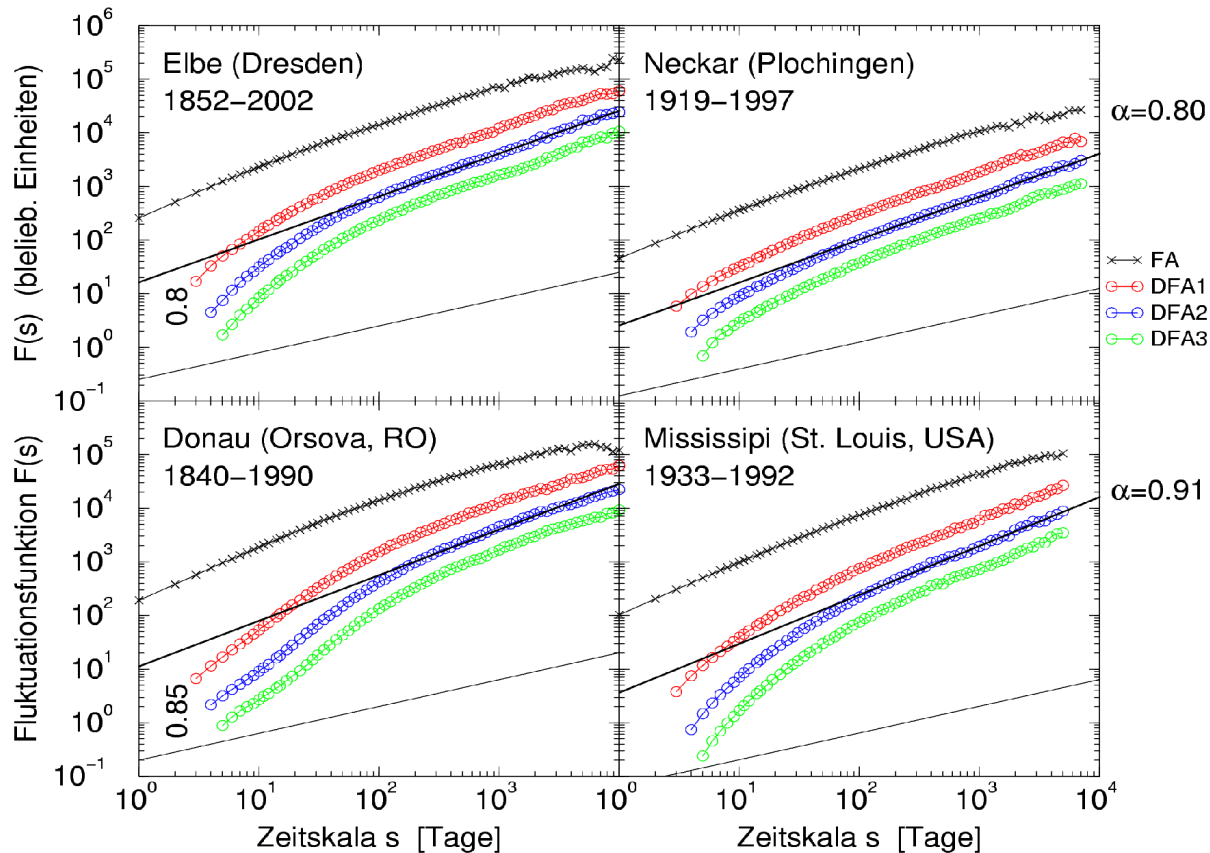
- DFA0 (bzw. FA) reagiert empfindlich auf Trends
- DFA n entfernt Trends der Ordnung $n-1$ systematisch auf allen Skalen

Niederschlag: Fluktuationfunktionen



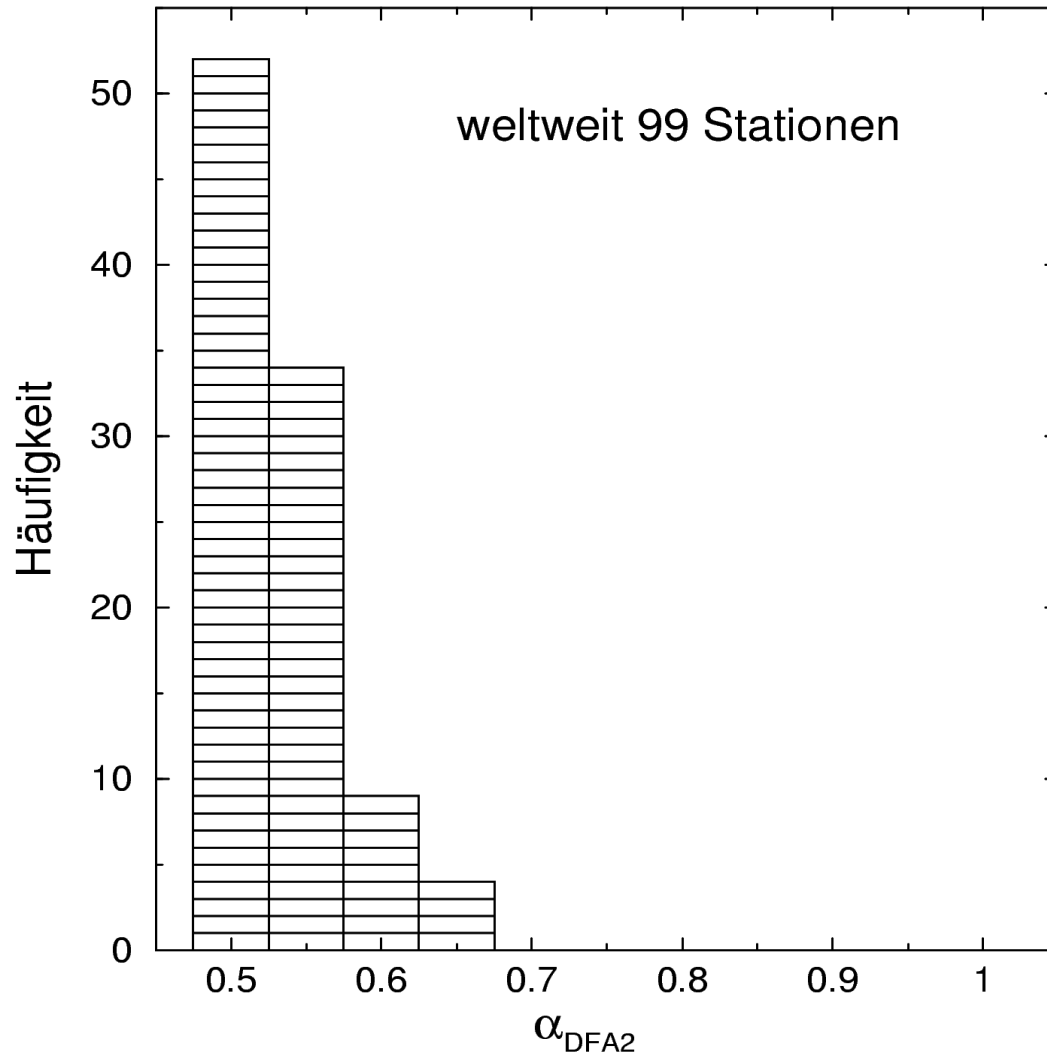
- schwache oder keine Langzeitkorrelationen
- schwache Kurzzeitkorrelationen auf Skalen unterhalb eines Jahres
- teilweise Trends

Abfluß: Fluktuationfunktionen



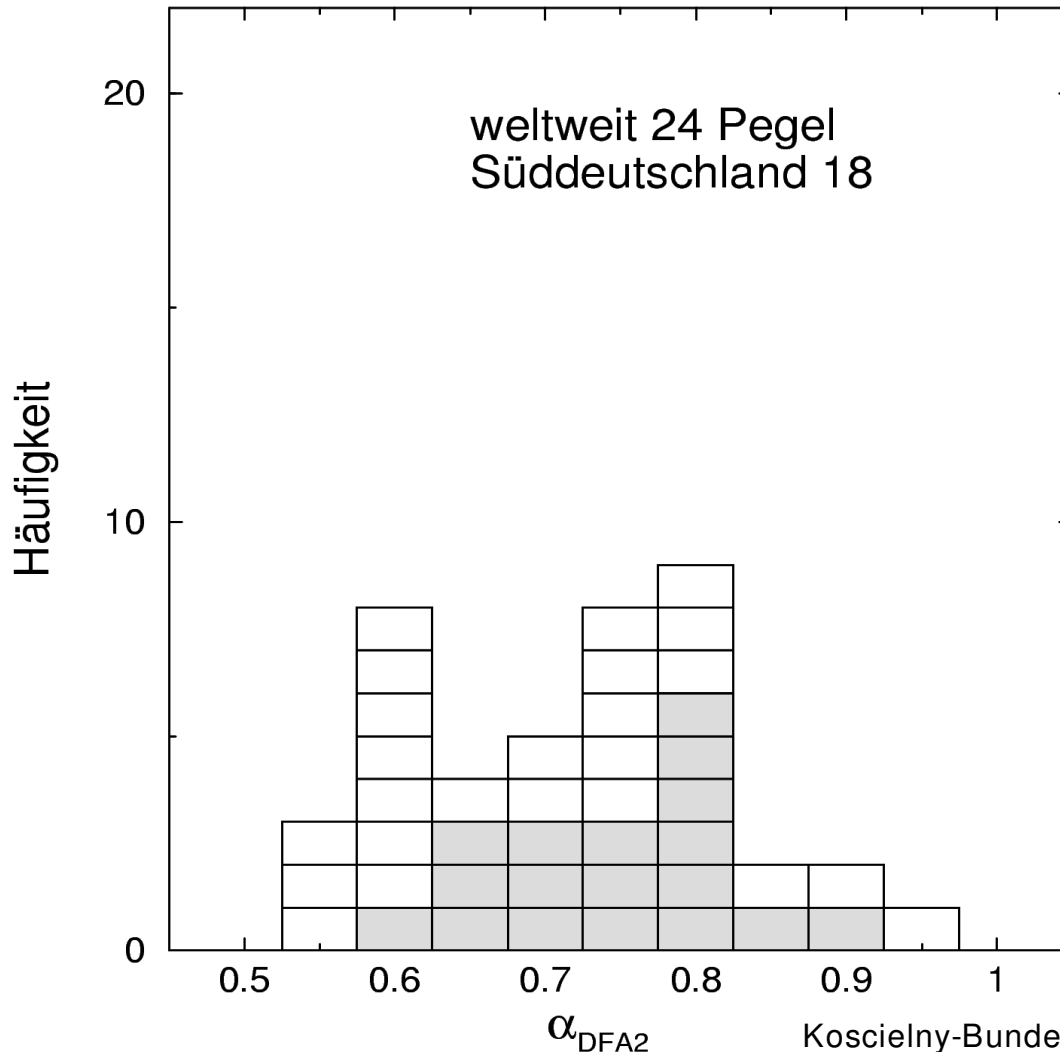
- ausgeprägte Langzeitkorrelationen auf Skalen oberhalb einiger Wochen
- starke Kurzzeitkorrelationen

Niederschlag: Fluktuationsexponenten



- keine (53%) oder schwache (34%) Langzeitkorr.
- deutliche Langzeitkorr. (13%) zeigen keine regionale Abhängigkeit

Abfluß: Fluktuationsexponenten



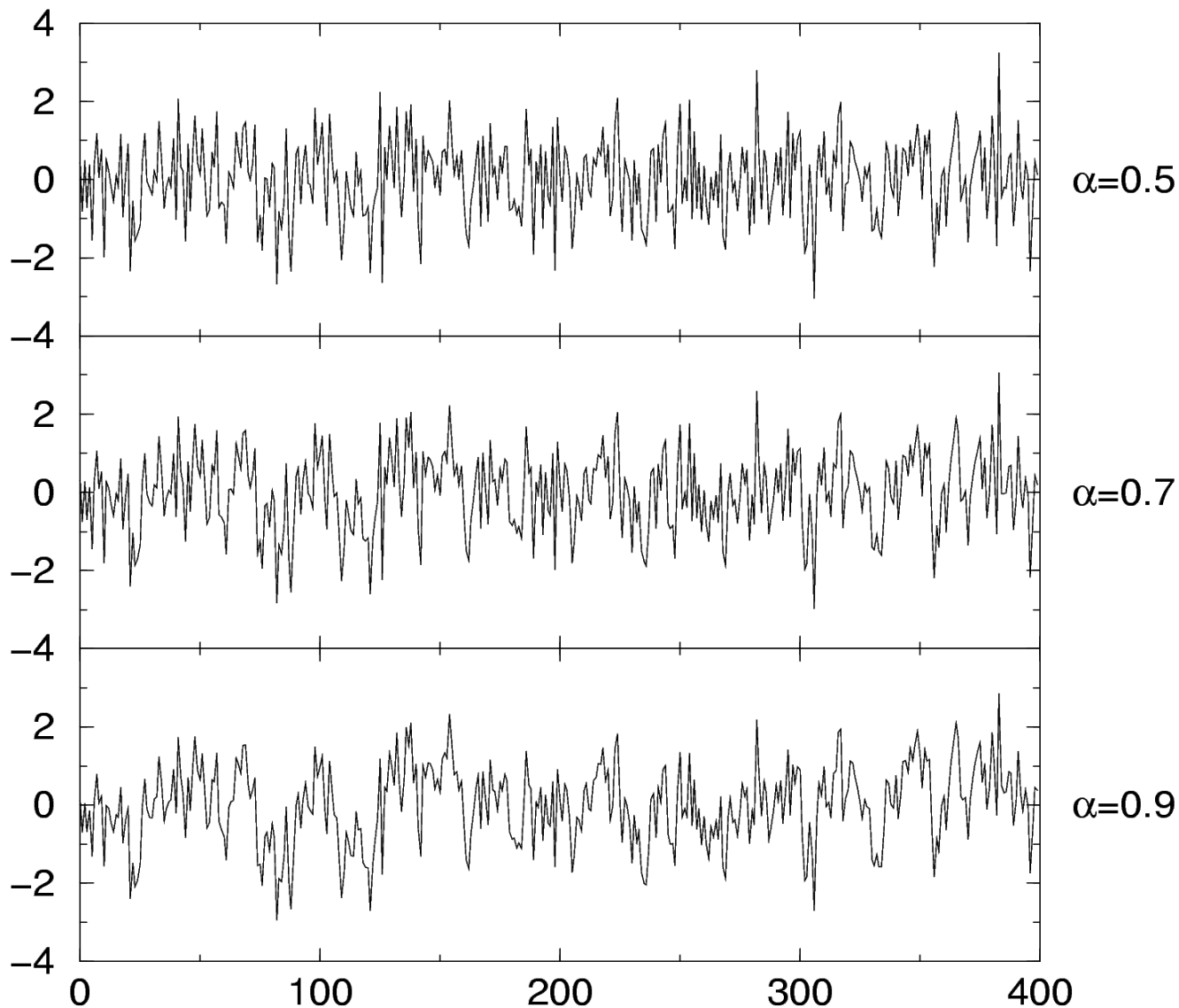
- überwiegend ausgeprägte Langzeitkorr.
- Exponenten variieren in breitem Bereich
- Persistenz durch Speichereigenschaften

Koscielny-Bunde E., et al., J. Hydro, in Druck, 2004.

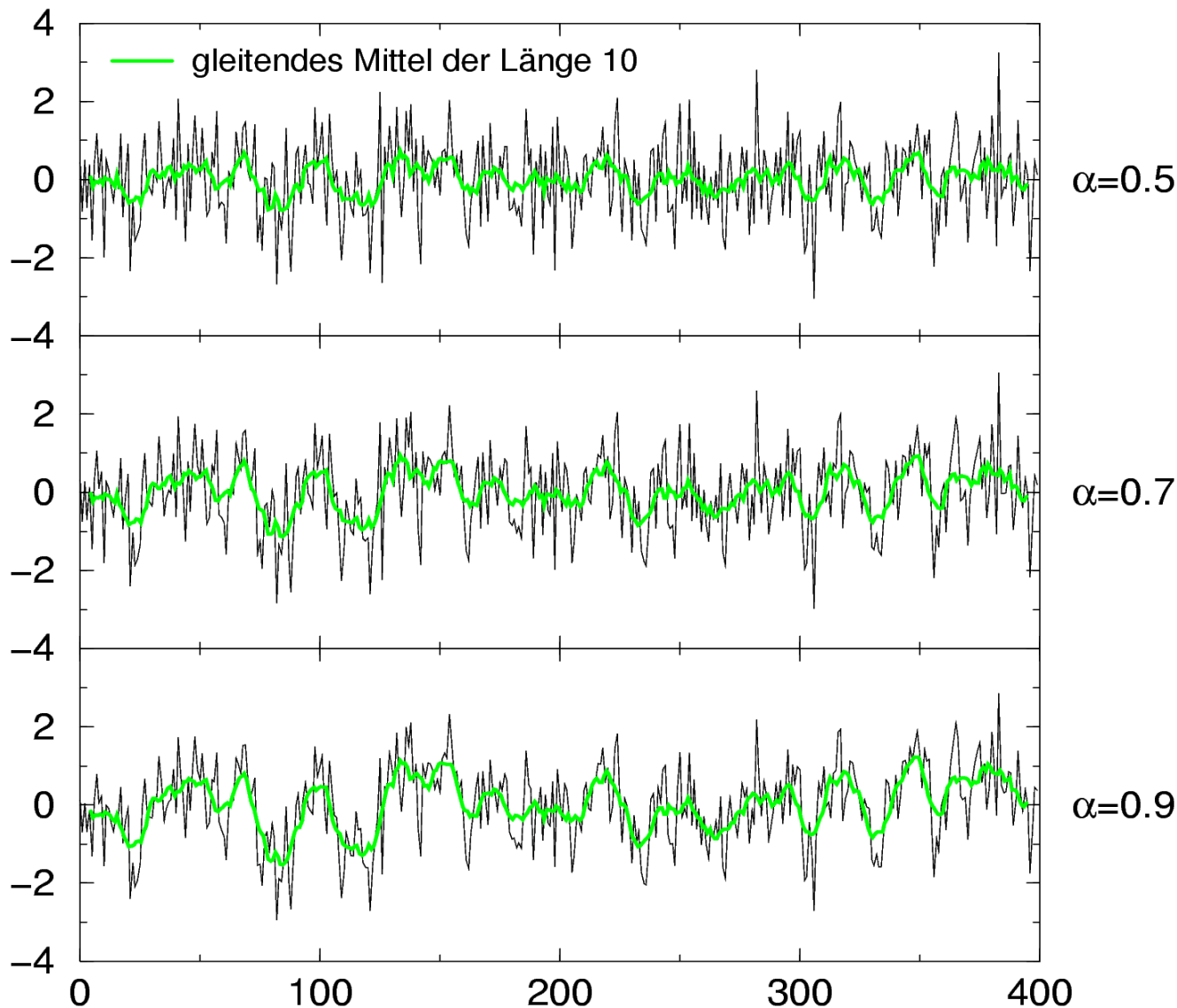
Kantelhardt J.W., et al., J. Geophys. Res. Atm., eingereicht 2004.

Kantelhardt J.W., et al., Physica A, 2003.

Auswirkungen von Langzeitkorrel.

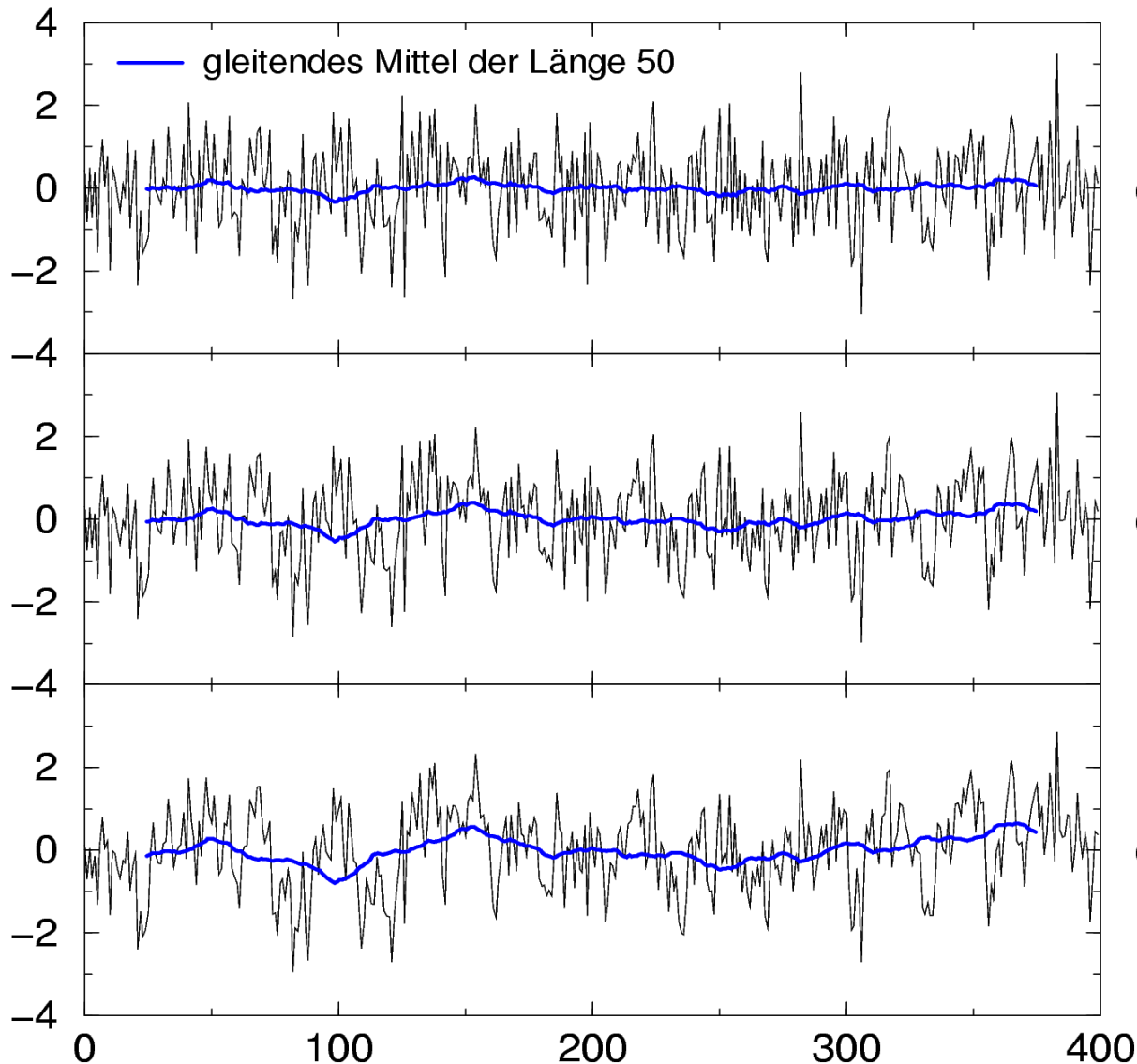


Auswirkungen von Langzeitkorrel.



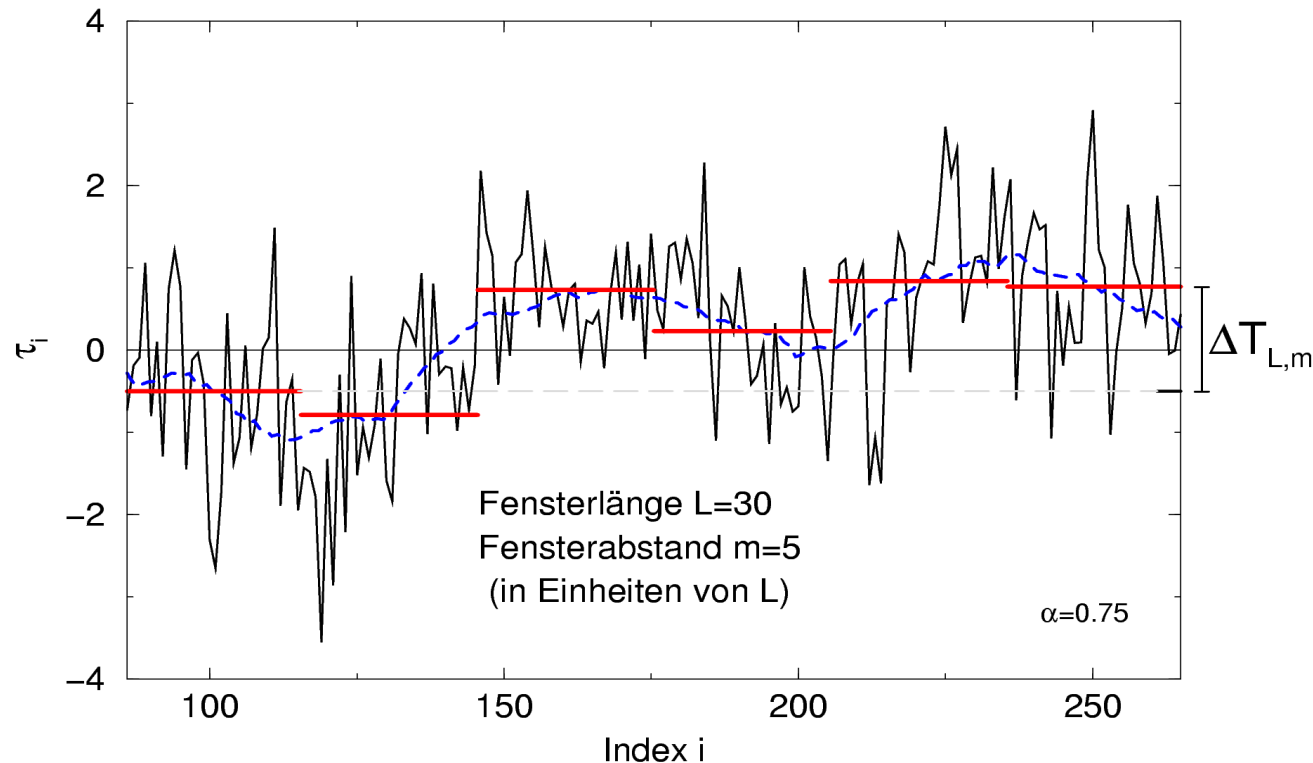
- gleitendes Mittel entfernt sich bei Langzeitkorrel. weit vom Mittel

Auswirkungen von Langzeitkorrel.



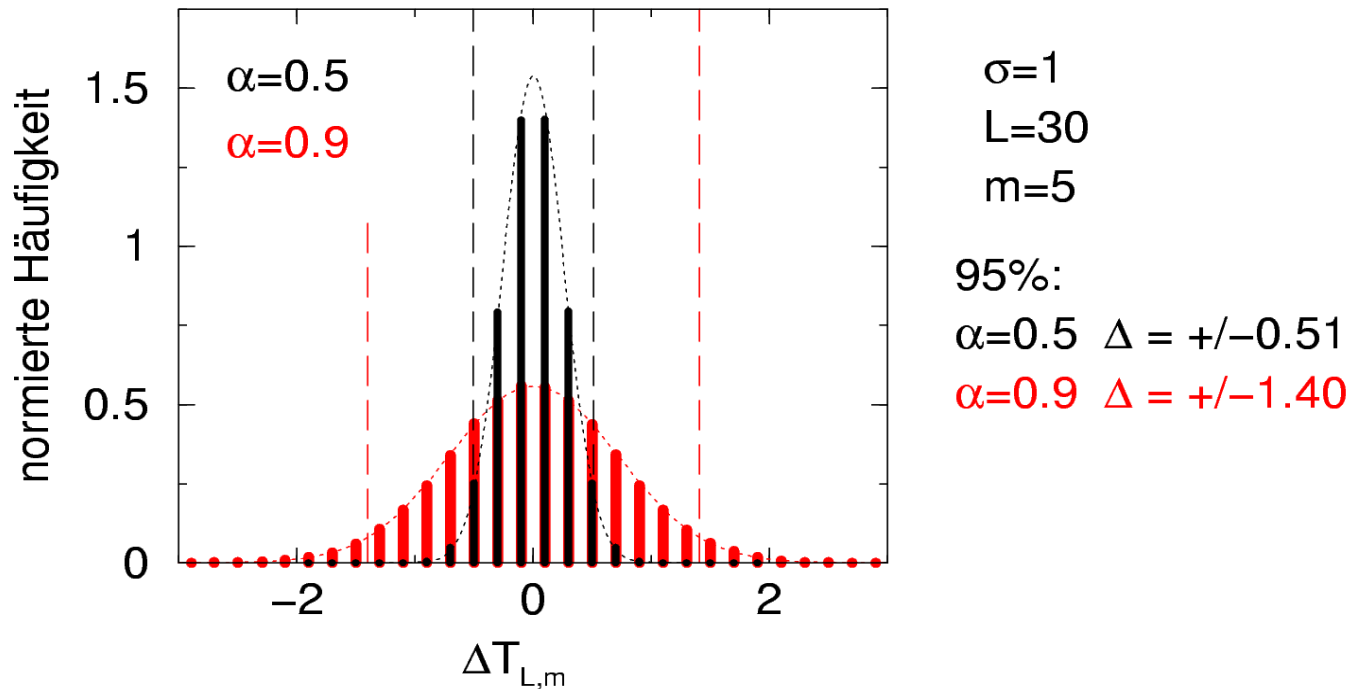
- gleitendes Mittel entfernt sich bei Langzeitkorrel. weit vom Mittel
- ebenso auf größeren Zeitskalen
- Ähnlichkeit zu Trends!

Differenz gleitender Mittel



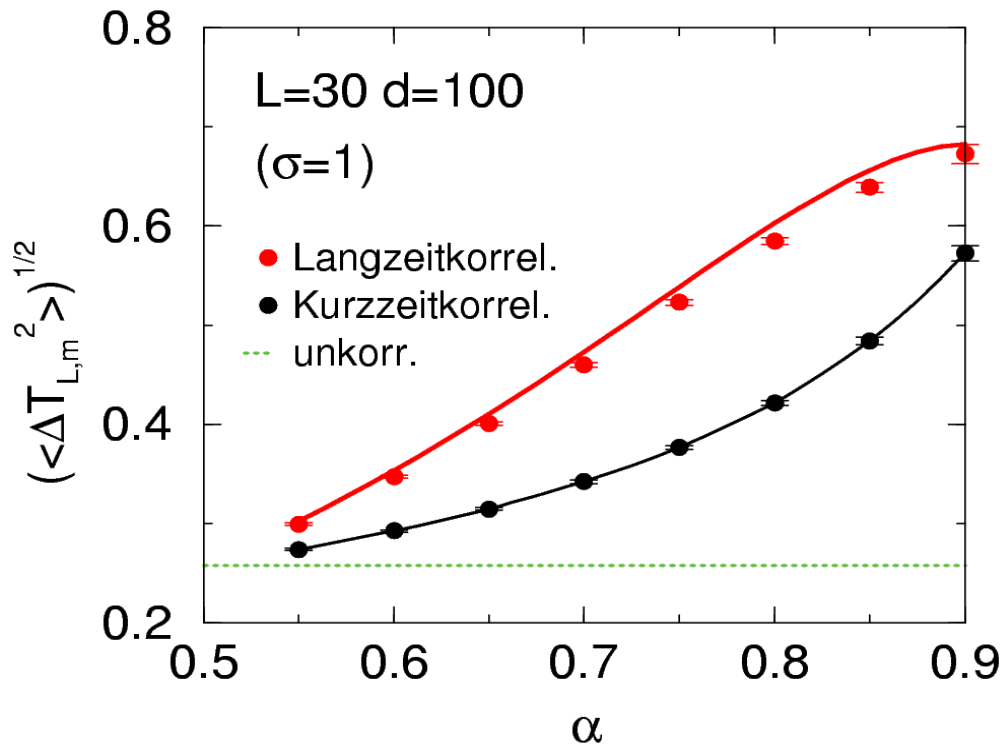
- gleitendes Mittel zur Trennung von Korrel. und Trends
- Mittelwerte in Fenstern der Länge L
- Differenz zwischen m Fenstern

Verteilung der ΔT



- stärkere Korrelationen führen zu größeren Differenzen, breitere Verteilung.
- sehr große Differenzen sind je nach α unwahrscheinlich und deuten auf Trends hin.

Abhängigkeit von α



- Stabw. der ΔT wächst mit α , und ist deutlich größer als ohne Korr.

- AR1-Prozess mit ident. $C(0)$ und $C(1)$ zeigt weniger große ΔT

$$\text{Lzk: } \Delta T_{L,m} = \sqrt{2} L^{\alpha-1} \sqrt{\sigma^2 - \langle \tau_i \tau_{i+1} \rangle m^{-2(1-\alpha)}}$$

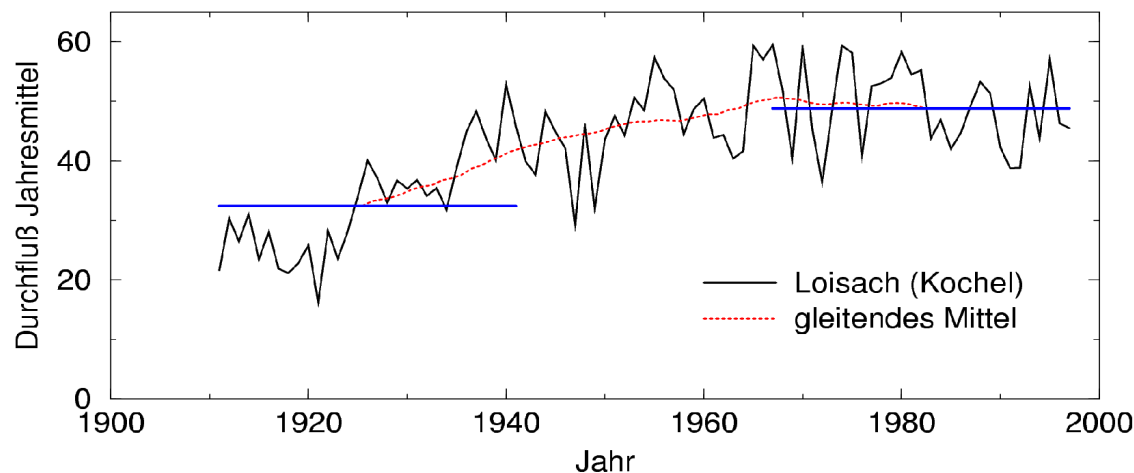
$$\text{AR1: } \Delta T_{L,m} = \sqrt{2} \sigma \sqrt{\frac{2(\lambda^{L+1} - \lambda) - L(\lambda^2 - 1) - L^2(\lambda - 1)^2 \lambda^{mL}}{L^2(\lambda - 1)^2}}$$

Anwendung auf echte Abflußreihen

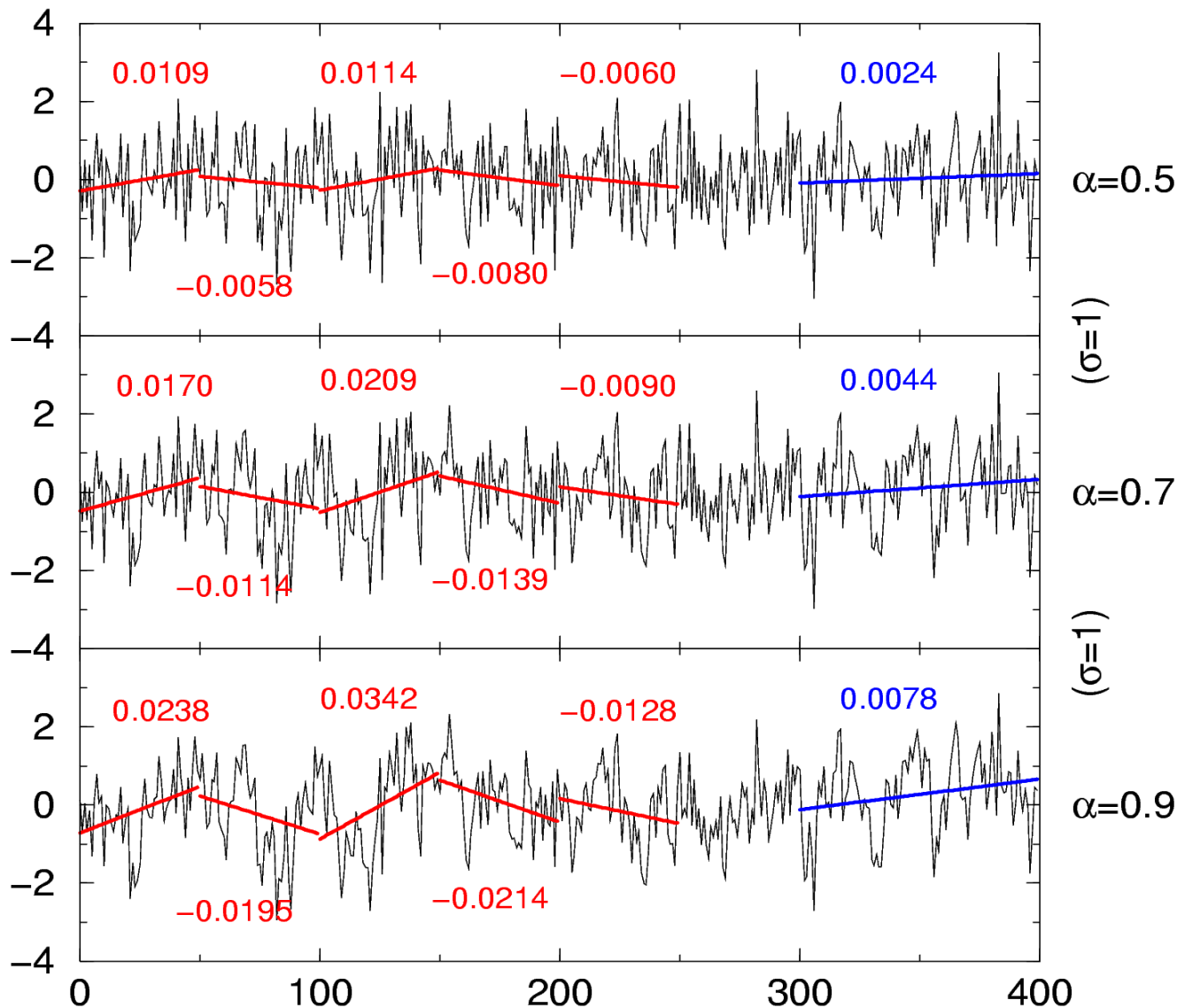
Fluß	Pegel	Jahre	L	m	σ	$C(1)$	α
Donau	Achleiten	97	30	2,23	221,9	6358,9	0,82
Donau	Kehlheim	97	30	2,23	64,8	963,5	0,85
Donau	Orsova	151	30	4,03	954,7	166819,3	0,85
Loisach	Kochel	87	30	1,90	10,5	80,4	0,82
Rhein	Rees	143	30	3,77	441,9	39633,8	0,76

Fluß	Pegel	$\Delta T_{L,m}^{calc}$	$\Delta T_{L,m}^{obs}$	90%	95%	99%
Donau	Achleiten	161,7	-16,0	274	317	422
Donau	Kehlheim	49,8	15,9	84	98	130
Donau	Orsova	760,2	136,8	1289	1490	1984
Loisach	Kochel	5,3	16,4	9	10	14
Rhein	Rees	261,0	105,1	442	512	681

- mit 99%
Wahrsch.
Trend bei
Loisach

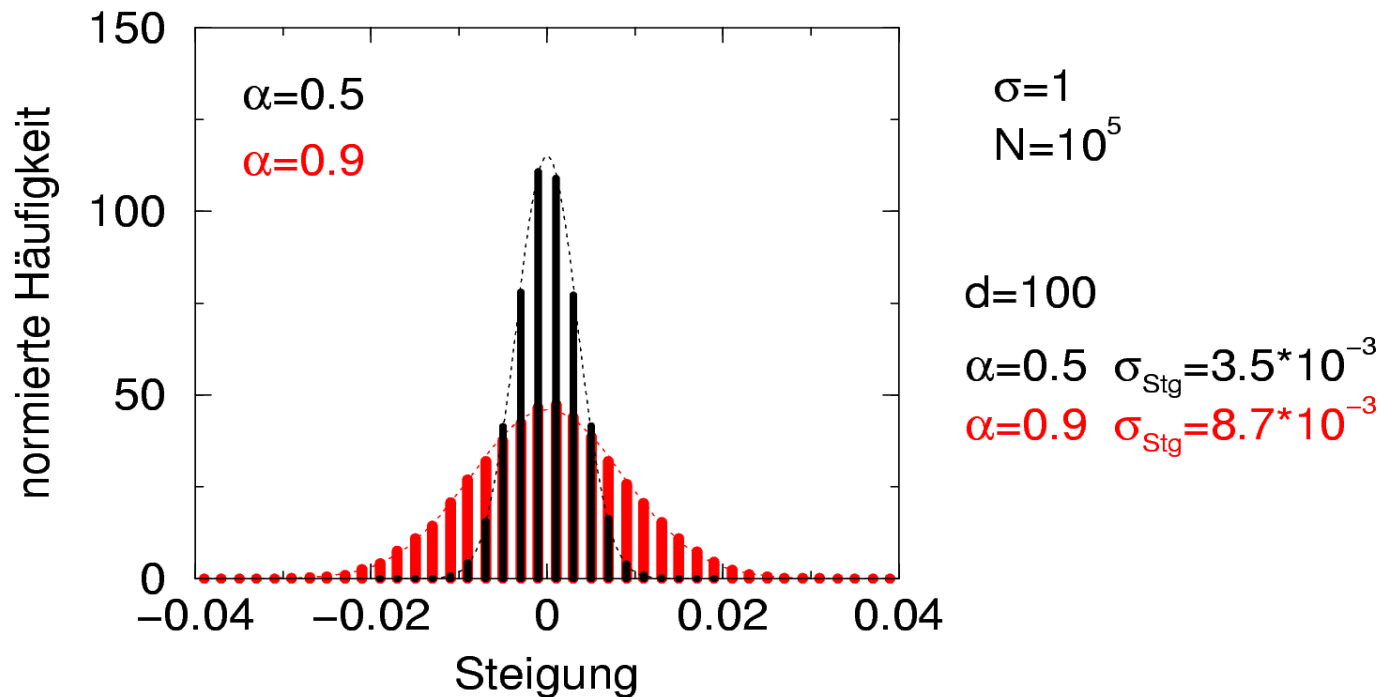


Auftretende Steigungen



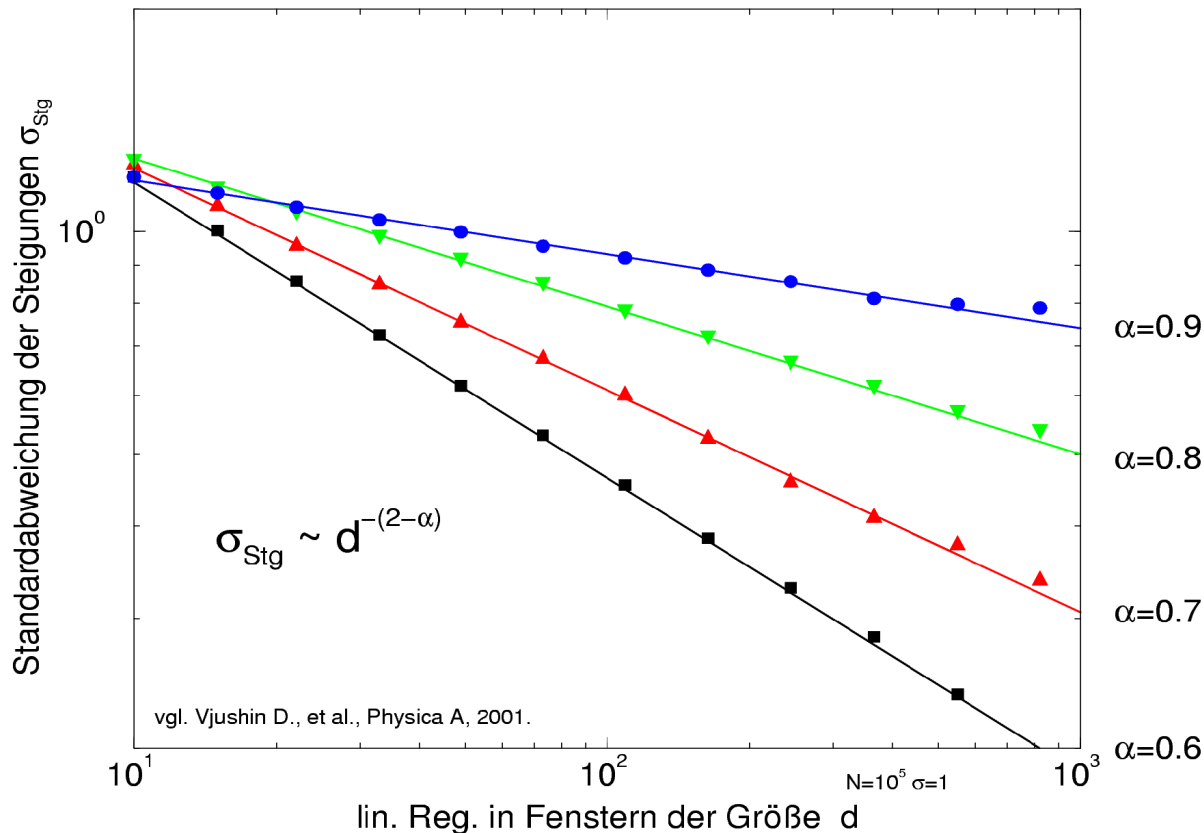
- Steigungen nehmen mit Fenstergr. ab
- Steigungen wachsen mit α

Verteilung der auftret. Steigungen



- Korrelationen führen zu größeren Steigungen, breitere Verteilung.
- sehr große Steigungen sind je nach α unwahrscheinlich und deuten auf Trends hin.

Auftretende Steigungen



- Bei Langzeitk. nehmen die Steigungen potenzgesetzartig mit d ab
- bei festem d wachsen die Steigungen mit α

Zusammenfassung

- die untersuchten Abflußreihen sind oberhalb einer Crossoverzeit von einigen Wochen langzeitkorreliert
- die Fluktuationsexponenten liegen in einem großen Wertebereich
- die untersuchten Niederschlagsreihen zeigen in den meisten Fällen keine oder nur sehr schwache Langzeitkorrelationen
- Multifraktale Eigenschaften (nicht gezeigt)
- Langzeitkorrelationen wirken Trend-ähnlich
- können zu Problemen bei konventionellen Methoden führen
- ihre Kenntnis erlaubt dennoch eine Abschätzung

DFA: Trendbereinigende Fluktuationsanalyse

$$Y_n = \sum_{i=1}^n \tau_i$$

kumulieren

$$Y_i(S) = Y_i - p_\nu(i)$$

Residuen

$$F_\nu^2(S) = \langle Y_i^2(S) \rangle = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^S [Y_{(\nu-1) \cdot S + i}(S)]^2$$

Fluktuationen im Seg.

$$F(S) = \sqrt{\frac{1}{K_S} \sum_{\nu=1}^{K_S} F_\nu^2(S)}$$

über Segmente mitteln
(Fluktuationsfunktion)

$$F(S) \sim S^\alpha$$

Potenzgesetz

$\alpha = 0,5$	unkorreliert
$\alpha > 0,5$	langreichweitig
$\alpha < 0,5$	antikorreliert

DFA: Trendbereinigende Fluktuationsanalyse

$$C(S) = \langle \tau_i \tau_{i+S} \rangle = \frac{1}{N-S} \sum_{i=1}^{N-S} \tau_i \tau_{i+S}$$

Korrelationsfunktion

$$C(S) \sim S^{-\gamma}, \quad 0 < \gamma < 1$$

Langzeit-
korrelationen

$$\alpha = 1 - \frac{\gamma}{2}$$

Beziehung der Exp.

$$\alpha = \frac{1}{2}(1 + \beta)$$

Zusammenhang
zum Exponenten
des Power-
Spektrums